РЕСУРСЫ

Деятельностно-ценностные задачи

Удивительные фигуры. Цикл из пяти задач

Автор: Дружинина Людмила Ивановна, учитель математики средней школы № 45 г. Калининграда.

Предмет: Геометрия.
Класс: 8.
Тема: Многоугольники.
Профиль: Общеобразовательный.
Уровень: Средний.

Текст задачи № 1. Простая замкнутая ломаная разбивает плоскость на две такие части (области), что из произвольной точки одной области можно пройти в какую угодно точку той же области, не покидая её, а любой путь в точку другой области обязательно пересечёт ломаную. Доказано ли это очевидное утверждение и о каких таких частях идёт речь?

а) выделите ключевые слова для информационного поиска.
б) найдите и соберите необходимую информацию.
в) обсудите и проанализируйте собранную информацию.
г) сделайте выводы.
д) сравните свои выводы с предложенным образцом.

Возможные информационные источники

Книги:

Детская энциклопедия. Т. 2, Мир небесных тел. Числа и фигуры. М.: Педагогика, 1972.

Математика. Школьная энциклопедия. М.: Большая Российская энциклопедия, 1996.

Энциклопедический словарь юного математика. М.: Педагогика. 1985.

Справочник по элементарной математике. Геометрия, тригонометрия, векторная алгебра. Киев: Наукова Думка, 1967.

Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. Таблицы, арифметика, алгебра, геометрия, тригонометрия, функции и графики. 16-е изд. М.: Наука, 1965.

Интернет-ресурсы:

http://www.krugosvet.ru

http://slovari.sosh.ru/slovo.

http://ru.wikipedia.

http://nauka.relis.ru

http://www.math.omsu.omskred.ru/info/learn/system/

http://www.referatfrom.ru/watch/6035/1.html m

Культурный образец

Энциклопедия для детей. Т.11. Математика. М.: Аванта+, 1999. С. 292–296.

МНОГОУГОЛЬНИКИ

Если последовательно начертить на плоскости несколько отрезков так, чтобы каждый следующий начинается там, где кончается предыдущий, то получится ломаная линия. Сами отрезки называются её звеньями, а их концы — вершинами. Когда последняя вершина ломаной совпадёт с первой, то говорят, что ломаная замкнута, а если ломаная сама себя не пересекает, то она называется простой (рис. 1а).

Простая замкнутая ломаная разбивает плоскость на две такие части (области), что из произвольной точки одной области можно пройти в какую угодно точку той же области, не покидая её, а любой путь в точку другой области обязательно пересечёт ломаную. Доказать столь, казалось бы, очевидное утверждение совсем непросто. Это было сделано лишь в 1882 г. французским математиком Камилем Жорданом. Одна из двух областей, задаваемых простой замкнутой ломаной, всегда конечна, а другая простирается бесконечно далеко. Первую называют внутренней, а вторую — внешней областью ломаной. Простую ломаную вместе с её внутренней областью называют многоугольником (рис. 1, б).

Этим же словом часто обозначают и саму замкнутую ломаную — как простую, так и самопересекающуюся (рис. 1, в), а порой и произвольную область, граница которой состоит из нескольких отрезков (рис. 1, г).

Звенья ломаной линии, ограничивающей многоугольник, называют-

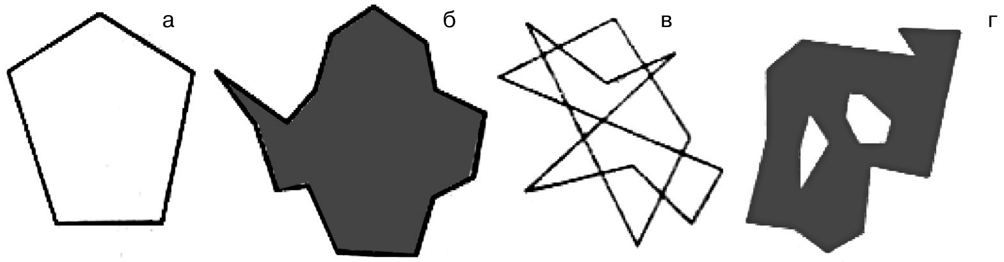


Рис. 1

ся его сторонами, а все остальные отрезки, соединяющие вершины многоугольника, — его диагоналями. Ясно, что число сторон многоугольника равно числу его вершин, или, иначе говоря, углов. Поэтому многоугольник с *n* сторонами называется *n*-угольником. Величина угла при вершине многоугольника, т.е. угла между сторонами, выходящими из этой вершины, измеряется «изнутри» фигуры (рис. 2). Таким образом, в отличие от

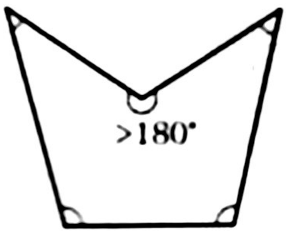


Рис. 2

угла между лучами, принимающего значения от 0 до 180°, угол многоугольника может изменяться от 0° до 360° (или в радианной мере от 0 до 2π). Однако имеется важный класс многоугольников, углы которых всегда не больше развёрнутого. Это выпуклые многоугольники.

Текст задачи № 2. Почему квадрат — «самый симметричный» четырёхугольник? Можно ли назвать так и знакомые уже нам четырёхугольники: параллелограмм, ромб, трапеция, дельтоид?

а) выделите ключевые слова для информационного поиска.

б) найдите и соберите необходимую информацию.

в) обсудите и проанализируйте собранную информацию.

г) сделайте выводы.

д) сравните свои выводы с предложенным образцом.

Возможные информационные источники

Книги:

Детская энциклопедия. Т. 2, Мир небесных тел. Числа и фигуры. М.: Педагогика, 1972.

