

# Оценка математической грамотности 15-летних учащихся (PISA-2006)

*Клара Краснянская, ведущий научный сотрудник лаборатории математического образования Института содержания и методов обучения Российской академии образования*

Целью мониторинговых международных и национальных проверок математической подготовки учащихся обычно становится оценка учебных достижений учащихся, т.е. проверка, на каком уровне они овладели конкретными вопросами содержания школьных курсов математики. В отличие от них исследование PISA, которое вышло на международный уровень в 2000 г., поставило перед собой решение совсем другой задачи. По мнению передовых учёных в области образования, наряду с формированием предметных знаний и умений школа должна развивать способность использовать математические знания для разрешения разнообразных жизненных ситуаций. В дальнейшем эта способность будет способствовать активному участию выпускника в жизни современного общества. Это и определило главную цель исследования — *оценить готовность 15-летних учащихся к участию во «взрослой жизни»*. Таким образом, в PISA приоритетно определение способности 15-летних учащихся использовать полученные знания и умения для решения широкого круга проблем, возникающих в повседневной жизни, выявить тенденции развития этой способности. Выбор этой цели привёл к необходимости изменить подходы к определению содержания и разработке всего инструментария проверки состояния математической

подготовки учащихся по сравнению с другими мониторинговыми исследованиями.

## Общие подходы

В 2006 году завершился третий цикл исследования PISA (2000 г., 2003 г., 2006 г.). Как и в предыдущие годы, основной целью исследования была оценка «готовности учащихся 15 лет к взрослой жизни» или к полноценному функционированию в жизни общества. Основное внимание было направлено на проверку владения общими

понятиями, идеями и умениями, которые международная педагогическая общественность выделила как существенные для «взрослой» жизни. Содержание проверки математической подготовки 15-летних учащихся основано на понятии **математической грамотности**, которое определяется в исследовании как «способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живёт, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину».

Содержание этого понятия уточняется следующим образом. Под математической грамотностью понимается способность учащихся:

- распознавать проблемы, которые возникают в окружающей действительности и могут быть решены средствами математики;
- формулировать эти проблемы на языке математики;
- решать проблемы, используя математические факты и методы;
- анализировать использованные методы решения;
- интерпретировать полученные результаты с учётом поставленной проблемы;
- формулировать и записывать результаты решения.

Содержание, которое организаторы исследования вкладывают в понятие «математической грамотности», фактически сведено к так называемой «функциональной грамотности», которая, по словам А.А. Леонтьева, предполагает способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания для решения широкого диа-

пазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений.

Учащимся предлагаются не типичные учебные математические задачи, характерные для российских мониторинговых исследований, а близкие к реальным проблемные ситуации, связанные с разнообразными аспектами окружающей жизни и требующие для своего решения большей или меньшей математизации. В этих задачах обычно описывается (иногда достаточно многословно) некоторая ситуация и возникающая в ней проблема, которую можно разрешить доступными школьнику средствами математики. В них предлагается информация о жизни школы, общества, личной жизни учащегося, профессиональной деятельности, спорте. Многие вопросы имеют межпредметный характер. Для ответа на них наряду с математическими знаниями необходимо использовать знания, приобретённые при изучении других предметов (например, знание о часовых поясах и диаграммах населения из географии). При этом принципиально, что в вариантах международного теста задания на проверку математической грамотности включаются в тест, который содержит задания, составленные на материале из разных предметных областей (чтение, естествознание, математика). Таким образом, реально выполняется авторский замысел о проверке умения распознать среди других ситуацию, требующую применения математики.

Содержание задания соответствует одной из четырёх *содержательных областей*, которые, по согласованному решению стран-участниц, были выбраны в качестве базы для сравнения математической подготовки учащихся в разных странах: *Пространство и форма* включают вопросы, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу; *Изменение и зависимости* — вопросы, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом; *Количество* — вопросы, связанные с числами; в программах по математике этот материал чаще всего относится к арифметике; *Неопределённость* — вопросы, связанные с вероятностными и статистическими явлениями и зависимостями, которые имеют самое непосредственное отношение к современно-

му информационному обществу и изучаются в разделах статистики и вероятности.

