

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЗАДАЧ С ИЗБЫТОЧНЫМ И НЕДОСТАТОЧНЫМ УСЛОВИЕМ НА ЗАНЯТИЯХ ПО МАТЕМАТИКЕ КАК ОДНО ИЗ СРЕДСТВ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Титова Елена Ивановна,

кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и математического моделирования Пензенского государственного университета архитектуры и строительства, e-mail: ermelenka@rambler.ru

В СТАТЬЕ РАССМАТРИВАЕТСЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НА ЗАНЯТИЯХ ПО МАТЕМАТИКЕ ЗАДАЧ С НЕСТАНДАРТНЫМИ УСЛОВИЯМИ: ИЗБЫТОЧНЫМ, ПРОТИВОРЕЧИВЫМ, НЕДОСТАТОЧНЫМ.. ПОДЧЁРКИВАЕТСЯ ИХ ПОЛЬЗА В ФОРМИРОВАНИИ НЕОБХОДИМЫХ УЧАЩИМСЯ КОМПЕТЕНЦИЙ. ДАЮТСЯ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО СОСТАВЛЕНИЮ ЗАДАЧ ТАКОГО РОДА. ЗАТРАГИВАЕТСЯ МЕТОДИКА ИХ ПРЕПОДАВАНИЯ, ПРИВОДЯТСЯ СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ПРИМЕРЫ.

• преподавание математики • компетентностный подход • задачи с аномальным условием

Компетентностный подход — это совокупность общих принципов определения целей образования, отбора содержания образования, организации образовательного процесса и оценки образовательных результатов. Данный подход является базовым в решении проблемы модернизации российского образования, который прочно укоренился как в школе, так и в вузе.

В основу этого подхода заложены следующие постулаты:

- развить у учащихся способности самостоятельно решать проблемы в различных сферах и видах деятельности, применяя, прежде всего, свой собственный опыт и опираясь на использование социального опыта;
- содержание образования представляет собой дидактически адаптированный социальный опыт решения познавательных, коммуникативных, организационных, нравственных, политических и иных проблем;
- организовать образовательный процесс так, чтобы учащийся находился в услови-

ях, где происходит формирование собственного опыта самостоятельного принятия решения различного вида проблем: познавательных и иных проблем, составляющих содержание образования;

- выделить уровни образованности учащихся, с диагностикой их достижений на каждом определённом этапе обучения.

Выделенные основные идеи компетентностного подхода заложены как в учебный процесс в целом, так и для определённой дисциплины в частности.

Математика в вузе является базовой дисциплиной и чаще всего формирует общепрофессиональные компетенции, если не рассматривать специализированные вузы. Перед педагогом стоит важная задача — сформировать необходимые компетенции через решение математических задач: обучить их анализу изучаемого материала, основным методам решения, научить видеть дальнейшее применение и приложение математики. Одним из эффективных методов усвоения математического материала и формирования прочной системы знаний, тем самым достижения высокого

уровня формирования компетенций, авторы статьи считают использование на занятиях задач с избыточным и недостаточным условием.

Использование задач на занятиях по математике занимает значительное место в методике обучения математике, при этом особое место отводится обучению их решения. Одной из главных причин тех методических затруднений, которые испытывает педагог при обучении решению задач, является отсутствие анализа задачи с точки зрения её определяемости и в связи с этим — неумение видеть внутреннюю структуру и процесс образования задачи.

Чтобы избежать подобных трудностей, необходимо решение достаточного количества разнообразных по содержанию и математической фабуле задач. А поэтому учителю желательно применять на практике неопределённые и переопределённые задачи, а именно задачи с «аномальным» условием. Речь идёт о задачах с неполным, избыточным и противоречивым условием. Как правило, педагоги рассматривают задачи, относящиеся к алгоритмически разрешённым, не развивающим у студентов вариативного мышления: задачи, которые не учат множеству навыков, столь необходимых для формирования определённых компетенций будущих специалистов. Столкнувшись с «аномальной» задачей, учащиеся не могут самостоятельно дать правильный ответ. Они не ставят перед собой вопросов о переизбыточности, недостаточности и противоречивости условий задачи, не анализируют условие, прежде чем начать её решение, не возвращаются к началу задачи, чтобы проверить его, для них она из ряда нерешаемых.