Математика. Школьная энциклопедия. М.: Большая Российская энциклопедия, 1996.

Энциклопедический словарь юного математика. М.: Педагогика. 1985.

Интернет-ресурсы:

http://www.krugosvet.ru

http://slovari.sosh.ru/slovo.

http://ru.wikipedia.

http://nauka.relis.ru

http://www.math.omsu.omskred.ru/info/learn/system/

Культурные образцы

Энциклопедия для детей. Т. 11. Математика. М.: Аванта+, 1999. С. 292–296.

ВИДЫ МНОГОУГОЛЬНИКОВ

Многоугольник называется выпуклым, если он лежит по одну сторону от любой прямой, содержащей его сторону. Все треугольники выпуклы, а многоугольники с большим числом сторон могут быть как выпуклыми (рис. 1, а), так и невыпуклыми (рис. 1, б; 2).

Другой важный признак, по которому выделяют виды многоугольников, — это наличие разных типов симметрий, или самосовмещений. Рассмотрим с этой точки зрения виды четырёхугольников (рис. 3).

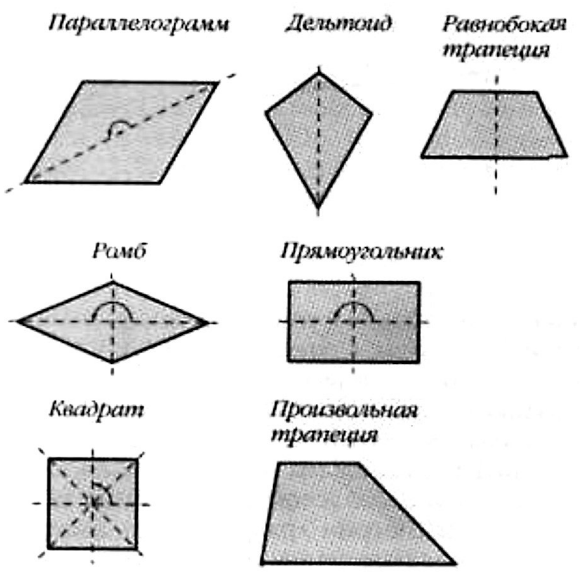


Рис. 3

Три вида четырёхугольников имеют только одну симметрию: параллелограмм — центрально-симметричен; дельтоид — симметричен относительно одной диагонали; равнобокая трапеция — симметрична относительно линии, соединяющей середины оснований.

Есть четырёхугольники, имеющие две оси симметрии. Последние обязательно перпендикулярны, а точка их пересечения является центром симметрии четырёхугольника. Это ромб и прямоугольник. В первом оси симметрии — диагонали, во втором — средние линии.

Наконец, «самый симметричный» четырёхугольник — квадрат — обладает всеми уже названными типами симметрий, а кроме того, совмещается с самим собой при поворотах на углы, кратные 90°, вокруг общей точки его четырёх осей симметрии.

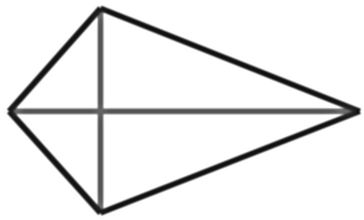
Вообще, имеется несколько разных, но равносильных условий, необходимых и достаточных для того, чтобы четырёхугольник принадлежал к данному виду. Одно из них берётся за определение вида, а остальные становятся его признаками. В школьных учебниках виды четырёхугольников обычно определяются через свойства их сторон и углов. Например, ромб — четырёхугольник с равными сторонами, прямоугольник — четырёхугольник с равными прямыми углами, а параллелограмм — четырёхугольник, у которого противоположные стороны параллельны. При таком способе определения параллелограмму помимо центральной симметрии «разрешается» иметь и другие самосовмещения, так что ромб и прямоугольник становятся его частными случаями, а квадрат является ромбом и прямоугольником одновременно.

Если у четырёхугольника только одна пара параллельных противоположных сторон, то он называется трапецией. Трапеция, у которой непараллельные (боковые) стороны равны, именуется равнобокой. Если классифицировать четырёхугольники по признаку симметрии, то неравнобокая трапеция не выделяется в отдельный вид. Её, как произвольный четырёхугольник, можно совместить саму с собой единственным способом. Не случайно словом «трапеция» в прошлом обозначали любой четырёхугольник, отличный от параллелограмма.

ru.wikipedia.org/wiki/

Дельтоид — четырёхугольник, обладающий двумя парами сторон одинаковой длины. В отличие от параллелограмма, равными являются не противоположные, а две пары *смежных сторон. Дельтоид имеет форму, похожую на воздушного змея.*

Четырёхугольник, симметричный относительно одной из своих диагоналей, называется дельтоидом.



Свойства

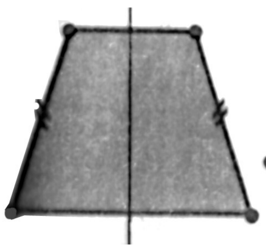
• Углы между сторонами неравной длины равны. На картинке оба этих угла равны сумме синего угла с красным углом.

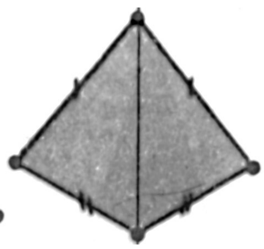
• Диагонали дельтоида пересекаются под прямым углом.

• В любой дельтоид можно вписать окружность.

Частные случаи

• Если пары противоположных сторон дельтоида равны, то такой дельтоид является ромбом.





• Если обе диагонали дельтоида равны либо равны все стороны, то дельтоид является квадратом.