Исследователи подчёркивают, что эти содержательные области охватывают математические знания, необходимые 15-летним учащимся для функционирования в обществе и дальнейшего развития в области математики.

Содержание заданий, предлагаемых в тестах, связано с традиционными разделами или темами, составляющими основу программ обучения в большинстве стран мира, в том числе и в России: числа, алгебра, функции, геометрия, вероятность, статистика, дискретная математика.

Состояние математической грамотности учащихся, кроме владения материалом выделенных содержательных областей, характеризуется уровнем развития *математической компетентности*. В исследовании она определяется как «сочетание математических знаний, умений, опыта и способностей человека», обеспечивающих успешное решение различных проблем, требующих использования математики. В исследовании выделяются три уровня математической компетентности: уровень воспроизведения, уровень установления связей, уровень рассуждений.

*Уровень воспроизведения* — прямое применение известных фактов, стандартных приёмов, распознавание знакомых математических объектов и свойств, выполнение стандартных процедур, применение известных алгоритмов и технических навыков, работа со стандартными, знакомыми выражениями и формулами, непосредственное выполнение вычислений.

*Уровень установления связей* проявляется при решении задач, которые хотя и не являются стандартными, но все же знакомы учащимся или выходят за рамки известного лишь в очень малой степени. Содержание задачи подсказывает, из какого раздела математики надо использовать материал и какие известные методы применить. Обычно в этих задачах больше требований к интерпретации решения, они предполагают необходимость устанавливать связи между разными формами представления информации в ситуации, описанной в задаче.

*Уровень рассуждений* является развитием предыдущего уровня и проявляется при решении задач, когда требуются интуиция

и творчество в выборе математического метода, интегрирование знаний из разных разделов курса математики, самостоятельная разработка последовательности действий. Задания, как правило, более комплексные, включают больше данных, от учащихся часто требуется найти закономерность, провести обобщение и объяснить или обосновать полученные результаты.

Во многих заданиях информация предъясняется не только в словесной форме, но и в виде таблиц, диаграмм, графиков, рисунков, схем. Школьники должны извлечь нужную для ответа на вопрос информацию при разных формах её подачи, причём работать им иногда приходится одновременно с несколькими таблицами, графиками, диаграммами; условие часто содержит избыточную информацию. Отсюда очевидно, что в данном исследовании значительное внимание уделяется проверке умения анализировать предложенную ситуацию и поставленную в ней проблему.

Принципиальная особенность проверки — опора на относительно небольшой объём математических знаний из общего курса математики 5–6-х классов российской школы и овладение некоторыми фактами и методами из курсов алгебры и геометрии 7–9-х классов.

Таким образом, очевидно, что изучение математической подготовки учащихся, которое организуется на основе описанной концепции, нетрадиционно для России. В российской школе проверки, как правило, ориентированы на выявление уровней овладения конкретным математическим аппаратом, умение решать учебные математические задачи, которые могут быть и достаточно трудными.

### **Особенность инструментария в исследовании 2006 г.**

В отличие от предыдущего этапа в 2003 г., когда основное внимание при тестировании уделялось оценке математической подготовки, в 2006 г. на первое место была выделена проверка естественно-научной подготовки учащихся. Поэтому в 2006 г. было сокращено время на выполнение математических заданий (вместо 200 минут стало 120). В связи с этим возникала необходимость уменьшить количество математических заданий в международных тестах по сравнению с 2003 годом.

