УДК 376

ФИЛОСОФИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В СОВРЕМЕННОЙ ШКОЛЕ

Клепиков Валерий Николаевич,
кандидат педагогических наук, ведущий научный сотрудник ФГБНУ «Институт изучения детства, семьи и воспитания» РАО, учитель математики, физики и этики МБОУ «СШ № 6 г. Обнинск», Калужская область, e-mail: Klepikovvn@mail.ru

НЕОБХОДИМОСТЬ ВПЛЕТЕНИЯ ФИЛОСОФИЧЕСКИХ ЛИНИЙ В СОВРЕМЕННОЕ ОБРАЗОВАНИЕ СВЯЗАНА С ТЕМ, ЧТО МНОГИЕ ШКОЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ СТАНОВЯТСЯ ВСЁ БОЛЕЕ И БОЛЕЕ ОТВЛЕЧЁННЫМИ, АБСТРАКТНЫМИ, ОТОРВАННЫМИ ОТ ВНУТРЕННЕГО МИРА РЕБЁНКА, ОТ СВОИХ КУЛЬТУРНО-ИСТОРИЧЕСКИХ КОРНЕЙ. ФИЛОСОФИЧЕСКИЙ ПОДХОД ПОДДЕРЖИВАЕТ ЖИВОЙ ИНТЕРЕС РЕБЁНКА К МИРУ, ПРОДУЦИРУЕТ ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ВОПРОШАНИЯ И ТВОРЧЕСКИЕ ИЗЫСКАНИЯ, ПОМОГАЕТ СФОРМИРОВАТЬ У НЕГО ЛИЧНОСТНОЕ МИРОВОЗЗРЕНИЕ И ИНДИВИДУАЛЬНУЮ НАУЧНУЮ КАРТИНУ МИРА.

• философия математического образования • философический подход • философско-математические диады и триады • интеграционные процессы • интерактивные методы • ключевая задача • проблема • диалог • личностное событие • продукт • притчевые миниатюры

Математика есть средство делать душу прекрасней.
Платон

В последние годы в связи с выхолащиванием математического образования всё реже можно обнаружить статьи и идеи, рассматривающие математику в общекультурном и философском контексте. Почти исчезли исследовательские работы детей на региональных и всероссийских конференциях, связывающие школьные предметы и философию, работы по этике[1]. Зато появилось множество работ, посвящённых эзотерике, мистике, различным «таинственным» явлениям, НЛО[2].

Хотя, напомним, в 90-е годы прошлого века интерес к философии в школах России был повышенным, например в «Школе диалога культур» [1]. Да и не только у нас. Во многих европейских странах до сих пор используют программу «Философия для детей», которую разработали европейские мыслители М. Липман, Х. Фрезе, Г. Мэтьюз во 2-й половине XX в. [6]. Она была внедрена позднее в школах 10 стран. Конечно, в её рамках дети не изучают трактаты Аристотеля, Канта или Бердяева, а, скорее, через чтение различных притч, историй, сказок и просмотров видеороликов учатся формулировать вопросы, вести конструктивный диалог, находить аргументы, неординарно мыслить.

Казалось бы, ну причём тут философия, ведь учить нестандартно мыслить, рассуждать, диалогизировать можно на любом содержательном материале!? Однако именно философия поворачивает и связывает сознание человека с предельными вопросами существования («в чём истоки, цель и смысл…?»), опираясь преимущественно не на веру, а на разум, на рациональные основы бытия. Более того, именно философия помогает найти человеку его место в мире, упаковать мировоззрение в наиболее аутентичных формах, сформировать общую культуру.

Исследование Philosophy for Children, проведённое Education Endowment Foundation (EEF) среди британских школьников в возрасте 9–10 лет, доказывает: дети, у которых хотя бы раз в неделю по расписанию стоит урок философии,

[1] В частности, на конференциях, которые проводит Малая академия наук «Интеллект будущего».

[2] На недавней детской конференции автору статьи пришлось столкнуться с «научной» темой «Вам поможет домовой!».

демонстрируют лучшие результаты в математике и литературе. Всего в исследовании приняло участие более 3 тыс. детей из 48 школ Англии. Каждую неделю учащиеся дискутировали о том, что такое истина и ложь, свобода и необходимость, причина и следствие. Учителя заметили, что школьники, помимо хороших результатов по этим двум предметам, стали демонстрировать большую уверенность в себе, а также желание слушать и прислушиваться к другим людям, размышлять на различные темы [7].