Трапеция (от греч. столик; стол, еда) — четырёхугольник, у которого ровно одна пара противолежащих сторон параллельна.

Иногда трапеция определяется как четырёхугольник, у которого выделенная пара противолежащих сторон параллельна, в этом случае параллелограмм является частным случаем трапеции.

Определения

• Параллельные стороны называются *основаниями* трапеции.

• Две другие стороны называются *боковыми сторонами.*

• Отрезок, соединяющий середины боковых сторон, называется *средней линией* трапеции.

• Расстояние между основаниями называется *высотой* трапеции.

Виды трапеций

• Трапеция, у которой боковые стороны равны, называется *равнобокой* (или *равнобедренной*)

• Трапеция, один из углов которой прямой, называется *прямоугольной*.

Свойства

• Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

• (Обобщённая теорема Фалеса). Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают от сторон угла пропорциональные отрезки.

• У равнобокой трапеции углы при основании равны.

• У равнобокой трапеции диагонали равны.

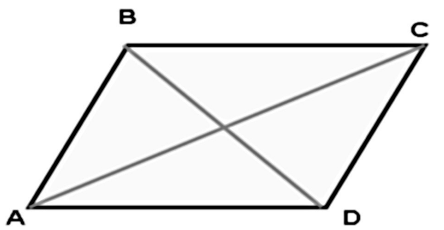
• Если трапеция равнобокая, то около неё можно описать окружность.

• Если сумма оснований трапеции равна сумме боковых сторон, то в неё можно вписать окружность.

• В трапеции середины оснований, точка пересечения диагоналей и продолжения боковых сторон находятся на одной прямой.

Параллелограмм

Параллелограмм (от греч. параллельный и линия) — это четырёхугольник, у которого противолежащие стороны попарно параллельны, т.е. лежат на параллельных прямых. Частными случаями параллелограмма являются прямоугольник, квадрат и ромб.



Свойства

• Противоположные стороны параллелограмма равны

• $|AB| = |CD|$, $|AD| = |BC|$.

• Противоположные углы параллелограмма равны

• Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам

• $|AO| = |OC|$, $|BO| = |OD|$.

• Сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180°.

• Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов его четырёх сторон

• $|AC|^2 + |BD|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 + |CD|^2 + |AD|^2$.

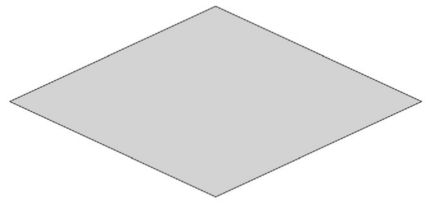
Признаки

Четырёхугольник *ABCD* является параллелограммом, если выполняется одно из следующих условий:

1. Противоположные стороны попарно равны ($|AB| = |CD|$, $|AD| = |BC|$).
2. Противоположные углы попарно равны ($\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$).
3. Две противоположные стороны равны и параллельны ($|AB| = |CD|$, $AB \parallel CD$).
4. Диагонали делятся в точке их пересечения пополам ($|AO| = |OC|$, $|BO| = |OD|$).

Ромб

Ромб — это четырёхугольник, у которого все стороны равны. Ромб с прямыми углами называется квадратом.



Этимология

Термин «ромб» образован от греч. бубен. Если сейчас бубны в основном делают круглой формы, то раньше их делали как раз в форме квадрата или ромба. Кстати, название карточной масти бубны, знаки которой имеют ромбическую форму, происходит ещё с тех времён когда бубны не были круглыми.

Слово «ромб» впервые употребляется у Герона и Паппа Александрийского.

Свойства

Ромб является параллелограммом. Его противолежащие стороны попарно параллельны, $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$.

1. Диагонали ромба пересекаются под прямым углом ($AC \perp BD$) и в точке пересечения делятся пополам.

2. Диагонали ромба являются биссектрисами его углов ($\angle DCA = \angle BCA$, $\angle ABD = \angle CBD$ и т. д.).

3. квадратов диагоналей равна квадрату стороны, умноженному на четыре.

Признаки

Параллелограмм *ABCD* является ромбом, если выполняется одно из следующих условий:

1. Две его смежные стороны равны ($AB = BC$).

2. Его диагонали пересекаются под прямым углом ($AC \perp BD$).

3. Одна из его диагоналей является биссектрисой его угла ($\angle DCA = \angle BCA$).

Прямоугольник

Прямоугольник — это параллелограмм с прямым углом.

Свойства

• Диагонали прямоугольника равны.

• Прямоугольник является параллелограммом — его противоположные стороны параллельны.

• Стороны прямоугольника являются одновременно его высотами.

• Квадрат диагонали прямоугольника равен сумме квадратов двух его не противоположных сторон (по теореме Пифагора).

• Прямоугольник, который одновременно является и ромбом (у которого все стороны равны) — это квадрат.

Признаки

Четырёхугольник является прямоугольником, если выполняется хотя бы одно условие:

• Все углы четырёхугольника прямые

• Диагонали параллелограмма равны

• Четырёхугольник является квадратом.

• Квадрат диагонали равен сумме квадратов непротиволежащих сторон.

Стороны и диагонали

• Длиной прямоугольника называют длину более длинной пары его сторон, а шириной — длину более короткой пары сторон.

• Длина диагонали прямоугольника вычисляется по теореме Пифагора и равна квадратному корню из суммы квадратов длины и ширины.

Текст задачи № 3. Имеется два способа совместить правильный *n*-угольник сам с собой: половина из них — повороты вокруг одной и той же точки, его центра, на углы, кратные 360°/ *n,* вторая половина — *n* симметрий относительно прямых, соединяющих центр с вершинами и серединами сторон. Полиграмм — это многоугольник или нет? И можно ли его совместить с самим собой каким-либо образом?