Для выявления тенденций в изменении состояния математической подготовки тестируемые проводилось с помощью заданий, которые были использованы в 2000 и 2003 гг. Из 54 заданий, которые включали 85 вопросов, для тестов 2006 года было отобрано 31 задание, содержащее 48 вопросов. При отборе этих заданий были соблюдены следующие условия:

- включены четыре группы заданий, каждая из которых была составлена на материале одной из четырёх содержательных областей, использовавшихся в исследовании (пространство и форма, изменение и отношения, количество и неопределённость), которые фактически обеспечивали проверку знаний, полученных в рамках основных тематических разделов школьного курса математики (арифметика, алгебра, геометрия, вероятность и статистика);
- в каждую из этих групп заданий были включены задания, соответствующие каждому из трёх уровней компетентности, выделенных в исследовании (уровень воспроизведения, уровень установления связей, уровень рассуждений);
- задания были отобраны таким образом, что в них были предложены все типы жизненных ситуаций, которые рассматривались в концепции исследования;
- были включены все типы заданий, которые использовались ранее (с выбором ответа, с кратким ответом и с развёрнутым ответом, а также структурированные задания, которые содержали несколько взаимосвязанных вопросов).

Соблюдение всех этих условий при отборе заданий обеспечило представительность выбранных заданий по отношению ко всем заданиям, которые были использованы в 2003 году. Это дало возможность сравнить результаты 2006 года с результатами 2003 года и получить на этой основе объективные выводы о состоянии и тенденциях в изменении математической подготовки российских учащихся.

Для выявления возможности использовать отобранное множество математических заданий для объективной оценки способности учащихся разрешать ситуации, близкие к реальным, было проведено специальное исследование. На одной и той же *шкале трудности* были расположены тестовые задания и участники исследования в соответ-

ствии с показанными ими результатами при выполнении международных тестов.

Расположение математических заданий, включённых в тесты 2006 года, на этой шкале убедительно показывает, что:

- отобранные задания по их трудности расположились достаточно равномерно по всей шкале, т.е. предъявляют учащимся разные требования и тем самым позволяют им проявить разные возможности разрешать ситуации, близкие к реальным;
- учащиеся расположились по уровню показанной ими способности выполнять задания, подобные включённым в международные тесты, вдоль шкалы трудности заданий, не выходя за её пределы, т.е. этих заданий достаточно для дифференциации школьников по уровню указанной способности.

В заключение отметим, что знание основных вопросов содержания, которые в течение трёх-четырёх последних лет изучали российские 15-летние учащиеся, участвовавшие в исследовании, при выполнении заданий фактически не потребовалось. Поэтому можно сказать, что подготовка российских школьников проверялась не на том материале, который они изучали к моменту проверки: это осложняет интерпретацию результатов исследования, заставляет подходить достаточно осторожно к выводам, сделанным на их основе.

### Основные результаты исследования 2006 г.

К 2006 г. значительно повысился интерес к исследованию PISA, которое позволило выявить недочёты в готовности учащихся к участию во взрослой жизни, неожиданные для многих стран, отличавшихся на международном уровне как достаточно высоким, так и невысоким состоянием математической подготовки учащихся по сравнению с другими странами. Так, например, в 2003 г. заняли достаточно высокие места Исландия, Дания, не отличавшиеся высоким уровнем математической подготовки, а Франция, Германия и особенно Россия, демонстрировавшие хороший уровень подготовки, оказались ниже многих стран. Поэтому не удивительно, что в 2006 г. количество участвующих стран увеличилось с 40 в 2003 г. до 57 в 2006 г.

К сожалению, результаты тестирования, показанные российскими 15-летними учащимися в 2006 г., не изменились к лучшему, и наша страна оказалась на уровне стран, занявших 32–36 места среди 57 стран.

### Результаты выполнения математических заданий

В тесты 2006 г. без каких-либо изменений были включены 48 вопросов (8 — из тестов 2000 г. и 40 — из 2003 г.), что дало возможность получить объективную информацию о тенденциях изменения уровня математической грамотности 15-летних учащихся за прошедшие три года в странах-участницах.

По сравнению **со своими** результатами в 2003 г. российские учащиеся в 2006 г. из 48 вопросов ответили:

- выше на 6% — на 1 вопрос (составляет 2% от 48 заданий);
- примерно одинаково — на 32 вопроса (67%);
- ниже на 5–8% — на 15 вопросов (34%).

Очевидно, что за прошедшие три года никакого повышения уровня математической грамотности 15-летних российских учащихся, необходимой для ответа на указанные вопросы, не наблюдается.