Необходимость вплетения философических линий в современное образование связана с тем, что многие школьные предметы становятся всё более и более отвлечёнными, абстрактными, оторванными от внутреннего мира ребёнка, от своих культурно-исторических и философских корней [3]. По словам замечательного математика В.Ф. Арнольда, «выхолощенное и формализованное преподавание математики на всех уровнях сделалось, к несчастью, системой. Выросли целые поколения профессиональных математиков и преподавателей математики, умеющих только это и не представляющих себе возможности какого-либо другого преподавания математики» [1, с. 27].

Тотально мы учим детей тому, по отношению к чему у них не возникает даже вопросов, а об истоках познания — удивлении и изумлении — мы даже и не вспоминаем. Сегодняшние учителя не имеют элементарной общекультурной и философской подготовки. Отсюда доскональное следование выхолощенным программам и процветание в нашем образовании так называемого предметоцентризма («туннельного подхода»), исключающего не только философические, но и всякие интегративные процессы. Излишне, наверное, добавлять, что дорогостоящие наукообразные учебники дети почти не читают.

А ведь не секрет, что именно философический подход, приоткрывая различные уровни реальности (бытия), поддерживает живой интерес ребёнка к миру, продуцирует эвристические вопрошания и творческие изыскания. Именно философия противостоит схоластике в образовании и способствует тому, чтобы ребёнок сохранил свой самобытный взгляд на мир, выработал свой уникальный ракурс восприятия мира. Более того, именно философический подход помогает сформировать научную картину мира и личностное мировоззрение [4]. На философических практикумах дети обычно раскрепощаются, становятся активными, задают множество нестандартных вопросов, не боясь ошибиться или сказать что-то не так.

В этой связи важно подчеркнуть, что, на наш взгляд, на философически ориентированных уроках и занятиях должны рассматриваться не абстрактные для ребёнка темы и проблемы, а те, которые, например языком математики, говорят что-то о его внутреннем мире, формируют его картину мира, мировоззрение. Другими словами, с помощью языков различных предметов (понятий, образов, символов, знаков, значений, смыслов) ребёнок постигает не только окружающий мир, но, главное, свой собственный. Более того, именно философская составляющая помогает современному школьнику жить и действовать в столь сложном, противоречивом и неопределённом мире, ведь именно в философии широко используются и обсуждаются такие понятия, как «софистика», «неопределённость», «относительность», «вероятность», «вариативность», «парадокс», «открытые задачи и проблемы», «свобода» и т.п.

Как известно, математика просто пронизана философией, а многие философы были математиками (Пифагор, Платон, Кузанский, Декарт, Ньютон, Лейбниц и др.) Более того, как показывают многие мыслители, математика зарождалась в лоне философии. Если внимательно продумать школьный математический материал, то в сознании волей-неволей «всплывают» следующие философско-математические триады и диады: истина — ложь, логика — софистика, равенство — неравенство, единое — многое, идеальное — реальное, целое — доля — часть, пропорциональное — подобное, симметрия — асимметрия — дисимметрия, конечное — бесконечное — предельное, рациональное — иррациональное — трансцендентное, дифференцирование — интегрирование, непрерывное — дискретное и т.д. Тем самым возникает стойкое ощущение, что математика и философия очень близки, более того, нуждаются друг в друге.

Академик В.И. Арнольд в своей статье «“Жёсткие” и “мягкие” математические модели» приводит интересный факт, что один из дореволюционных российских премьер-министров (с математическим образованием) разделял математиков на две группы: «Между математиками есть двоякого рода люди: 1) математики-философы, т.е. математики высшей математической мысли, для которых цифры и исчисления есть ремесло; для этого рода математиков цифры и исчисления не имеют никакого значения, их увлекают не цифры и исчисления, а сами математические идеи. Одним словом, это математики, так сказать, чистой философской математики; 2) напротив, есть такие математики, которых философия математики, математические идеи не трогают, которые всю суть математики видят в исчислениях, цифрах и формулах» [1, с. 28]. Добавим, что были и такие математики, которые органично интегрировали в себе философские и математические способности (А. Пуанкаре, П.А. Флоренский, А.Ф. Лосев, В.В. Налимов и др.).