а) выделите ключевые слова для информационного поиска.

б) найдите и соберите необходимую информацию.

в) обсудите и проанализируйте собранную информацию.

г) сделайте выводы.

д) сравните свои выводы с предложенным образцом.

Возможные информационные источники

Книги:

Детская энциклопедия. Т. 2, Мир небесных тел. Числа и фигуры. М.: Педагогика, 1972.

Математика. Школьная энциклопедия. М.: Большая Российская энциклопедия, 1996.

Энциклопедический словарь юного математика. М.: Педагогика. 1985.

Интернет-ресурсы:

http://www.krugosvet.ru

http://slovari.sosh.ru/slovo.

http://ru.wikipedia.

http://nauka.relis.ru

http://www.math.omsu.omskred.ru/info/learn/system/

Культурный образец

Энциклопедия для детей. Т. 11. Математика. М.: Аванта+, 1999. С. 292–296.

Среди многоугольников с числом сторон больше четырёх в элементарной геометрии выделяют правильные многоугольники. У них все стороны и все углы равны между собой (рис. 4).

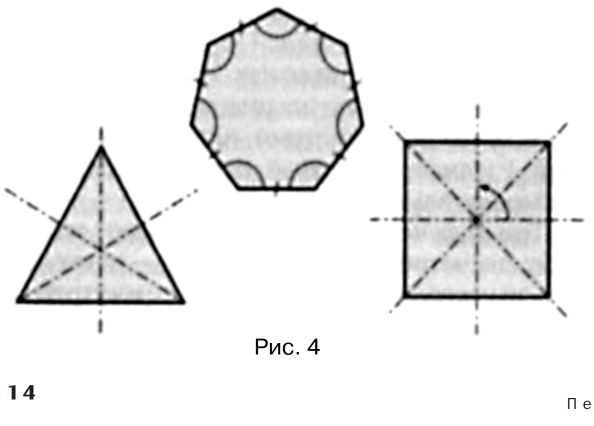


Рис. 4

Правильные многоугольники всегда выпуклые, но существуют и самопересекающиеся замкнутые ломаные, имеющие равные звенья и углы. Фигуры такого вида называются правильными звёздчатыми многоугольниками или полиграммами, по аналогии с пентаграммой — правильной пятиконечной звездой (изображена внутри правильного пятиугольника на рис. 5).

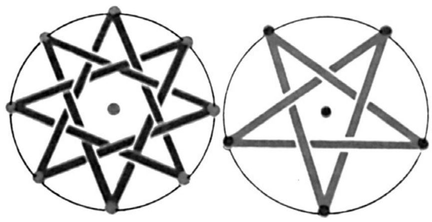


Рис. 5

Любой правильный многоугольник, выпуклый или звёздчатый, можно наложить сам на себя так, чтобы одна из двух произвольно заданных сторон совпала с другой; то же верно для любых двух его вершин. И обратно: многоугольник, обладающий обоими этими свойствами, правильный. Но существуют неправильные многоугольники, у которых такое свойство справедливо только для сторон, как у ромба или только для вершин, как у прямоугольника.

Имеется два способа совместить правильный ***n***-угольник сам с собой: половина из них — повороты вокруг одной и той же точки, его центра, на углы, кратные 360°/***n,*** вторая половина — ***n*** симметрий относительно прямых, соединяющих центр с вершинами и серединами сторон.

Центр правильного многоугольника равноудалён от всех его сторон и от всех его вершин, поэтому он служит одновременно центром вписанной и описанной окружностей многоугольника (рис. 6).

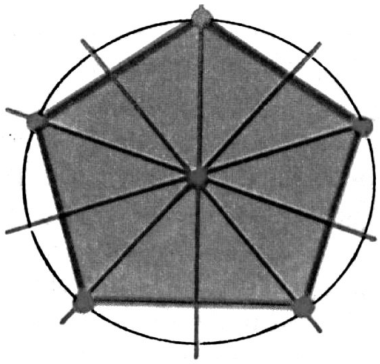


Рис. 6

Текст задачи № 4. Дельтоид, трипрямоугольник, перекрещенный ромб, трибары, «галактическая еда», пространство между линией головы и линией сердца... Что это? Оптические иллюзии, поражающие воображение? Или это геометрические фигуры, которые повсюду нас окружают?

а) выделите ключевые слова для информационного поиска.

б) найдите и соберите необходимую информацию.

в) обсудите и проанализируйте собранную информацию.

г) сделайте выводы.

д) сравните свои выводы с предложенным образцом.

Возможные информационные источники

Книги:

Детская энциклопедия. Т. 2, Мир небесных тел. Числа и фигуры. М.: Педагогика, 1972.

Математика. Школьная энциклопедия. М.: Большая Российская энциклопедия, 1996.

Энциклопедический словарь юного математика. М.: Педагогика. 1985.

Интернет-ресурсы:

http://www.krugosvet.ru

http://slovari.sosh.ru/slovo.

http://ru.wikipedia.

http://nauka.relis.ru

http://www.math.omsu.omskred.ru/info/learn/system/

Культурные образцы

http://im-possible.info

Трибар

Эта фигура — возможно, первый опубликованный в печати невозможный объект. Она появилась в 1958 году в журнале British Journal of Psychology, в статье под заголовком «Удивительные фигуры, особый вид

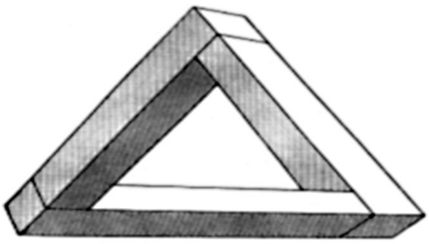
оптических иллюзий». Её авторы, отец и сын Лайонелл и Роджер Пенроузы, генетик и математик соответственно, определили этот объект как «трёхмерную прямоугольную структуру». Она также получила название «трибар», или «деформированный трибар». В этой статье фигурировали ещё два загадочных объекта. Таким образом, «невозможные объекты» были впервые представлены широкой общественности на примере этих трёх фигур.