По сравнению **со средними результатами учащихся стран ОЭСР** российские учащиеся в 2006 г. из 48 вопросов ответили:

- выше — 0;
- примерно одинаково — на 30 вопросов (составляет 63% от 48 вопросов);
- ниже на 4–6% — на 9 вопросов (19%);
- ниже на 10–30% — на 9 вопросов (19%).

Существенного повышения результатов выполнения отдельных заданий, необходимого для того, чтобы наши школьники заняли более высокое место среди других стран, чем в 2003 г., не наблюдается. Особенно выделяются низкие проценты выполнения девяти заданий. Отметим, что все эти задания составлены на материале раздела «Вероятность. Статистика», овладению которым придаётся в современном мире большое значение. В России только в 2004 г. было предложено в основной школе (5–9-е классы) приступить к изучению материала данного раздела, но на период

введения в школьную практику не контролировать его усвоение на государственном уровне. За период с 2003 г. по 2006 г. существенных изменений в изучении этого материала не произошло, да и не могло произойти.

Таким образом, нет положительных изменений в результатах выполнения российскими учащимися тестовых заданий по математике. Применение точных математических методов при обработке результатов тестирования международными специалистами позволило сделать вывод о том, что в 2006 г. российские школьники выполнили математическую часть тестов примерно на том же уровне, что и в 2003 г.

### **Сравнение результатов России по выполнению за даний и тестов в целом с результатами других стран**

Сравнение математической подготовки учащихся стран-участниц проводилось на основе сравнения средних баллов, подсчитанных по результатам выполнения математической части работы школьниками каждой конкретной страны. В результате этих сравнений было определено место каждой страны среди других участников исследования.

В ряду, упорядоченном по средним баллам, которые присвоены странам, Россия занимает 34-е место. Однако средние баллы пяти стран (Испания, Азербайджан, США, Хорватия, Португалия) существенно не отличаются от среднего балла России, поэтому на самом деле Россия расположена в интервале от 32-го до 36-го места. Заметим, что 34-е место России не должно пониматься буквально в том смысле, что российские школьники по всем темам и заданиям показали результат ниже, чем учащиеся 31 страны, имеющие значимо более высокий средний балл. На самом деле российские учащиеся, действительно уступая по большинству позиций занявшим первые места лидирующим странам (Гонконг, Финляндия, Республика Корея, Нидерланды), на значительную часть вопросов ответили лучше или не хуже, чем учащиеся стран, занявших последующие 12–15 мест.

Кроме того, отдельно сравнивался средний балл каждой страны со средним баллом всех стран-членов ОЭСР, т.е. членов организации, являющейся инициатором иссле-

дования PISA. Сравнение показало, что результат России ниже этого показателя.

Сравнивался также средний балл России со средним баллом каждой из 56 других стран, что позволило определить их позицию по отношению к России:

- результаты значимо выше среднего балла России (31 страна);
- результаты не отличаются от среднего балла России (5 стран);
- результаты значимо ниже среднего балла России (20 стран).

### **Сравнение распределения российских учащихся по уровням математической грамотности с другими странами**

Попытка организаторов исследования использовать для оценки *математической грамотности* присвоенные разработчиками международных тестов уровни компетентности, которые должны были проявить учащиеся при выполнении заданий, не удалась из-за существенных различий в особенностях учебных программ по математике в странах-участницах. Поэтому для характеристики состояния математической грамотности школьника был использован способ, учитывающий не присвоенные задания уровни компетентности, а реальную трудность заданий международного теста, с которыми успешно справился ученик.

Реальная трудность заданий оценивалась баллом, который определялся по 1000-балльной шкале на основе результатов выполнения каждого конкретного задания. Затем каждому учащемуся с учётом реальной трудности всех решённых им заданий по этой же шкале выставлялся балл, который оценивал состояние его математической грамотности. Очевидно, что эта оценка математической грамотности ученика имеет вероятностный характер, поэтому её нельзя трактовать так, что конкретный ученик не способен решить ни одной задачи, реальная трудность которой выше полученного им балла, и решит любую задачу, трудность которой ниже полученного им балла. Использованный подход позволяет сделать вывод: существует достаточно большая вероятность (62%), что ученик успешно справится с заданиями, трудность которых ниже оценки состояния

его математической грамотности, и скорее не сможет выполнить задания, трудность которых выше полученной им оценки.