Освоение философско-математических понятий как личностно значимых ценностей[3] происходит на уроках и во внеурочной деятельности постепенно. Как показывает наш опыт, на первом этапе ребята преимущественно сочиняют математические загадки, каламбуры, анекдоты, ребусы, кроссворды и т.д. На втором этапе учащиеся создают математические сказки, притчевые миниатюры и эссе. На третьем этапе школьники занимаются исследовательской и проектной деятельностью. Специфика перечисленных видов творчества заключается в том, что ребята опредмечивают свой субъективный опыт в образовательных продуктах, значимых для их внутреннего мира. Приведём несколько примеров подобных детских творческих продуктов.

«*Мудрость*». Однажды юный человек провёл отрезок и попросил мудреца, чтобы тот сократил его, не урезывая и не касаясь. Мудрец параллельно провёл более длинный отрезок, и тем самым первоначальный отрезок был умалён. «Так можно относиться к своим недостаткам и достоинствам, — заметил мудрец, — увеличивая достоинства, мы тем самым умаляем недостатки». В свою очередь мудрец задал юноше следующую задачу: на листе бумаге находятся две различные точки, как эти точки совместить, если исключить возможность соединения точек линией? Юноша, подумав, сложил листок и совместил точки. «Так часто бывает в жизни, — подметил юноша, когда проблема не решается в “плоском измерении”, то легко решается во “многомерном”».

«*Скорость жизни*». Существует формула: $vt = s$ — время, умноженное на скорость, равно расстоянию. Будучи распространена на жизненный путь человека, эта формула означает, что чем с большей скоростью «идёт», «бежит» или «летит» человек по жизни, тем длиннее его жизненный путь. Скорость и пройденный путь — прямо пропорциональные величины. Можно прожить короткую по времени жизнь, но пройти за это время в своём развитии громадное расстояние. Таким образом, скорость жизненного движения зависит от способности человека развить нужную скорость. Пушкин прожил всего 37 лет, но за свою жизнь он сделал столько, сколько другой человек не сделал бы за несколько жизней, например за 300 лет. Конечно, многое зависит от врождённых способностей, но многое зависит и от самого человека. Так будем же двигаться по жизни с оптимальной скоростью!

«*Пропорция отношений*». Древнегреческий математик Фалес говорил: «Помните, что дети ваши будут обходиться с вами так же, как вы обходитесь со своими родителями». В данном высказывании Фалес использует те знания о пропорции, в которых утверждается, что пропорция — это равенство двух отношений: $a / b = c / d$. Учитывая знания о пропорции, мысль Фалеса можно сформулировать и так: моё отношение к родителям будет равным отношению моих детей ко мне. Также в высказывании Фалеса присутствует золотое правило нравственности: относись к другим так, как ты хотел бы, чтобы они относились к тебе.

«*Свято место пусто не бывает*». Говорят, что «свято место пусто не бывает». Действительно, если мы не прилагаем необходимых нравственных усилий, то в пространство нашей жизни заползает зло. Получается

[3] По мнению автора статьи, любые предметные понятия должны перерасти в сознании ребёнка в ценности путём актуализации личностных смыслов. В этом суть развития человека: движение «от смысла к смыслу».

так, что для возникновения зла нужно просто прекращать творить добро, то есть быть пассивными. Таким образом, между добром и злом существует обратная зависимость: чем больше сотворяется добра, тем меньше остаётся места злу.

«*Сократ и эпикуреец*». Однажды к Сократу подошёл эпикуреец и заметил, что если он предложит его ученикам множество различных удовольствий, то они от него уйдут. Сократ неожиданно согласился: может быть, так и произойдёт, ведь с горы скатиться гораздо легче, чем на неё подняться. В контексте данной истории интересен следующий математический факт: если искомое число уменьшить на 50%, то затем полученное число до первоначального необходимо увеличить уже на 100%. Проценты здесь выступают в роли долей. А доли — это самые пластичные и живые числа, которые помнят о целом и части, чутко реагируя на различные изменения величин. Данная математическая операция показывает, что в жизни очень легко нечто утратить, но гораздо сложнее восстановить.

Обычно философические дискуссии возникают с эвристического или неожиданного вопроса ученика. Например: «Как дать определение точке?», «Почему числа такие разные?», «В чём различия цифры, числа и величины?», «В чём различия окружности, круга, сферы и шара?», «В чём различие между симметрией и асимметрией?», «Когда часть “помнит” о целом?», «Какую тайну и почему утаивали пифагорейцы?», «Почему Ахилл никогда не сможет догнать черепаху?», «Как нам начертить прямую, если мы никогда не сможем её “охватить”?», «Какие в математике существуют парадоксы?», «Что значит бесконечно малая величина?», «Что мы “ловим” с помощью производной?», «Почему фракталы такие красивые?», «Почему пропорция называется “золотой”?», «Как обычная пропорция становится “золотой”?» и т.д. Обычно после таких вопросов педагог предлагает исследовать данный вопрос или эту проблему.