Вскоре Мауриц К. Эшер (1898–1972), ныне очень популярный голландский художник-сюрреалист, открыл для себя треугольник Пенроуза. В то время он только начал увлекаться конструированием нереальных миров. Впоследствии треугольник Пенроуза, или трибар, вдохновил Эшера на создание литографии «Водопад» (1961), которая пользовалась огромным успехом. В этой литографии художник остроумно объединил три трибара. Эшер создал, в сущности, визуально убедительную конструкцию с вечным двигателем. Она является вечной, поскольку обеспечивает непрерывный поток воды по всей окружности, которая образована тремя соединёнными между собой треугольниками. Любой, кто был в магазине, где продаются книги и плакаты, мог видеть эту картину. Не только Эшер, но и многие другие художники, основываясь на предыдущих работах, копировали трибар и перепечатывали его в изменённом виде. Среди четырёх типов невозможных объектов трибар является первым. За ним следуют «Бесконечная лестница», «Космическая вилка» и «Сумасшедший ящик».

С первого взгляда трибар кажется просто изображением равностороннего треугольника. Однако, рассмотрев его получше, мы понимаем, что в нём есть что-то странное. Стороны, сходящиеся вверху рисунка, кажутся перпендикулярными. В то же время левая и правая грани внизу тоже кажутся перпендикулярными. Вы смотрите на каждый угол треугольника под разным углом зрения. Если рассматривать отдельные части этого треугольника, как бы он ни назывался, то их ещё можно считать реальными, но в общем эта фигура не может существовать в действительности. Она не деформирована, но при черчении были неправильно соединены правильные элементы.

Тройной деформированный трибар

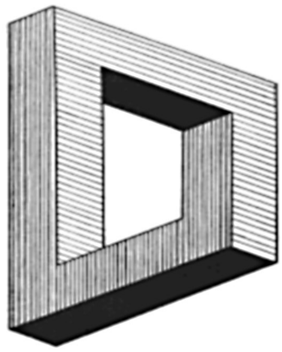
Фигура справа — это простая, но более глубокая разработка треугольника Пенроуза. На примере первого трибара можно было увидеть лишь одно невозможное соединение, а в этой фигуре — несколько. Вы на каждом шагу начинаете по-новому смотреть на неё — так получается с любым невозможным объектом. Предмет ка-



жется довольно убедительным, но если вы попробуете построить что-то подобное в реальности, то у вас ничего не выйдет. Вот в чём суть всех невозможных объектов!

Усечённый трибар

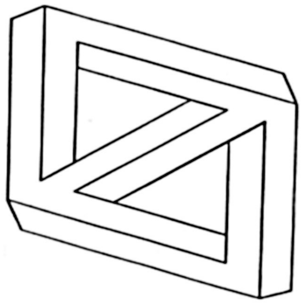
Познакомившись с трибаром и его бесчисленными вариациями, обратимся к ещё одной, столь же любопытной фигуре. Усечённый трибар — это трибар, один угол которого отрезали, «отсекли». В результате у фигуры получилось четыре стороны. Если бы этот объект был оконной рамой, то представьте себе, как сложно было бы вставить в него стекло! (Вот уж была бы головная боль!)



Так же, как и в случае с невозможным трибаром, поначалу глаз воспринимает эту фигуру как стереометрический объект, но потом — как нечто похожее на оконную раму. Эта фигура не может существовать в реальности, но опять же — на неё нельзя не обратить внимание. Эффект «усечённого трибара» достигается как при помощи смещённой перспективы, так и благодаря неправильному соединению

Перекрещенный ромб

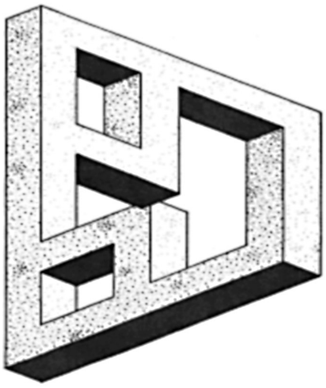
Создателей этой загадочной фигуры, которая изображена на следующем рисунке, вдохновил вид скрещивающихся ферм, поддерживающих лестничную площадку в двухэтажном



доме. Опять же принцип трибара здесь очевиден. Эта фигура представляет собой не что иное, как два трибара, соединённых вместе в форме ромба. Вы можете расширить эту конструкцию, присоединяя дополнительные трибары. Как уже говорилось ранее, Эшер в своей знаменитой композиции соединил вместе три трибара. Здесь нет никаких ограничений. Теоретически можно соединить много таких трибаров по образцу лоскутного одеяла или другого дизайна. Во всяком случае, мы предоставим читателю самому пририсовывать треугольники к этой коварной квадратной квазифигуре!

Усечённый деформированный трибар

«Усечённый деформированный трибар» является, в сущности, урезанным трибаром с небольшой внутренней вариацией. Он выглядит как сюрреалистический проект нового



вида мебели, но эта фигура способна привести в замешательство любого плотника, который примет заказ на дюжину таких предметов. Это выразительное произведение мини-искусства может опять же дать толчок для развития массы новых идей по созданию всего, что угодно, начиная со стульев для сада и заканчивая скульптурами для городской площади!