Балловые оценки трудности заданий и состояния математической грамотности учащихся разработчики исследования распределили по убыванию значений на шесть промежутков. В соответствии с принятой в исследовании 1000-балльной шкалой каждый из этих промежутков определял один из шести выделенных уровней математической деятельности, которая требовалась для решения заданий, трудность которых принадлежала этому промежутку. Шестой уровень (самый высокий) определялся группой заданий, трудность которых была оценена самыми высокими баллами по сравнению с другими заданиями. Самый низкий уровень — первый. Уровень математической грамотности учащихся, которые не достигли первого уровня, считался ниже первого.

*6-й уровень математической грамотности (более 669,3 балла)*

Учащиеся, математическая грамотность которых соответствует этому уровню, могут обобщать и использовать информацию, полученную ими на основе исследования моделей сложных проблемных ситуаций. Они могут связывать и использовать информацию из разных источников, представленную в различной форме, и успешно оперировать с ней. У этих школьников продвинутое математическое мышление, они могут использовать интуицию и понимание наряду с мастерским владением математическими символами, операциями и зависимостями при разработке новых подходов и стратегий для решения проблем в новых для них условиях. Они могут формулировать и точно выражать свои действия, размышления, интерпретацию и аргументы, соотнося их с предложенной ситуацией.

*5-й уровень математической грамотности (607,0–669,7 балла)*

Учащиеся могут создавать и работать с моделями сложных проблемных ситуаций, распознавать их ограничения и устанавливать соответствующие допущения. Они могут выбирать, сравнивать и оценивать соответствующие стратегии решения комплексных проблем, которые соответствует

созданной модели. Эти школьники могут работать целенаправленно, используя при рассмотрении предложенной ситуации хорошо развитое умение размышлять, рассуждать и интуицию. Они способны размышлять над выполненными ими действиями, формулировать и излагать свою интерпретацию и рассуждения.

*4-й уровень математической грамотности (544,7–607,0 балла)*

Учащиеся способны эффективно работать с точно определёнными моделями сложных ситуаций, которые могут иметь определённые ограничения или требуют формулировки некоторых допущений. Эти школьники могут выбрать и интегрировать информацию, представленную в различной форме, использующую и математические символы, и связывать её напрямую с различными аспектами предложенных реальных ситуаций. Они обладают хорошо развитыми умениями и гибким мышлением, а также некоторой интуицией. Эти учащиеся могут, опираясь на свою интерпретацию, аргументы и действия, сформулировать и записать свои объяснения.

*3-й уровень математической грамотности (482,4–544,7 балла)*

Эти учащиеся способны выполнять чётко описанные процедуры, которые могут состоять из нескольких шагов, требующих принятия решения на каждом из них. Они в состоянии выбирать и применять простые методы решения, могут интерпретировать и использовать информацию, представленную в различных источниках, и рассуждать на этой основе, кратко описать свою интерпретацию, рассуждения и полученные результаты.

*2-й уровень математической грамотности (420,1–482,4 балла)*

Эти учащиеся могут интерпретировать и распознать ситуации, в которых согласно условию требуется сделать только прямой вывод. Они способны извлечь информацию, представленную в одной форме в единственном источнике. Могут использовать стандартные алгоритмы, формулы, процедуры или соглашения, проводить прямые рассуждения и грамотно интерпретировать полученные результаты.

*1-й уровень математической грамотности (357,8–420,1 балла)*

Эти учащиеся способны ответить на вопросы в знакомой ситуации, когда вопросы ясно сформулированы и представлена вся необходимая информация. Могут определить нужную информацию и выполнить стандартные процедуры в соответствии с прямыми указаниями в чётко определённой ситуации, способны выполнить действия, которые явно следуют из описания предложенной ситуации.