Философический подход рассматривает образовательный процесс как череду личностных событий. Только благодаря «живым знаниям», переживаемым как события (в пределе эвристические потрясения: «Эврика!»), происходит полноценное развитие человека. Обратим внимание: важно не просто решить задачу или пример, а рассмотреть их в контексте той или иной математической идеи, проблемы, открытия. Действительно, в погоне за экзаменами, когда нужно прорешать десятки «туннельных» тестов, учителя и учащиеся совершенно не осваивают, не проживают фундаментальные математические идеи. По этому поводу известный математик-методист П.М. Эрдниев сетовал: «Интересное, занимательное, удивительное в математике подчас не находит места в учебнике. Эти наиболее информативные и драгоценные достижения человеческой мысли сообщаются вне и после уроков, т.е. лишь небольшой части учащихся, в необязательном плане» [4, с. 233].

Действительно, нередко дети понятия не имеют о «квадратуре круга», «трисекции угла», «проблеме несоизмеримости», числах Фибоначчи, трансцендентности числа «пи», «золотой пропорции», логарифмической спирали, фракталах и многом другом. Более того, даже знания о процентах у них достаточно поверхностны. Попробуйте задать ребятам следующий вопрос: во сколько раз изменилась стоимость товара, если она увеличилась на 200%? И многие скажут, что в 2 раза!? Таким образом, принципиально важно не просто решить некоторую задачу (или ряд задач), но исследовать в контексте научных, исторических, культурных и философских контекстов ключевую задачу-проблему, которая обусловила поворотный момент в истории математики. Важно выяснить, чем была данная ключевая задача в истории развития математики и культуры человечества, а также прояснить значимость данной задачи для внутреннего мира учащегося. И тогда усвоенная задача становится очередной ступенькой в ходе формирования математической культуры учащегося [5].

Ключевые задачи общеизвестны: открытие числа (в многообразии его определений и исторических коннотаций), открытие проблемы несоизмеримости (в контексте «противостояния» рациональных и иррациональных чисел), доказательство теоремы Пифагора (в контексте универсальности и различия исторических трактовок), задача на решение «квадратуры круга» (в контексте строгого и нестрогого решения), задача на трисекцию угла (возможности деления угла на три равные части), обнаружение различных видов пропорции (обычная, геометрическая, «золотая», арифметическая, гармоническая, их применение, взаимосвязь), софистические задачи (в контексте математических законов и правил логики), наличие различных систем счисления в культурах народов (в контексте их культурно-исторического аспекта), задачи на теорию вероятности (в контексте их проблемного обсуждения Паскалем и Ферма), проблема бесконечности (в контексте её интерпретации Зеноном, Аристотелем, Лейбницем и другими математиками и философами), проблема континуума (драма идей Кантора), нахождение мгновенной скорости (исследования Галилея), нахождение объёма бочки («Новая стереометрия винных бочек» Кеплера и «Геометрия неделимых» Кавальери), открытие интегрирования и дифференцирования (в контексте диспута Лейбница и Ньютона) и т.д.

На ключевую задачу порой бывает выйти нелегко, тогда можно использовать любое значимое для ребёнка достоверное математическое знание, только его нужно грамотно «раскрутить», захватить в его орбиту самые существенные смыслы и значения, в том числе узловые проблемы.

Многие учёные отмечают, что в любой информации существуют особые «зоны уплотнения», «узловые точки» или «монады», которые как бы собирают, стягивают информацию в единое целое и в круге которых образуется силовое поле, наблюдается более интенсивная духовно-интеллектуальная жизнь. Такие точки П.А. Флоренский назвал «средоточиями», М.К. Мамардашвили — «точками интенсивности», В.С. Библер — «точками удивления», В.И. Загвязинский — «горячими точками», А.В. Хуторской — «точками-проблемами», Г. Померанц — «узелками бытия», А.Н. Леонтьев — «смысловыми единицами», а некоторые мыслители говорят о «точках роста». Здесь важно отметить, что именно субъектно-значимое знание может захватить ребёнка и способствовать формированию его индивидуальной математической культуры.