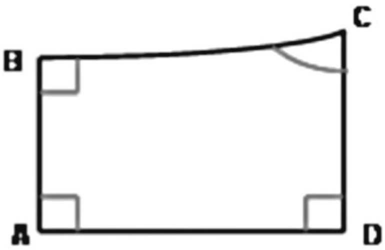
Визуальные виды искусства удовлетворяют огромное количество человеческих потребностей. Невозможные фигуры, похожие на эту, представляют собой увлекательное сочетание занимательности и развлечения. Их можно назвать «искусством для отдыха».

ru.wikipedia.org/wiki/

Четырёхугольник Ламберта

Четырёхугольник Ламберта или трипрямоугольник, в котором при трёх вершинах прямые углы.

Рассматривался Иоганом Ламбертом в 1766 при попытках доказать постулат Евклида о параллельных. Из трёх возможных предположений о величине четвёртого угла: либо угол прямой, либо угол тупой, либо угол острый; первая гипотеза является утверждением, эквивалентным постулату Евклида о параллельных; вторая приводит к противоречию с другими аксиомами и постулатами Евклида. Относительно третьей гипотезы Ламберт сделал предположение, что она выполняется на некоторой мнимой сфере.

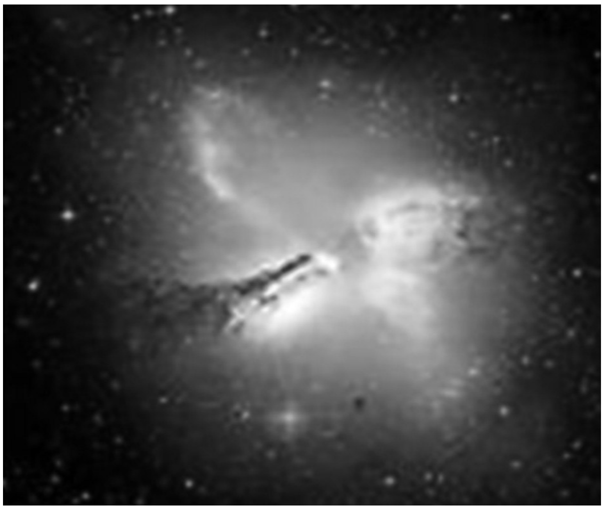


www.im-possible.info/russian/articles/unruch/part1.html

«Галактическая еда» в форме параллелограмма

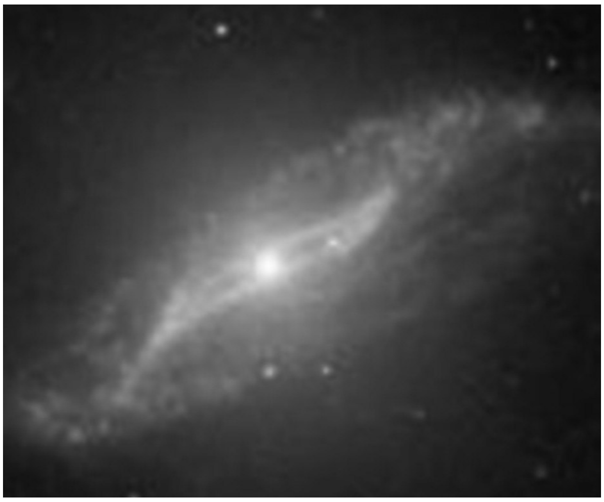
Это — «собирательный образ» галактики Centaurus A, которая находится на расстоянии около 10 млн световых лет от нас. Галактика Centaurus A относится к классу эллиптических галактик. Она является одним из самых ярких источников радиоизлучения на небе.

Этот снимок был составлен из нескольких фотографий этой галактики, сделанных в рентгеновском, радио- и видимом диапазонах длин волн (рентгеновский снимок был сделан космическим телескопом Chandra). Здесь видно, как красноватая полоса пыли и газа разорвана в центре мощными потоками материи



(голубовато-зелёные цвета), которые разлетаются в стороны от центральной сверхмассивной чёрной дыры. По мнению астрономов, эта чёрная дыра образовалась после взрыва сверхновой, который произошёл около 10 млн лет назад.

А это — снимок той же галактики, сделанный инфракрасным космическим телескопом Spitzer. С его помощью впервые удалось определить структуру пылевого облака в центре галактики. Оказалось, что оно имеет форму параллелограмма (на снимках, сделанных раньше другими телескопами это облако пыли имело форму длинной неоднородной полосы).



Астрономы считают, что около 200 млн лет назад галактика Centaurus A поглотила какую-то меньшую по размерам спиральную галактику. Содержимое этой съеденной галактики было перемешано в центральной части Centaurus A, в результате чего началось образование нового поколения звёзд. После этого «пищеварительного процесса» в центре Centaurus A осталось облако пыли, по форме напоминающее параллелограмм.

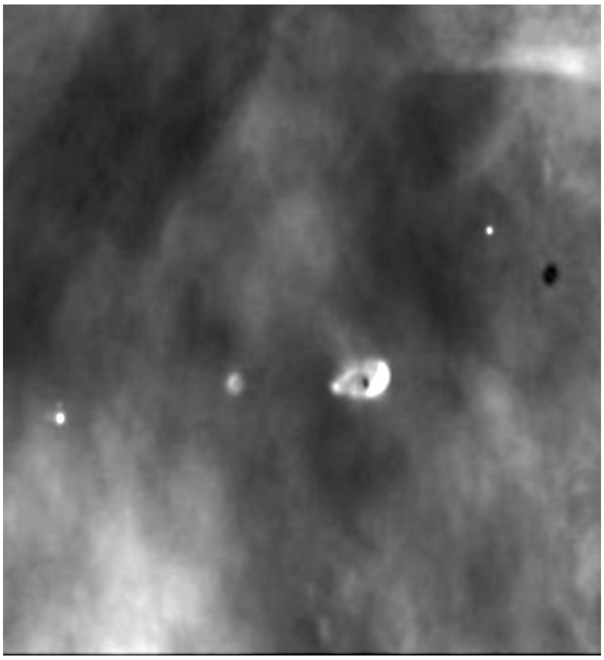
asteroida.net/sozvediya/32.htm

Главная звезда Вега (a Lyr) — ярчайшая звезда северной небесной полусферы и пятая по яркости на всём небе. Она удалена от нас на 25 световых лет, имеет светимость в 50 раз выше солнечной и через 12 тыс. лет станет полярной звездой. Вега по-арабски значит «падающий орёл». Вместе с двумя менее яркими звёз-