Анализ описания шести **иерархических уровней** состояния математической грамотности, принятых в исследовании, позволяет уточнить, чем именно определяется различие математической деятельности, характерной для каждого из них:

- *сложностью интерпретации и рассуждений*, необходимых для решения проблемы, которая зависит от описания ситуации, от того, насколько явно видна проблема, решаемая средствами математики, а также насколько учащимся знаком способ её решения и насколько при этом требуется применить интуицию, сложные рассуждения и обобщение;
- *формой представления информации*, которая варьируется в зависимости от ситуации, где для решения поставленной проблемы необходимая информация может быть представлена в единственной форме, до ситуации, когда для решения поставленной проблемы нужно интегрировать информацию, представленную в нескольких формах, или требуется самому создать форму представления полученного решения поставленной задачи;
- *сложностью способа решения*, который варьируется от одношагового решения, когда требуется воспроизвести известные базовые математические факты и выполнить простые вычисления, до многошагового решения, когда требуется применить более продвинутое математическое знание, разработать модель предложенной ситуации и самостоятельно создать способ решения;
- *сложностью математической аргументации*, которая варьируется в зависимости от предложенной ситуации, т.е. может вообще не потребоваться или нужно будет привести только хорошо известные аргументы, либо самому создать математическую ар-

гументацию, либо понять аргументацию, предложенную другими, либо высказать суждение относительно корректности этой аргументации.

В исследовании считается, что все виды математической деятельности, которые выделены на более низких уровнях, являются составными частями деятельности, присущей более высокому по сравнению с ними уровню. При этом оценка состояния математической грамотности ученика ниже первого уровня не означает, что этот ученик математически безграмотен и не может выполнять никакой математической деятельности. Просто он не смог успешно применить свои математические знания даже в самых простых ситуациях, которые были предложены в международных тестах.

Каждому из шести выделенных иерархических уровней математической грамотности отвечают соответствующие задания, включённые в варианты международного теста.

В заданиях, соответствующих самому *низкому первому уровню* математической грамотности, предлагается относительно знакомая проблемная ситуация. Для её разрешения требуется интерпретация несложного текста, прямое применение хорошо известных математических знаний в знакомой ситуации. В основном требуется, например, «прочитать» некоторые данные на графике или в таблице, выполнить очевидные вычисления, упорядочить небольшое множество чисел, подсчитать число возможных комбинаций в несложной комбинаторной задаче, решить несложную практическую задачу, например, использовать обменный курс при обмене валюты.

В заданиях, соответствующих *средним уровням* (3–4-му) математической грамотности, от учащихся требуется интерпретировать описание более сложной ситуации, с которой они, возможно, и встречались, но не практиковались. В этих заданиях предлагается несколько более формальных способов представления информации, которую надо связать между собой, чтобы проанализировать ситуацию. При их решении часто требуется построить цепочку рассуждений или выполнить последовательность вычислений, привести несложные объяснения выполненных действий. Необходимая математическая деятельность может включать: интерпретацию не-

скольких связанных между собой графиков, извлечение необходимых данных и интеграцию информации, представленной в тексте условия, на графике или в таблице; использование масштаба карты для определения расстояний, пространственных представлений знакомых геометрических объектов, пространственного воображения и геометрических знаний для определения значений искомым геометрических величин; нахождение скорости и пройденного расстояния, запись кратко обоснования или объяснения полученного ответа.

В заданиях, соответствующих более высоким уровням (5-му и 6-му) математической грамотности, требуется интерпретация

более сложной незнакомой ситуации и, соответственно, более сложные размышления и творческий подход для её разрешения. Обычно нужно самостоятельно составить математическую модель предложенной ситуации, аргументировать и создать соответствующий способ решения. Ситуация может быть разрешена с помощью различных способов, на которые условие задачи не даёт даже намека. У 15-летних учащихся во всех странах выполнение подобных заданий вызвало значительные затруднения.