Рассмотрим пример того, как может развиваться философический диалог с ребятами на уроке, внеклассном занятии или заседании НОУ в школе. К таким диалогам, разумеется, нужно тщательно готовиться: продумывать «точки роста», «тупики», эвристические моменты, интересные культурно-исторические сведения, распределять между ребятами определённые роли («модератор», «знаток», «историк», «скептик», «провокатор» и т.д.)[4].

— Уважаемые ребята! Недавно ребята 6-го класса столкнулись со следующей проблемой: возможно ли при делении первого числа (делимое) на второе (делитель), чтобы первое в результате (частное) увеличилось? Например, возможно ли при делении 15 на какое-либо число получить 60? Как себе это представить? Какая трудность здесь возникает?

— С точки зрения здравого смысла, когда мы делим, то число должно уменьшиться, а оно увеличилось аж в 4 раза!

— Но с подобными примерами мы встречались уже в 5-м классе, когда изучали деление десятичных дробей. Правда, не очень-то задумывались над этим…

— Как себе это вообразить на конкретном примере?

— Чтобы было проще представить эту ситуацию, давайте рассмотрим её на часах с циферблатом. Пусть у нас фигурируют 15 минут и 60 минут.

— Как определить, какую *долю* составляют 15 минут от 60 минут?

— Делим 15 на 60 и получаем 1/4. Тогда чтобы получить 60, нужно 15 разделить на 1/4.

— Итак, чтобы частное стало больше делимого, нужно, чтобы делитель был меньшее 1!

— Здесь возникают три возможные ситуации: как найти: 1/4 от часа; 15 минут от часа; неизвестную величину, если 15 минут есть 1/4 часа.

— В первом случае мы умножаем, во втором — делим, в третьем также делим 15 на 1/4.

[4] Диалоги становятся более интересными, когда на занятии присутствуют ребята разных возрастов. Часто выясняется, что о многих смыслах они, когда проходили ту или иную тему, даже не задумывались.

— Какие понятия нам нужны, чтобы решить эти примеры?

— Понятия «целое», «доля» и «часть».

— Что в данных примерах является *целым*, *долей*, *частью*?

— 15 минут — *часть*, 1/4 — *доля*, час — *целое*.

— Какое понятие связывает два других?

— Это *доля*, так как это единственное из данных чисел, которое связывает два других — *целое* и *часть*. Доля 1/4 связывает числа 15 и 60 (1/4 = 15/60).

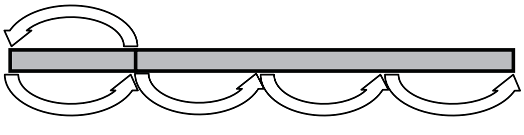
— Почему «единственное»? А разве число 15/60 не «помнит» об 1 и 4?

— Да, если числа 15 и 60 составляют отношение, то они также становятся *долей*.

— Здесь явно проявляется свойство пластичности пропорции: в ней мы можем менять местами крайние и средние члены.

— А как *доля* связывает другие два числа?

— Она их связывает в движении, ведь чтобы связать *целое* и *часть,* их нужно сопоставить, соизмерить, сравнить. Например, чтобы показать 1/4 по отношению к *части* и *целому,* нужно проделать следующую процедуру: сначала мы обводим рукой или мысленно 1 часть, а потом — 4 части (целое).



— Действительно, когда мы нечто измеряем, то мысленно прокручиваем, прикидываем, сколько выбранных единиц измерения до намеченного места.

— Например, представляем или берём линейку в 1 метр и укладываем этот метр несколько раз вдоль комнаты, измеряя тем самым её длину.

— Кстати, расстояние я могу измерять, например, карандашом, ручкой, указкой, своим шагом, ладонью и т.д. Тогда они выступают в роли меры, а не 1 метр!

— На Руси были такие единицы измерения, как ладонь, шаг, сажень, локоть, пядь и т.д. Другими словами, единицы измерения были как бы одушевлёнными, связанными с человеческим телом.

— Поэтому и домам выглядели как живые, так как все части дома были соразмерны хозяевам. А вещи назывались «утварью», почти как домашние животные!