дами она образует маленький равносторонний треугольник, который сам лежит в северо-западном углу небольшого параллелограмма, изображающего лиру. Вместе с яркими звёздами Денеб (в Лебеде) и Альтаир (в Орле) Вега образует известный астеризм — Летний Треугольник.

http:||im-possible.info

С помощью орбитального телескопа Хаббл учёные из НАСА обнаружили протопланетный диск в районе Трапеция. Сам район Трапеция, нахо-

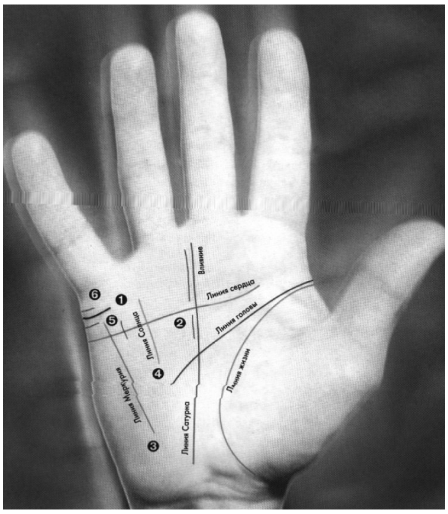


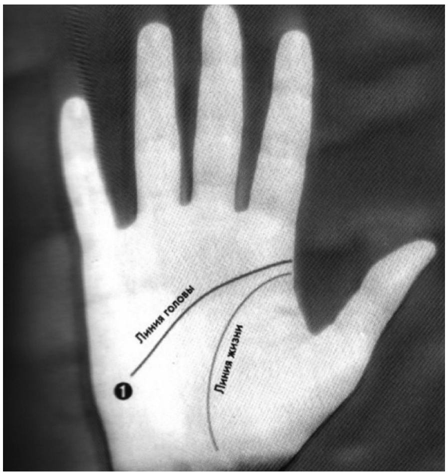
дящийся прямо в центре туманности, получил своё название благодаря четырём массивным звёздам, расположенным в виде трапеции. В нижней части М42 обнаружены несколько коричневых карликов.

Й. Датен. Хиромантия. Линии судьбы / Пер. с англ. С. Анисимов. М.: Издательская группа «Контэкт», 2004. С. 91, 102.

Четырёхугольник — это пространство на ладони между линией головы и линией сердца. Его называют также стол руки.

Если середина четырёхугольника широка со стороны большого



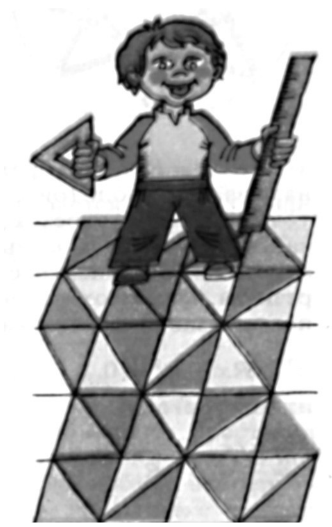


пальца и ещё более широка со стороны сгиба ладони, это указывает на очень хорошую организацию и сложение, на правдивость, верность и вообще на счастливую жизнь.

Если четырёхугольник узкий посередине, это указывает на несправедливость, хитрость и плутовство, а некоторые хироманты утверждают, что помимо всего это ещё предвещает изгнание. Если он изборождён многочисленными линиями — это слабоумие. Если в какой-либо руке вовсе нет четырёхугольника. Это признак злости и несчастья.

Текст задачи № 5. Похоже, что Незнайка доволен своей работой по укладке паркета. А не скучно ли смотреть на такой паркет? Возможно, есть более привлекательные способы укладки паркета из правильных и неправильных многоугольников? Помогите Незнайке!

а) выделите ключевые слова для информационного поиска.



б) найдите и соберите необходимую информацию.

в) обсудите и проанализируйте собранную информацию.

г) сделайте выводы.

д) сравните свои выводы с предложенным образцом.

Возможные информационные источники

Книги:

Детская энциклопедия. Т. 2, Мир небесных тел. Числа и фигуры. М.: Педагогика, 1972.

Математика. Школьная энциклопедия. М.: Большая Российская энциклопедия, 1996.

Энциклопедический словарь юного математика. М.: Педагогика. 1985.

Интернет-ресурсы:

http://www.krugosvet.ru

http://slovari.sosh.ru/slovo.

http://ru.wikipedia.

http://nauka.relis.ru

http://www.math.omsu.omskred.ru/info/learn/system/

Культурный образец

Энциклопедический словарь юного математика. М.: Педагогика. 1985. С. 200–201.

Самый простой, но и самый скучный паркет получается, если плоскость разбить на равные квадраты так, как показано на рис. 1,а. Здесь два квадрата имеют либо общую сторону, либо общую вершину или совсем не имеют общих точек. Столь же просты паркеты из правильных треугольников или шестиугольников (рис. 1,б и 1,в).