Более конкретизированные описания уровней математической грамотности составлены для каждой из четырёх проверяемых областей содержания (пространство и форма, изменение и зависимости, количество и неопределённость). Описание конкретного уровня учитывает характер математической деятельности, которая требуется при выполнении заданий, составленных на материале определённой содержательной области и отнесённых к этому уровню. Например, шестой уровень математической деятельности в области «Статистика» включает способность учащихся рассуждать над сложными реальными ситуациями, используя для этого глубокое понимание основных идей составления представительных выборок и такого статистического понятия, как среднее арифметическое, умение проводить вычисления

с взвешенными средними оценками, самостоятельно разработать способ проведения статистических подсчётов и аргументировать решение сложных задач, требующих применения статистических знаний.

Для выявления характера изменений в состоянии математической грамотности российских учащихся за три прошедших года сравним распределение по шести уровням грамотности в 2003 и 2006 гг.

**Таблица 1**

**Распределение российских учащихся по уровням математической грамотности в 2003 и 2006 гг. (в %)**

Год	6-й	5-й	4-й	3-й	2-й	1-й	Ниже 1-го
2003	1,6	5,4	13,2	23,1	26,4	18,8	11,4
2006	1,7	5,7	14,7	24,2	27,0	17,6	9,1

Сравнение данных таблицы показывает слабую положительную тенденцию некоторого уменьшения числа учащихся (примерно на 3%), показавших более низкие уровни (1-й и ниже 1-го), и соответственно очень небольшое (менее 1%) увеличение числа учащихся на каждом из последующих уровней.

Сравним состояние математической грамотности российских учащихся и учащихся некоторых стран, результаты которых в большей или меньшей степени отличаются от российских.

Самый высокий 6-й уровень математической грамотности показали 1,7% российских учащихся, в странах ОЭСР таких учащихся в среднем 3,3%. В лидирующих странах таких учащихся 6,3–9,1%. В следующей за ними группе стран, которые также показали результаты существенно выше российских — 2,6–6,0%.

Определённый в исследовании 2-й уровень математической грамотности выбран в качестве некоторой границы. Считается, что учащийся, достигший этой границы, начинает демонстрировать наличие умений, которые обеспечивают ему возможность активно использовать математику в соответствии с определением математической грамотности, которое принято в исследовании: он может распознать математическую

часть предложенной ситуации, проанализировать и понять информацию из единственного источника, использовать стандартные алгоритмы, формулы, методы, провести прямые рассуждения.

В России такие учащиеся составляют 73%, что значительно меньше, чем в лидирующих странах (90%–94%), а также и в следующей за ними группе стран — 81%–87%.

Отметим также интересную тенденцию, которая впервые выявилась в результатах российских учащихся, показанных в международных исследованиях математической подготовки школьников. Так, в PISA-2003 впервые проявилось хотя и небольшое, но тем не менее значимое различие между результатами девушек и юношей в пользу юношей. Эта же тенденция наблюдается и в 2006 г. Небольшое преимущество (примерно в 1,5%) в пользу мальчиков явно проявляется на более высоких уровнях грамотности (4-м — 6-м).

## Выводы

- проверки опиралось на материал, изучаемый в российской школе. Однако акценты, сделанные в исследовании на использование материала выделенных учебных тем, резко расходятся со структурой курсов, которые изучали российские 15-летние учащиеся к моменту проведения исследования. Основной акцент в исследовании делается на арифметику и пространственную геометрию, т.е. на тот материал, который в большинстве зарубежных стран продолжает изучаться до 10-го класса включительно, а в российской школе завершается в 6-м классе. В то же время вопросы, которые для 15-летних учащихся России были центральными в течение трёх-четырёх предшествующих лет (алгебра, систематический курс планиметрии), в проверке практически не представлены.

Для выполнения части заданий требовалось знание материала, который ранее не входил в программу российской школы. К ним относятся все задания, составленные на материале таких тем, как «Вероятность» и «Статистика», а также некоторые задания по теме «Функции». Этот материал включён в новые стандарты по математике 2004 года, но в момент исследования не был обязательным для изучения. К таким заданиям можно отнести примерно пя-

тую часть всех вопросов, которые предлагались в исследовании в 2006 г.

- В исследовании можно выделить относительно небольшой перечень знаний и умений, которые на международном уровне считаются необходимыми для современного математически грамотного человека. К ним относятся: пространственные представления, пространственное воображение, некоторые свойства пространственных фигур, использование масштаба, нахождение периметра и площадей нестандартных фигур; умение читать и интерпретировать количественную информацию, представленную в различной форме (таблиц, диаграмм, графиков реальных зависимостей), характерную для средств массовой информации; работа с формулами, знаковые и числовые последовательности; вычисления с рациональными числами, действия с процентами; умение выполнять действия с различными единицами измерения (длины, массы, времени, скорости); использование статистического показателя — среднего арифметического для характеристики явлений и процессов, близких к реальной действительности. Успешное выполнение большинства заданий связано с развитием такого важнейшего общеучебного умения, как умение внимательно прочитать связный текст, выделить в приведённой в нём информации только те факты и данные, которые необходимы для получения ответа на поставленный вопрос.

К сожалению, формированию этих практико-ориентированных знаний и умений в практике работы российской школы до настоящего времени не уделялось должного внимания. Эти же знания и умения проверялись у учащихся 11-го класса в рамках другого международного исследования (TIMSS) в 1995 г. Результаты выпускников старшей школы России были подобны результатам, показанным 15-летними учащимися в рамках исследования PISA в 2000, 2003 и 2006 гг.

- Сравнение результатов России с другими странами явно показывает отличие приоритетов отечественного математического образования от приоритетов, которые проявились в исследовании PISA и характерны для многих стран. Результаты международных сравнительных исследований учебных достижений школьников (TIMSS, 1999, 2003

и 2006 гг.) свидетельствуют, что уровень предметных математических знаний и умений российских восьмиклассников не ниже или превышает уровень учащихся многих стран, которые в исследованиях PISA-2000, PISA-2003, PISA-2006 показали существенно более высокий уровень умения применять свои знания в близких к реальным ситуациям. Это говорит о том, что, обеспечивая учащихся значительным багажом знаний, российская система обучения математике не способствует развитию у них умения выходить за пределы учебных ситуаций, в которых формируются эти знания.

Невысокие результаты сравнительных международных исследований показали, что давно поставленная перед российской школой цель подготовить выпускников к свободному использованию математики в повседневной жизни в значительной степени не достигается на уровне требований международных тестов, проверяющих математическую грамотность. Одна из причин этого явления — крайности в реализации академической направленности школьного курса математики, что привело к отсутствию должного внимания к практической составляющей содержания обучения в основной школе. Эта позиция отразилась и в содержании итоговой аттестации выпускников основной школы, которая проводится только по курсу алгебры 7–9-х классов. Начальная и основная школа постепенно переходят на работу по стандартам 2004 г., в которых выделено специальное требование к математической подготовке: «использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни». Очевидно, что эта установка усилит практическую направленность в обучении математике.

В целом состояние математической грамотности 15-летних российских учащихся, которая проверяется в рамках широкомасштабного исследования PISA, в 2006 г. осталось на том же невысоком уровне, который был зафиксирован на предыдущих этапах исследования в 2000 и 2003 гг.

Начиная с 2003 года, многие страны пересмотрели требования к подготовке учащихся, учитывая результаты, показанные в исследовании PISA, что позволило обеспечить целенаправленную подготовку к выполнению подобных заданий. Проведённая работа явно способствовала большей ус-

пешности школьников этих стран в исследовании 2006 г.

Результаты исследования нуждаются в дальнейшем анализе российскими методистами, психологами, авторами учебников, разработчиками стандартов и другими специалистами в области математического образования. При разработке стандартов нового поколения необходимо широкое общественное обсуждение возможностей разумного баланса между приоритетами в области математического образования в России и приоритетами, которые проявились в исследовании PISA. Очевидно, что большую пользу может принести изучение опыта стран (Финляндии, Японии, Бельгии), которые на международном уровне показывают высокие результаты как при изучении математической грамотности в исследовании PISA, так и при изучении учебных достижений школьников в исследовании TIMSS. □