— Кстати, интересно, что на Руси данные математические понятия были замечательным образом связаны с повседневной культурой людей. Например, согласно народным представлениям, каждый человек как органичная *часть* мира при рождении наделялся своей, определённой *долей*. Она не рассматривалась сама по себе, а соотносилась с понятием чего-то *целого*. Этим целым в традиционном российском сознании представлялось всеобщее народное благо. В мифологических представлениях образу *Доли* как хорошей судьбы нередко противостоит *Недоля* как олицетворение неудачной, плохой жизни. По некоторым поверьям, хорошая *доля* может оставить человека, если он всё время грешит.

— *Доля* — хорошее средство для интеллекта, который постоянно всё соизмеряет, выверяет, прикидывает, встраивает.

— А что такое *целое*?

— Это нечто самое большое.

— Это *всё*, то есть то, что охватывает *всё*.

— *Целое* объединяет различные вещи.

— А всегда ли *целое* есть что-то самое большое?

— В математических задачах *целое* не всегда бывает самой большой величиной.

— Более того, часто в задачах фигурируют несколько *целых*. Например, в первый день продали 20% всего товара, во второй —

30% остатка, а в третий — 40% оставшегося товара. Здесь мы вычисляем относительно трёх *целых.*

— Так что же такое *целое*?

— Это то, относительно чего мы вычисляем или измеряем.

— А может ли *часть* быть больше *целого*?

— Конечно, не может.

— В каком-то смысле может, если *доля* больше 1, например находим 4/33 от 30. Получаем 40, а *целое* — 30.

— Да, но получившееся число 40 — это тоже уже *целое*.

— Получается так, что величины в задачах могут выступать одновременно и как *часть*, и как *целое*?

— Философы бы сказали: здесь мы обнаруживаем диалектику!

— Другими словами, в математике очень важно, относительно чего мы размышляем.

— В этом и состоит трудность решения задач на *целое*, *долю* и *часть*.

— Теперь можно отчасти понять загадочное высказывание Аристотеля о том, что *целое* предшествует *частям*.

— Почему загадочное? Ведь все живые организмы рождаются не по *частям*, а сразу *целыми*.

— Существует на эту тему забавная байка о Ходже Насреддине. Как-то ночью, когда Насреддин сладко спал, жена растолкала его и говорит: «Ребёнок целый час плачет, неужели ты не слышишь? Ведь он наполовину твой! Покачай его». А Насреддин отвечает: «Моя половина пусть плачет. Успокой свою половину». С этими словами он повернулся к стене и заснул.

— Да, половина ребёнка — это круто!

— То, что в математике можно делить, в жизни — категорически нельзя.

— А можно ли *частью* измерить *целое*?

— В начальной школе мы из *частей* составляли *целое*, поэтому, с этой точки зрения, можно.

— Да, но *часть* тоже ведь с помощью чего-то измеряется. А для этого опять же нужно *целое*, например 1 метр, 1 сантиметр, 1 миллиметр.

— Конечно, нельзя, так как не *часть*, а именно *целое* задаёт всему меру. Например, если я скажу, что проехал некоторое расстояние, то без *меры-целого* невозможно определить, какое это расстояние по величине. Таким образом, без *целого часть* есть нечто неопределённое.

— Недаром, когда хотят сказать о чём-то негативное, то говорят, что это нечто *частное*, то есть малозначащее, ущербное, неопределённое.

— Лучше сказать не *частное*, а *осколочное*, ведь из частей мы можем составить целое, а из осколков — уже никогда.

— Вспоминается мультфильм-притча «Тридцать восемь попугаев». Мартышка пытается сначала измерить удава с помощью самого же удава. Удав протестует, когда мартышка говорит, что он составляет две половины, и заявляет, что он *целый*.

— Удав понимает, что живое существо нельзя составить из *частей*.

— Да, затем приходит попугай и подсказывает, что измерить удава можно лишь с помощью того, что находится вне его, например с помощью его самого — попугая. И тут у героев наступает прозрение: удава измеряют с помощью мартышки, потом с помощью слонёнка.

— Кстати, когда попугай измерил удава, то получилось не ровно тридцать восемь попугаев, а тридцать восемь попугаев и одно крылышко.

— Другими словами, дробь. Точнее — смешанное число.

— А к чему вы вспомнили этот мультфильм?

— Здесь, кажется, возникает ещё один вопрос: может ли *целое* — удав — измерить самого себя?

— Нет. Если требуется что-то измерить, нужно взять за *целое* нечто другое. Поэтому *целым* выступает уже не сам удав, а попугай, мартышка или слонёнок.

— Значит, получается так: то, что нам нужно измерить, как бы приобщается к идеальной мере, эталону, в частности, к 1 метру?

— Да, поэтому *часть* — это то, что приобщается к *целому* и благодаря этому соответствию приобретает размерность.

— Кстати, *часть* сама по себе не помнит о *целом*, как, впрочем, и *целое* — о *части*. Например, если у меня в кармане 5 конфет, то по данной *части* невозможно сказать, сколько у меня всего конфет. Однако если я скажу, что это половина всех конфет, то сразу же станет ясно, сколько я имею конфет.

— Поэтому приобщение к *целому* возможно только через посредство *доли*.

— Получается так, что без посредства *доли* *часть* и *целое* обречены на вечное одиночество.

— Это действительно так, если не называть *целым*, например, простую сумму частей-отрезков, его составляющих.

— Да, но в таком случае *целое* разбивается на бесконечную сумму отрезков, которые не играют по отношению к *целому* существенной роли, так как в этом случае *целое* однозначно всегда больше любого из отрезков.

— Делением отрезка на *части* мы занимались в младших классах, а сейчас нам более интересно то, что отрезки можно измерять с помощью не только сантиметров, но и *долей*.

— Странная эта *доля*: она как бы живая, без неё невозможна никакая связь.

— А разве *целое* менее загадочно? Ведь оно может быть по размерам каким угодно, и, несмотря на это, именно оно даёт всему меру!

— Действительно, даже если *целое* очень маленькое, например, 1 миллиметр, то оно и тогда есть *целое*.

— Вспоминается поговорка: «Мал золотник, да дорог».

— А что в духовной жизни человека выступает в качестве меры, эталона или *целого*?

— Это идеалы, ценности, принципы. Приобщаясь к ним, человек самосовершенствуется.

— Более того, *целое* лишний раз напоминает, что целостные явления жизни нельзя делить на *части*. Например, нельзя любить на четверть или дружить на треть.

— Что же касается *части*, то она также может быть какой угодно по величине.

— Однако безмерная *часть* может только озадачить или даже напугать своей неопределённостью. Представьте себе геометрическую фигуру, которая не имеет измерений.

— Или человека, живущего без идеалов и принципов, такой человек воплощает собой некий первобытный хаос.

— А где *часть* и *доля* совпадают по числовому значению?

— Там, где *целое* и *часть* совпадают по размерам. Например, мы выбрали *целое-меру*, а оно совпало, например, с эталоном длины — 1 метром. Тогда 1/2 от *целого* и 1/2 от метра совпадут.

— А могут ли совпасть *доля* и *целое*?

— Вряд ли, ведь не могут же, например, совпасть 1/2 и 20 см.

— Я думаю, могут, если *доля* будет равна единице, например: две вторых, три третьих и т.д.

— А могут ли совпасть и *доля*, и *целое*, и *часть*?

— С точки зрения математики, не могут, так как тогда они станут чем-то единым.

— Наверное, могут, но только тогда, когда они будут равны нулю, то есть в точке.

— Да, точка — таинственная фигура: из неё как бы всё разворачивается и в неё же всё сворачивается.

— А можно ли связать *целое*, *долю* и *часть*?

— Конечно можно, с помощью *пропорции*. Пропорция есть органичная связь *доли, части* и *целого*. Например, 1/4 = 15/60 мин.

— Не зря великий Платон говорил: «Однако два предмета сами по себе не могут быть хорошо сопряжены без третьего, ибо необходимо, чтобы между одним и другим родилась некая объединяющая их *связь*. Прекраснейшая же из связей такая, которая в наибольшей степени единит себя и связуемое. И задачу эту наилучшим образом выполняет *пропорция*…».

— Значит, мы в процессе рассуждений осмыслили пять понятий: «всё», «целое», «доля», «часть» и «пропорция». Да, ещё «осколок».

— Давайте попробуем дать им определения.

— С помощью слова «всё» мы можем попытаться «объять необъятное», то есть нечто самое большое.

— *Целое* — это то, с помощью чего мы измеряем, и то, к чему приобщаются *части*. При этом *целое* не всегда самое большое.

— *Часть* — это то, что приобщается к *целому* и тем самым обретает размерность, соизмеримость, определённость.

— *Доля* — это то, что связывает *целое* и *часть*; она всегда «помнит» о *части* и *целом*.

— Именно, *целое*, *доля* и *часть* составляют пропорцию: *часть* / *целое* = *доля*.

— Итак, давайте лаконично отрефлексируем самое важное, к чему мы пришли в ходе нашего диалога.

— Есть число, которое осмысливается в движении — это *доля*.

— *Часть* и *целое* в задачах — относительные величины. *Целое* может выступать в роли *части*, а *часть* — в роли *целого*.

— Поэтому математика не такая уж статичная или даже застывшая наука, как её представляют. В какой-то момент числа оживают.

— Понятия *целое*, *доля* и *часть* важны не только в математике, но и в культуре, духовной жизни человека.

— Вот почему древние греки и другие древние народы считали математику магической наукой, а числа обожествляли.

— Данные понятия как бы моделируют мышление человека: ведь мышление есть постоянное нахождение меры, соответствия, пропорции.

— Это действительно метапредметные понятия, работу которых мы можем обнаружить на всех предметах, даже если мы их и не озвучиваем.

— Уважаемые ребята! Сегодня мы плодотворно поразмышляли, пришли к очевидным и неожиданным мыслям. Оказалось, что математические понятия далеко выходят за границы математики — в жизнь и культуру, помогают человеку упорядочивать окружающий мир, духовную сферу. С вашего согласия в следующий раз мы поразмышляем о *пропорции*. Кто возьмётся за подготовку следующего занятия?

Итак, философские математические занятия в школе должны быть нацелены на то, чтобы на них было возможно пережить состояния полноты, порядка, целостности, гармонии, совершенства, идеальности, симметрии, ясности, логической стройности, точности, строгости, доказательности, бесконечности, парадоксальности, визуальной и интеллектуальной обозримости, изящества, интеллектуальной сосредоточенности, напряжённого размышления, концентрированного внимания. Все перечисленные состояния собраны по отзывам детей, которые присутствовали на философских занятиях. И это замечательно, ведь недаром великий Платон говорил, что математика «делает душу прекрасней». А что может быть важнее? ❑

Литература

1. *Арнольд В.И.* «Жёсткие» и «мягкие» математические модели. — М.: Изд-во МЦНМО, 2004. — 32 с.
2. *Библер В.С.* От наукоучения — к логике культуры. — М.: Политиздат, 1990. — 413 с.
3. *Клепиков В.Н.* Отчуждение современных детей от школьных знаний: возможно ли что-то сделать? // Школьные технологии. — 2018. — № 1. — С. 9.
4. *Клепиков В.Н.* Пути формирования научной картины мира в школе // Школьные технологии. — 2018. — № 5. — С. 3.
5. *Клепиков В.Н.* Математическая культура современного школьника // Школьные технологии. — 2016. — № 1. — С. 51.
6. *Соловьёва Г.Г., Сувойчик Л.В.* Дети-философы // Философские исследования. — 1999. — № 2. — С. 52.
7. *Freese H.-L.* Kinder sind Philosophen. — Berlin, 1998.
8. *Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П.* Обучение математике в школе: Укрупнение дидакт. единиц: Кн. для учителя. 2-е изд., испр. и доп. — М.: АО «Столетие», 1996. — 320 с.

Literatura

1. *Arnol'd V.I.* «ZHyostkie» i «myagkie» matematicheskie modeli. — M.: Izdvo MCNMO, 2004. — 32 s.
2. *Bibler V.S.* Ot naukoucheniya — k logike kul'tury. — M.: Politizdat, 1990. — 413 s.
3. *Klepikov V.N.* Otchuzhdenie sovremennyh detej ot shkol'nyh znanij: vozmozhno li chto-to sdelat'? // SHkol'nye tekhnologii. — 2018. — № 1. — S. 9.
4. *Klepikov V.N.* Puti formirovaniya nauchnoj kartiny mira v shkole // SHkol'nye tekhnologii. — 2018. — № 5. — S. 3.
5. *Klepikov V.N.* Matematicheskaya kul'tura sovremennogo shkol'nika // SHkol'nye tekhnologii. — 2016. — № 1. — S. 51.
6. *Solov'yova G.G., Suvojchik L.V.* Deti-filosofy // Filosofskie issledovaniya. — 1999. — № 2. — S. 52.
7. *Freese H.-L.* Kinder sind Philosophen. — Berlin, 1998.
8. *EHrdniev P.M., EHrdniev B.P.* Obuchenie matematike v shkole: Ukrupnenie didakt. edinic: Kn. dlya uchitelya. 2-e izd., ispr. i dop. — M.: AO «Stoletie»,1996. — 320 s.