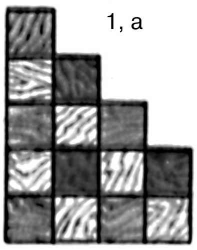
Паркетом будем называть такое покрытие плоскости правильными многоугольниками, при котором два многоугольника имеют либо либо общую сторону, либо общую вершину, или совсем не имеют общих точек.

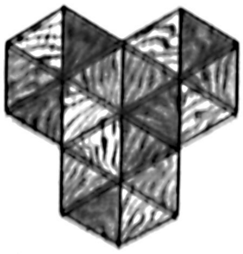
Вероятно, вам случалось видеть паркет, составленный из правильных восьмиугольников и квадратов (рис. 2,а). Красивый паркет можно составить из правильных шестиугольников, квадратов и равносторонних треугольников (рис. 2, б).

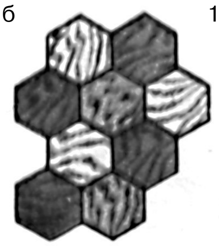
Паркет производит приятное впечатление, если он достаточно симметричен. Фигура называется симметричной, если её можно наложить на саму себя не «тривиальным» способом (т.е. не таким, когда все точки останутся на своём месте).

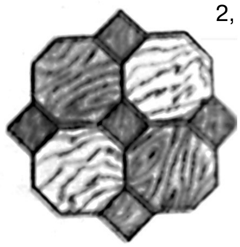
Например, на рис. 2, б, повернув всю сетку вершин и сторон, образующих паркет из шестиугольников, квадратов и треугольников, на 60° вокруг центра одного из шестиугольников, мы получим ту же самую сетку вершин и сторон.

С точки зрения симметрии наше определение паркета не слишком удачно. Оно допускает паркеты, не обладающие никакой симметрией. Взяв обычный паркет из шестиугольников (рис. 1, в) можно «испортить» его, подразделив некоторые из шестиугольников на шесть треугольников. Легко понять, что получится вновь паркет в смысле нашего определения. Но можно доказать, что, подразделив, например, три шестиугольника, как показано на рис. 3, и оставив все остальные неподразделёнными, мы получим паркет, совсем лишённый симметрии. Чтобы устранить некрасивые, недостаточно симметричные паркеты, мы введём такое определение: паркет называется правильным, если его можно наложить на самого себя так, что любая заданная его вершина наложится на любую другую заданную

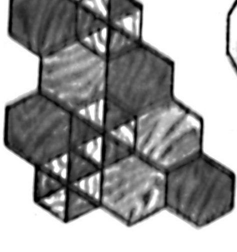

1, а

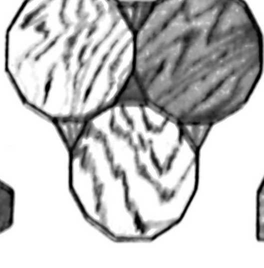

1, б

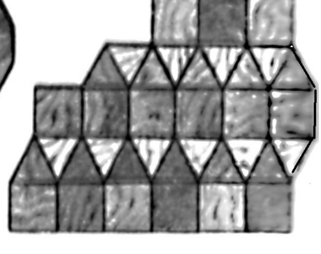

1, в

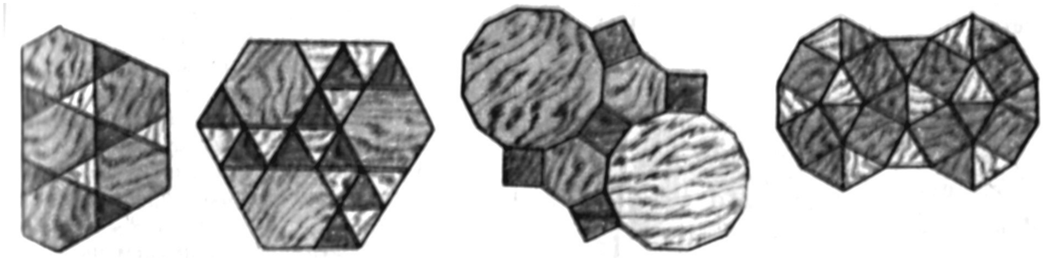

2, а

2, б


3




4




его вершину. Оказывается, что всё многообразие правильных паркетов можно описать. Если длина стороны многоугольников паркета задана, то существует только 11 различных (не накладывающихся друг на друга) правильных паркетов. Все они изображены на рис. 1, 2, 4.

Методический комментарий

Цель — познакомить восьмиклассников с разнообразным миром многоугольников, изучаемых в курсе геометрии, а также заинтересовать их познавательным, редко встречающимся материалом. В ходе работы обобщаются знания учащихся о многоугольниках, их видах и классификации по определённым признакам. В результате у учащихся формируется общая культура, расширяется кругозор, обогащаются знания по предмету, формируются навыки практической направленности темы «Многоугольники». Они учатся самостоятельно и творчески работать с дополнительной литературой.

Обращается внимание на не встречавшиеся ранее геометрические фигуры, окружающие школьников в природе и быту, устанавливается связь с другими науками (например, астрономией) и даже лженауками (хиромантией). Всё это позволяет в доступной форме изучить тему «Многоугольники», расширить математический кругозор учащихся, повысить интерес восьмиклассников к изучению геометрии, формировать положительное эмоциональное отношение к учебному предмету, а также способствует развитию их интеллекта.

С целью закрепления учащимися изученного материала, а также с целью пропедевтики можно предложить учащимся продвинутого уровня следующее задание:

На рисунках представлены развёртки фигур, состоящие из правильных многоугольников. Попробуйте по ним склеить фигуры и узнайте, как они называются в стереометрии, которую вы будете изучать в старшей школе: