

# РЕСУРСЫ

## Деятельностно-ценностные задачи

### Цикл деятельностно-ценностных задач по теме «Многогранники»

Л.И. Дружинина

**Имя задачи:** Многогранник... Что в имени твоём?

**Автор:** Дружинина Людмила Ивановна, учитель математики средней школы № 45 г. Калининграда.

**Предмет:** Геометрия.

**Класс:** 10.

**Тема:** Многогранники. Понятие многогранника. Правильные многогранники.

**Профиль:** Общеобразовательный.

**Уровень:** Общий.

**Текст задачи 1.** Древние греки установили мистическое соответствие между четырьмя геометрическими телами и четырьмя природными началами — огнём, землёй, воздухом и водой. Что касается пятого геометрического тела, то они рассматривали его как форму Вселенной. Что это за геометрические тела, которые и сейчас, спустя два тысячелетия, не утратили своей притягательности?

- а) Выделите ключевые слова для информационного поиска.
- б) Найдите необходимую информацию.
- в) Обсудите и проанализируйте собранную информацию.
- г) Сделайте выводы.
- д) Сравните ваши выводы с выводами известных людей.

#### **Возможные информационные источники**

Детская энциклопедия. Т. 2. Мир небесных тел. Числа и фигуры. М.: Педагогика, 1972.

Александров Н.И., Ярандай И.П. Словарь-справочник по математике: Пособие для учащихся средней школы. Йошкар-Ола: Марийское книжное издательство, 1976.

Энциклопедический словарь юного математика / Сост. А.П.Савин. М.: Педагогика, 1985.

*Компакт-диск:*

Открытая математика (соответствует программе курса математики для общеобразовательных учреждений России), версия 2.5. Стереометрия. Авторы курса: Р.П. Ушаков и С.А. Беляев / Под ред. доцента МФТИ, канд. физ.-мат.наук Т.С. Пиголкиной.

*Web-сайты:*

- <http://www.coop.chuvashia.ru>
- <http://www.langeman.net>
- <http://www.mathsisgoodforyou.com>
- <http://www.krugosvet.ru>
- <http://slovari.sosh.ru>
- <http://ru.wikipedia>
- <http://nauka.relis.ru>
- <http://nuclphys.sinp.msu.ru>
- <http://www.math.omsu.omskred.ru>

**Культурные образцы**

<http://nntc.nnov.ru/encyclopedia/articles/204.205/art-Mnogogrannik-3646.html>

МНОГОГРАННИК, часть пространства, ограниченная совокупностью конечного числа плоских много-

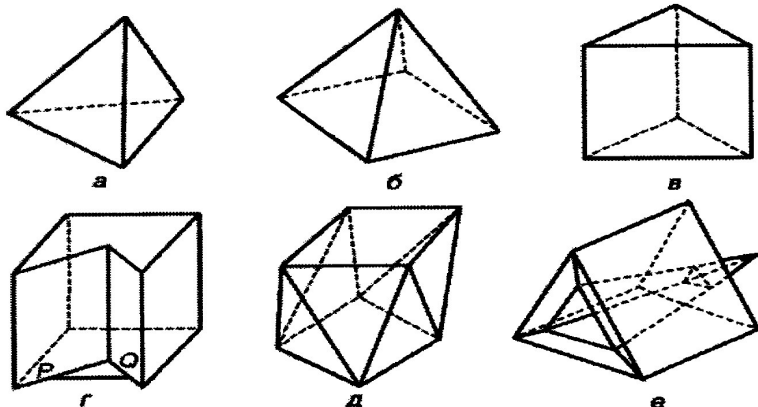
угольников, соединённых таким образом, что каждая сторона любого многоугольника является стороной ровно одного другого многоугольника (называемого смежным), причём вокруг каждой вершины существует ровно один цикл многоугольников. Эти многоугольники называются гранями, их стороны — рёбрами, а вершины — вершинами многогранника.

**Правильные многогранники**

[schools.techno.ru/sch758/2003/geomet/new!/prav.html](http://schools.techno.ru/sch758/2003/geomet/new!/prav.html)

Одно из древнейших упоминаний о правильных многогранниках находится в трактате Платона (427–347 до н. э.) «Тимаус». Поэтому правильные многогранники также называются платоновыми телами (хотя известны они были задолго до Платона). Каждый из правильных многогранников, а всего их пять, Платон ассоциировал с четырьмя «земными» элементами: земля (куб), вода (икосаэдр), огонь (тетраэдр), воздух (октаэдр), а также с «неземным» элементом — небом (додекаэдр).