При целенаправленном использовании переопределённых задач студенты довольно быстро приучаются анализировать условие задачи, но в первое время всё же делают довольно грубые ошибки в решении, объясняемые их неумением проводить такой анализ.

При решении задач переопределённых, но имеющих в условии противоречие, студенты после небольшой тренировки находят очевидные или слабо скрытые противоречия, но, если противоречие хоть скольконбудь завуалировано, не замечают его

и просто игнорируют вместо того, чтобы вернуться к условию задачи и проверить решение. То есть необходимость работы над задачей после получения ответа, необходимость анализа этого ответа, выявление его соответствия тексту задачи формируются у учащихся за более длительный срок и с затратой больших усилий как самих учащихся, так и педагога. Поэтому желательно начинать этот процесс, обучая решению задач с первых же занятий.

При решении неопределённых задач учащиеся не умеют перебирать всевозможные случаи, которые возникают из-за этой неопределённости, и часто либо находят одно решение, либо пишут, что задача не решается.

Все трудности решения задач данного типа преодолеваются от занятия к занятию: если вначале студенты не видят и не распознают их, то в дальнейшем ищут подобные задачи и с интересом исследуют их. При первоначальном знакомстве с такими задачами студентов необходимо информировать об их существовании, показывать примеры разбора и решения, постепенно вызывая привыкание к такого рода задачам. Данные задачи способствуют формированию знаний, умений и навыков студентов в каждой изучаемой теме, помогают видеть её значимость и применение. В совокупности всё это нацелено на умение применять систему фундаментальных математических знаний в любой отрасли, что лежит в основе общепрофессиональных компетенций большинства направлений бакалавриата.

Приведём примеры каждого из видов задач.

Задачи с избыточным условием

Точки A, B, C лежат на окружности с центром в точке O , $\angle ABC = 50^\circ$, $\cup AB : \cup CB = 5:8$. Найти $\angle AOC$. (Эту задачу легко решить, не используя отношения $\cup AB : \cup CB = 5:8$.)

Упростите выражение $(2a - b)(2a + b) - (2a + 3b)(2a - 3b)$ и найдите его значение при $a = -12,5$, $b = -2$. (При упрощении данного выражения a сокращается, для подсчёта значения нам достаточно знать только значение b .)

Задачи с недостаточным условием

На первой и второй полках лежало 90 книг, а на первой и третьей — 75 книг. На сколько больше книг лежало на второй полке, чем на третьей? (Решая эту задачу, ученики сталкиваются с четырьмя неизвестными. Чтобы решить задачу, нам не хватает ещё одного данного. Например, общего количества книг.)

Один из углов больше другого на 40° . Найдите эти углы. (Если мы добавим в условие, что эти углы смежные, то задача легко решается, иначе данных для её решения нам недостаточно.)

Задачи с противоречивым условием

В двух сараях сложено сено, причём в первом сарае сена было в 3 раза больше, чем во втором. После того как в первый сарай привезли 20 т, а из второго взяли 10 т, в обоих сараях сена осталось поровну. Сколько всего сена было в двух сараях первоначально? (Условие содержит противоречие, т.к. из меньшего взяли, а в большее добавили, и стало одинаковое количество, такого быть не может.)

Впишите в окружность трапецию, углы которой выражены следующим отношением 3:2:4:3. (Решая задачу, получаем трапецию с двумя прямыми углами; такую трапецию невозможно вписать в окружность, противоречие условия заключается в пропорциональности углов.)

Рассмотрим методику работы с задачей на примере второй задачи с противоречивым условием. В первую очередь необходимо научить студентов анализировать задачу, задавая им вопросы. Затем следует произвести само решение, в ходе которого выяснить, в чём ошибка условия. Записать решение. Схема вопросов может быть примерно следующей.

В: Какая ситуация описана в задаче? О каких величинах идёт здесь речь?

О: Об углах трапеции, которую необходимо вписать в окружность.

В: Что нам известно о её углах?

О: Что они связаны соотношением 3:2:4:3.

В: Можем ли мы выразить их в градусной мере?

О: Да, можно составить уравнение, зная, что сумма углов равна 360° .

В: Давайте найдём их градусную меру.

О: 60° , 120° . И 2 угла по 90° .

В: Изобразите такую трапецию и попробуйте вписать в неё окружность.

О: В трапецию с двумя прямыми углами невозможно вписать окружность.