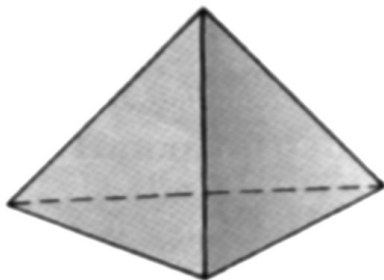
Ещё одно определение <http://www.math.ru/dic/225?letter=196> (оп-



ределение В): выпуклый многогранник называется правильным, если все его грани — равные правильные многоугольники и в каждой его вершине сходится одно и то же число рёбер. *Александров Н.И., Ярандай И.П. Словарь-справочник по математике. Посobie для учащихся средней школы. Йошкар-Ола: Марийское книжное издательство, 1976. С. 174.*

Другое определение: правильным многогранником называется такой выпуклый многогранник, все грани которого являются одинаковыми правильными многоугольниками и все двугранные углы попарно равны (определение С). Следует обратить внимание на замечательное обстоятельство. Если правильные многоугольники существуют с любым числом сторон  $n \geq 3$ , то правильных многогранников (с точностью до подобия) всего пять и число граней у них равно 4, 6, 8, 12 или 20. *Федин Н.Г., Федин С.Н. Геометрия: Учебное пособие для учащихся средних специальных учебных заведений. М.: Высшая школа, 1989. С. 242–246.*

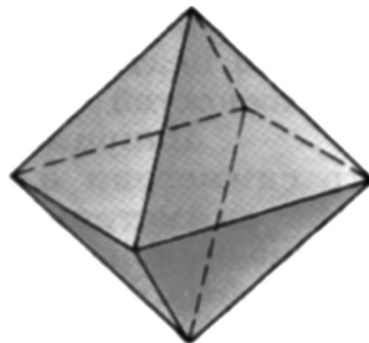
Тетраэдр — четырёхгранник, все грани которого треугольники, т.е. треугольная пирамида.



Правильный тетраэдр составлен из четырех равносторонних треуголь-

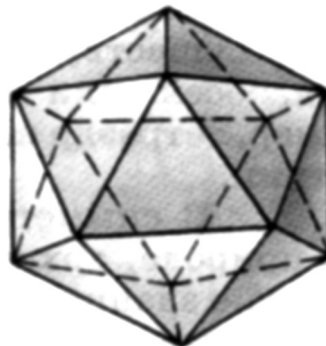
ников. Каждая его вершина является вершиной трёх треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна  $180^\circ$ .

Октаэдр — восьмигранник; тело, ограниченное восемью треугольниками. Правильный октаэдр составлен



из восьми равносторонних треугольников. Каждая вершина октаэдра является вершиной четырёх треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна  $240^\circ$ .

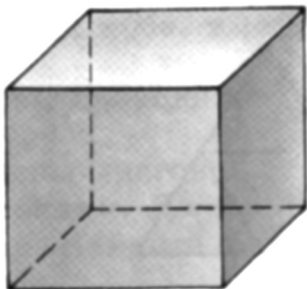
Икосаэдр — двадцатигранник, тело, ограниченное двадцатью многоугольниками.



Правильный икосаэдр составлен из двадцати равносторонних треугольников. Каждая вершина икосаэдра

ра является вершиной пяти треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна  $300^\circ$ .

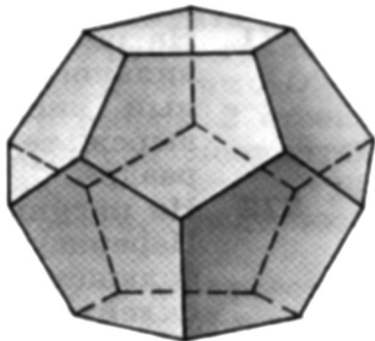
Куб или правильный гексаэдр — правильная четырёхугольная призма с равными рёбрами, ограниченная шестью квадратами.



Куб составлен из шести квадратов. Каждая вершина куба является вершиной трёх квадратов. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна  $270^\circ$ .

[www.trenta.ru](http://www.trenta.ru)

Додекаэдр — двенадцатигранник, тело, ограниченное двенадцатью треугольниками. Правильный додекаэдр составлен из двенадцати правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трёх правильных пятиугольников.



Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна  $324^\circ$ .

Других видов правильных многогранников, кроме перечисленных пяти, нет.

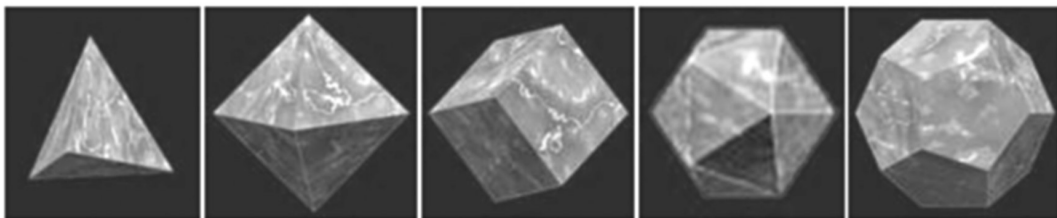
<http://www.4455.ru/exactscience/16597.htm>

Сам факт существования всего пяти правильных многогранников удивителен, ведь правильных многоугольников на плоскости бесконечно много! Все правильные многогранники были известны ещё в Древней Греции, и им посвящена заключительная, XII книга знаменитых «Начал» Евклида.

Эти многогранники часто называют также Платоновыми телами в идеалистической картине мира, данной великим древнегреческим мыслителем Платоном. Четыре из них олицетворяли четыре стихии: тетраэдр — огонь, куб — землю, икосаэдр — воду и октаэдр — воздух; пятый же многогранник, додекаэдр, символизировал всё мироздание: его по латыни стали называть *quinta essentia* («пятая сущность»).

Доказательство того, что существует ровно пять правильных выпуклых многогранников, очень простое. Рассмотрим развёртку вершины такого многогранника. Каждая вершина может принадлежать трём и более граням.

Сначала рассмотрим случай, когда грани многогранника — равносторонние треугольники. Поскольку внутренний угол равностороннего треугольника равен  $60^\circ$ , три таких угла дадут в развёртке  $180^\circ$ . Если теперь склеить развёртку в многогранный угол, получится тетраэдр — многогранник, в каждой вершине которого встречаются три правильные треу-



гольные грани. Если добавить к развёртке вершины ещё один треугольник, в сумме получится  $240^\circ$ . Это развёртка вершины октаэдра. Добавление пятого треугольника даст угол  $300^\circ$  — мы получаем развёртку вершины икосаэдра. Если же добавить ещё один, шестой треугольник, сумма углов станет равной  $360^\circ$  — эта развёртка, очевидно, не может соответствовать ни одному выпуклому многограннику.

Теперь перейдём к квадратным граням. Развёртка из трёх квадратных граней имеет угол  $3 \times 90^\circ = 270^\circ$  — получается вершина куба, который также называют гексаэдром. Добавление ещё одного квадрата увеличит угол до  $360^\circ$  — этой развёртке уже не соответствует никакой выпуклый многогранник.

Три пятиугольные грани дают угол развёртки  $3 \times 108^\circ = 324^\circ$  — вершина додекаэдра. Если добавить ещё один пятиугольник, получим больше  $360^\circ$ .

<http://polyhedron.boom.ru/pages/Polyhedr.htm>

Для шестиугольников уже три грани дают угол развёртки  $3 \times 120^\circ = 360^\circ$ , поэтому правильного выпуклого многогранника с шестиугольными гранями не существует. Если же грань имеет ещё больше углов, то развёртка будет иметь ещё больший угол. Значит, правильных

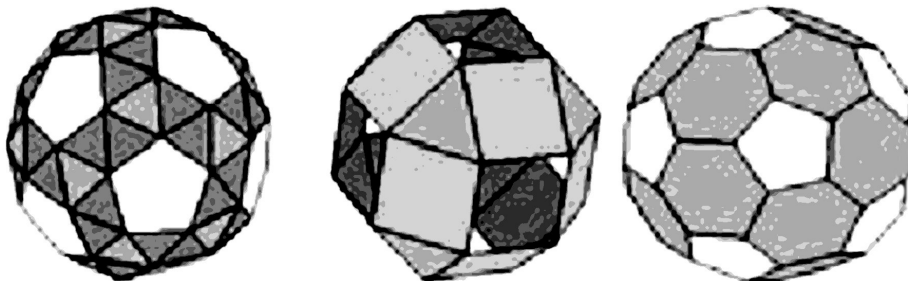
выпуклых многогранников с гранями, имеющими шесть и более углов, не существует.

Таким образом, мы убедились, что существует лишь пять выпуклых правильных многогранников — тетраэдр, октаэдр и икосаэдр с треугольными гранями, куб (гексаэдр) с квадратными гранями и додекаэдр с пятиугольными гранями.

Доказательство этого факта известно уже более двух тысяч лет; этим доказательством и изучением пяти правильных тел завершаются «Начала» Евклида.



Существует семейство тел, родственных платоновым — это полуправильные выпуклые многогранники, или архимедовы тела. У них все многогранные углы равны, все грани — правильные многоугольники, но нескольких различных типов. Существует 13 или 14 архимедовых тел (число



неточное, поскольку псевдоромбокубктаэдр иногда не причисляют к этому семейству). Кроме того, имеют равные многогранные углы и правильные грани нескольких типов тела из двух бесконечных семейств — призмы и антипризмы.

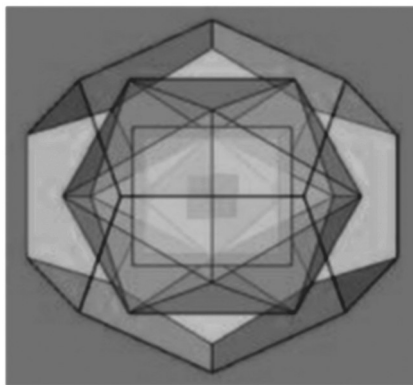
[http://www.dvgma.vld.ru/Art\\_school/Sakral\\_geometry/Mnogograniki.htm](http://www.dvgma.vld.ru/Art_school/Sakral_geometry/Mnogograniki.htm)  
[kvant.mccme.ru/pdf/2001/05/11.pdf](http://kvant.mccme.ru/pdf/2001/05/11.pdf)

Кеплер Иоганн (Kepler I, 1571–1630 г.) — немецкий астроном. Открыл законы движения планет. В 1596 г. Кеплер предложил правило, по которому вокруг сферы Земли описывается додекаэдр, а в неё вписывается икосаэдр («Гармония мира», 1619). Знаменитый математик и астроном, Кеплер построил модель Солнечной системы как ряд последо-

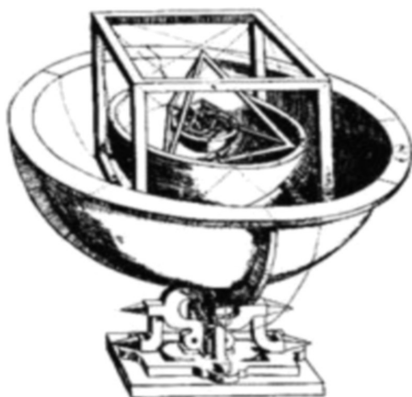
вательно вписанных и описанных правильных многогранников и сфер. Существует несколько эквивалентных определений правильных многогранников. Одно из них звучит так: многогранник называется правильным, если существуют три concentric сфер, одна из которых касается всех граней многогранника, другая касается всех его рёбер и третья содержит все его вершины (определение А). Это определение напоминает одно из возможных определений правильного многоугольника: многоугольник называется правильным, если он вписан в некоторую окружность и описан около другой окружности, причём эти окружности concentric.

Весьма оригинальна космологическая гипотеза Кеплера, в которой он попытался связать некоторые свойства Солнечной системы со свойствами правильных многогранников. И. Кеплер предположил, что расстояния между орбитами планет можно получить на основании Платоновых тел, вложенных друг в друга. Результаты его расчётов хорошо согласовались с действительными расстояниями между планетными орбитами.

[http://www.dvgma.vld.ru/Art\\_school/Sakral\\_geometry/Mnogograniki.htm](http://www.dvgma.vld.ru/Art_school/Sakral_geometry/Mnogograniki.htm)



Кеплер предположил, что расстояния между шестью известными тогда планетами выражаются через размеры пяти правильных выпуклых многогранников (Платоновых тел). Между каждой парой «небесных сфер», по которым, согласно этой гипотезе, вращаются планеты, Кеплер вписал одно из Платоновых тел. Во-



круг сферы Меркурия, ближайшей к Солнцу планеты, описан октаэдр. Этот октаэдр вписан в сферу Венеры, вокруг которой описан икосаэдр. Вокруг икосаэдра описана сфера Земли, а вокруг этой сферы — додекаэдр. Додекаэдр вписан в сферу Марса, вокруг которой описан тетраэдр. Вокруг тетраэдра описана сфера Юпитера, вписанная в куб. Наконец, вокруг куба описана сфера Сатурна.

Эта модель выглядела для своего времени довольно правдоподобно. Во-первых, расстояния, вычисленные при помощи этой модели, были достаточно близки к истинным (учитывая доступную тогда точность измерения). Во-вторых, модель Кеплера давала объяснение, почему существует только шесть (именно столько было тогда известно) планет — имен-

но шесть планет гармонировали с пятью Платоновыми телами.

Однако даже на тот момент эта привлекательная модель имела один существенный недостаток: сам же Кеплер показал, что планеты вращаются вокруг Солнца не по окружностям («сферам»), а по эллипсам (первый закон Кеплера). Нечего и говорить, что позже, с открытием ещё трёх планет и более точным измерением расстояний, эта гипотеза была полностью отвергнута.

[www.courier.com.ru/energy/en1002kats.htm](http://www.courier.com.ru/energy/en1002kats.htm)

Другим выдающимся вкладом Кеплера в геометрию многогранников является открытие им двух звёздных правильных тел. (Всего их четыре; два других нашёл французский математик Луи Пуансон в 1809 г.) Замечено, что наша матушка-Земля последовательно проходит эволюцию правильных объёмных фигур. Существует много данных о сравнении структур и процессов Земли с вышеуказанными фигурами.

Полагают, что четырём геологическим эрам Земли соответствуют четыре силовых каркаса правильных Платоновских тел: Протозою — тетраэдр (четыре плиты), Палеозою — гексаэдр (шесть плит), Мезозою — октаэдр (восемь плит), Кайнозою — додекаэдр (двенадцать плит).

**Текст задачи 2.** Платон, древнегреческий философ-идеалист, родился в 427 г. до н. э. Леонард Эйлер (1707–1783), математик, механик, физик и астроном. Каким образом можно связать имена известного философа, жившего до нашей эры, с именем величайшего математика XVIII века?

Попытайтесь найти ответ на этот вопрос.

а) Выделите ключевые слова для информационного поиска.

б) Найдите необходимую информацию.

в) Обсудите и проанализируйте собранную информацию.

г) Сделайте выводы.

д) Сравните ваши выводы с выводами известных людей.



**Возможные информационные источники**

*Компакт-диски:*

Открытая математика (соответствует программе курса математики для общеобразовательных учреждений России), версия 2.5. Стереометрия. Авторы курса — Р.П. Ушаков и С.А. Беляев / Под ред. доцента МФТИ, канд. физ.-мат.наук Т.С. Пиголкиной.

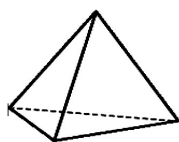
*Web-сайты:*

- <http://www.automotonews.biz>
- [www.elite.ru](http://www.elite.ru)
- [http:// lesnikov@elite.ru](http://lesnikov@elite.ru)
- <http://www.krugosvet.ru>
- [http:// www.slovopedia.com](http://www.slovopedia.com)
- <http://anthropology.rchgi.spb.ru>
- [www.ima.umn.edu](http://www.ima.umn.edu)

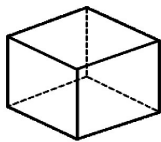
**Культурные образцы**

[www.krugosvet.ru/articles/15/1001550/1001550a2.htm](http://www.krugosvet.ru/articles/15/1001550/1001550a2.htm)

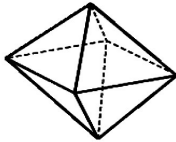
Пять рассмотренных в предыдущей задаче правильных многогранников, часто называемых также «телами Платона», захватили воображение математиков, мистиков и философов древности более двух тысяч лет назад. Древние греки даже установили мистическое соответствие между тетраэдром, кубом, октаэдром и икосаэдром и четырьмя природными началами — огнём, землёй, воздухом и водой. Что касается пятого правильного многогранника, додекаэдра, то они рассматривали его как форму Вселенной. Эти идеи не только лишь достояние прошлого, и сейчас, спустя два тысячелетия, многих привлекает лежащее в их основе эстетическое начало. Древние греки исследовали также и многие геометрические свойства платоновых тел; с плодами их изысканий можно ознакомиться по 13-й книге Начал Евклида. Изучение платоновых тел и связанных с ними фигур продолжается и поныне.