В: В чём ошибка в этой задаче?

О: Она содержит противоречие в условии.

В: А что нужно изменить в условии задачи, чтобы она имела решение?

О: Изменить соотношение углов.

В: Убедитесь в правильности наших рассуждений и, решив эту задачу, запишите кратко её оформление, сделайте рисунок.

В учебниках вероятность встретиться с такой задачей невелика, поэтому педагогу при использовании данной методики, следует самому составлять такого рода задачи. Для того чтобы превратить обычную задачу в некорректно сформулированную, необходимо действовать согласно следующему алгоритму:

Педагог должен решить данную задачу и определить, какого рода изменения она может быть подвергнута;

Составление задачи с недостаточным условием — один из лёгких вариантов изменения: достаточно убрать одно данное, без которого невозможно составить уравнение, построить чертёж и т.п.

Составление задачи с избыточным условием предполагает добавление данных, которые, как правило, приводят к ещё одному исходу решения; тем самым задача решается по одним данным и по другим, одно всегда остаётся неприменимым.

Задачи с противоречивым условием должны содержать неправильно использованное свойство или неверную формулу, в результате невозможно получить результат. В изложенном выше примере — это соотношение углов трапеции. Также, к примеру, можно задать треугольник, в котором пересекаются 2 медианы и отрезки одной из них от точки пересечения равны 3 и 5, что заведомо неправильно: по свойству медианы точкой пересечения делятся 2:1 от вершины, а эта пропорция нарушена.

Итак, мы выяснили, что каждый из указанных типов задач несёт в себе определённую развивающую функцию. Так, переопределённые задачи требуют умения анализировать условие и строить решение задачи при помощи минимального числа данных. Противоречивые задачи заставляют выполнять проверку решения, более внимательно анализировать данные задачи. Неопределённые задачи требуют достаточно обширных знаний об объекте задачи, о связях его с другими математическими объектами, которые могут оказаться полезными при получении пусть неопределённого ответа, но всё же ограниченного некими рамками. Подвергая решаемые задачи определённому анализу, работая с их решением и получая правильный результат, студенты осваивают курс математики на более высоком уровне, получают более прочную систему знаний и сформированные нужные компетенции. □

Литература

1. Бузулина Т.И. Неопределённые задачи в профессиональной подготовке будущих учителей математики. — Ростов н/Д, 2002.
2. Гарькин И.Н., Титова Е.И. Формирование компетенций у студентов технического вуза через решение задач с аномальным условием // Аллея науки: научно-практический электронный журнал. — 2017. — № 14..
3. Гребенев И.В., Ермолаева Е.И., Круглова С.С. Математическая подготовка абитуриентов — основа получения профессионального образования в университете // Наука и школа. — 2012. — № 6. — С. 27–31.

4. Ермолаева Е.И. Проблемы усвоения математических знаний студентами технических вузов // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. — 2010. — № 7. — С. 270–272.
5. Титова Е.И. Требования к профессионально ориентированным математическим задачам строительства // Проблемы научной мысли. — 2018. — Т. 1. — С. 28–30. (ISSN 1561–6916).

Literatura

1. Buzulina T.I. Neopredelyonnye zadachi v professional'noj podgotovke budushchih uchitelej matematiki. — Rostov n/D, 2002.
2. Gar'kin I.N., Titova E.I. Formirovanie kompetencij u studentov tekhnicheskogo vuza cherez reshenie zadach s anomal'nym uslovиеm // Alleya nauki: nauchno-prakticheskij ehlektronnyj zhurnal. — 2017. — № 14..
3. Grebenev I.V., Ermolaeva E.I., Kruglova S.S. Matematicheskaya podgotovka abiturientov — osnova polucheniya professional'nogo obrazovaniya v universitete // Nauka i shkola. — 2012. — № 6. — С. 27–31.
4. Ermolaeva E.I. Problemy usvoeniya matematicheskikh znaniy studentami tekhnicheskikh vuzov // Fktual'nye problemy gumanitarnyh i estestvennyh nauk. — 2010. — № 7. — С. 270–272.
5. Titova E.I. Trebovaniya k professional'no orientirovannym matematicheskim zadacham stroitel'stva // Problemy nauchnoj mysli. — 2018. — Т. 1. — С. 28–30. (ISSN 1561–6916).