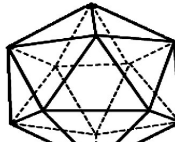
**ОГОНЬ**



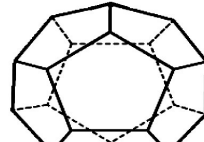
**ЗЕМЛЯ**



**ВОДА**



**ВОЗДУХ**



**ВСЕЛЕННАЯ**



<http://www.courier.com.ru/energy/en1002kats.htm>

Следующий серьёзный шаг в науке о многогранниках был сделан в XVIII веке Леонардом Эйлером (1707–1783), который без преувеличения «поверил алгеброй гармонию». Эйлер — автор свыше 800 работ по



математическому анализу, дифференциальной геометрии, теории чисел, приближённым вычислениям, небесной механике, математической физике, оптике, баллистике, кораблестроению, теории музыки, оказавших значительное влияние на развитие науки.

В 1726 г. он был приглашён работать в Санкт-Петербург, в 1727 г. переехал жить в Россию ([lib.mexmat.ru/series/](http://lib.mexmat.ru/series/)). В 1731–1741 и начиная с 1766 гг. был академиком Петербургской Академии Наук (в 1741–1766 гг. работал в Берлине, оставаясь почётным членом Петербургской Академии).

<http://www.coop.chuvashia.ru/kartuzov/mgr/Articles/Model/Katz/Katz.htm>

Теорема Эйлера о соотношении между числом вершин, рёбер и граней выпуклого многогранника, доказательство которой Эйлер опубликовал в 1758 г. в «Записках Петербургской академии наук», окончательно навела математический порядок в многообразном мире многогранников.

<http://www.slovopedia.com/14/204/1016668.htm>

Рассматривая таблицу, можно заметить интересное соотношение между числом вершин  $N_0$ , числом рёбер  $N_1$  и числом граней  $N_2$  любого выпуклого правильного многогранника  $\{p, q\}$ . Если все грани — правильные  $p$ -угольники и  $q$  из них примыкают к каждой вершине, то такой правильный многогранник обозначается  $\{p, q\}$ . Это обозначение было предложено Л. Шлефли (1814–1895), швейцарским математиком, которому при-

#### ПЯТЬ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОГРАННИКОВ

| Название  | Запись Шлефли | $N_0$<br>(число вершин) | $N_1$<br>(число рёбер) | $N_2$<br>(число граней) |
|-----------|---------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|
| Тетраэдр  | {3, 3}        | 4                       | 6                      | 4                       |
| Куб       | {4, 3}        | 8                       | 12                     | 6                       |
| Октаэдр   | {3, 4}        | 6                       | 12                     | 8                       |
| Икосаэдр  | {3, 5}        | 12                      | 30                     | 20                      |
| Додекаэдр | {5, 3}        | 20                      | 30                     | 12                      |

надлежит немало изящных результатов в геометрии и математическом анализе. Все пять правильных многогранников перечислены в таблице, приведенной ниже. В трёх последних столбцах указаны  $N_0$  — число вершин,  $N_1$  — число ребер и  $N_2$  — число граней каждого многогранника.

Вершины + Грани — Рёбра = 2.

Речь идёт о соотношении  $N_0 - N_1 + N_2 = 2$ , которое называется формулой Эйлера в честь открывшего её Л. Эйлера (1707-1783). Формула ЭЙЛЕРА позволяет решить, какие многогранники могут быть сведены к плоским фигурам последовательным удалением одной грани за другой.

**Текст задачи 3.** Почти каждый человек при упоминании Древнего Египта вспоминает в первую очередь, конечно, пирамиды. Комплекс древнейших Пирамид в Гизе впечатляет своими масштабами. Сопоставьте размеры пирамид и выясните, есть ли зависимость между отношением высоты пирамиды к периметру её основания и отношением радиуса круга к длине окружности.

а) Выделите ключевые слова для информационного поиска.

б) Найдите необходимую информацию.

в) Обсудите и проанализируйте собранную информацию.

г) Сделайте выводы.

д) Сравните ваши выводы с выводами известных людей.

### Возможные информационные источники

Газета «АиФ Тур» — 10 2002

Web-сайты:

<http://images.google.ru/images>

<http://www.otdyh.ru/show/article.php?id=4889>

[ufolog.ru/http://www.sak.ru/](http://www.sak.ru/)

<http://www.sak.ru/>

<http://www.erudition.ru>

### Культурные образцы

[http://tmn.fio.ru/works/26x/304/d8\\_2.htm](http://tmn.fio.ru/works/26x/304/d8_2.htm)

Наука геометрия возникла из практических задач, её предложения выражают реальные факты и находят многочисленные применения. В конечном счёте в основе всей техники так или иначе лежит геометрия, потому что она появляется всюду, где нужна хотя бы малейшая точность в определении формы и размеров. И технику, и инженера, и квалифицированному рабочему, и людям искусства геометрическое воображение необходимо, как геометру или архитектору. Математика, в частности геометрия, представляет собой могущественный инструмент познания природы, создания техники и преобразования мира.

Различные геометрические формы находят своё отражение практически во всех отраслях знаний: архитектуре, искусстве.

[http://www.impression.ru/egypt/history-pyramid/history-pyramid\\_p-81.html](http://www.impression.ru/egypt/history-pyramid/history-pyramid_p-81.html)

Первый, кто рассказал миру о пирамидах, был «отец истории» Геродот. Он побывал в Египте через две тысячи лет после предполагаемого строительства пирамид, в V веке до Рождества Христова.

Слово «пирамида» не определяет трёхмерный треугольник, и при этом его корень даже не египетский. Слово «пирамида» составлено из греческого слова «пура» в значении огня,

света (или видимый) и греческого слова «*midos*» в значение меры (другое значение — середина, внутри), в дословном переводе — «огонь, который внутри». В то время пирамиды были облицованы сверхпрочными каменными плитами, меняющими оттенки под лучами солнца.

[trolyaha.livejournal.com](http://trolyaha.livejournal.com)

Самые древние среди семи чудес света — пирамиды Египта (фото), три гигантские гробницы фараонов Египта IV царской династии, воздвигнутые во втором-третьем тысячелетии до н. э. в Гизе. Эти монументальные сооружения имеют геометрическую форму и напоминают гигантские кристаллы.



<http://www.sak.ru/reference/famous-buildings/famous-building2-1.html>

Пирамиды в Гизе — далеко не единственные пирамиды Египта. Пирамид много больше, но они не отличаются той грандиозностью, которая поражала человечество в прошлом и продолжает изумлять в наше время. Пирамиды строились в период с первой половины третьего тысячелетия до н. э. по XVIII век до н. э. Наиболее известны три крупнейшие из них — так называемые большие пирамиды Хеопса, Хефрена и Микерина в Эль-

Гизе, некрополисе древнего Мемфиса в Египте, были построены фараонами четвёртой династии. В древности пирамида Хеопса считалась одним из Семи чудес света... Это единственное чудо света, сохранившееся по сей день и поэтому не требующее описания ранними историками и поэтами.

<http://www.orient-travel.ru/egypt/article/49>

Там, где Нильская долина сменяется Ливийской пустыней, где на смену зелёным полям и рощам из финиковых пальм приходят раскалённые пески, видны очертания удивительных треугольников, похожих на горы. Их цепочка тянется на десятки километров от Каира до Фаюмского оазиса. Но правильность формы каждой из них заставляет понять, что как ни искусна бывает природа в создании своих чудес, эти строения — творение рук человеческих.

Всего в Египте около сотни пирамид — больших и маленьких, ступенчатых и идеально гладких. Они расположены по берегам Нила неподалёку от древней столицы страны, в эпоху Древнего царства носящей название Мемфис. Но самые известные пирамиды Египта находятся на кромке пустынного плато Гиза на окраине Каира.

Крупнейшая из пирамид — пирамида Хеопса, второго фараона IV ди-



насти. Она и по сей день остаётся самым большим архитектурным творением рук человеческих. Основание пирамиды Хеопса представляет собой квадрат со стороной 227,5 метра. Высота сооружения при строительстве была 146,6 метра, но в настоящее время пирамида на девять метров ниже: верхние камни упали во время землетрясений. Длина каждой из четырёх наклонных сторон — около двухсот тридцати пяти метров. Пирамида Хеопса сложена из двух млн. 300 тысяч известняковых блоков, каждый из которых весит 2,5 тонны. Вся пирамида весит 6,5 миллионов тонн и содержит строительного материала больше, чем ушло на сооружение всех соборов, церквей и часовен в Англии! Четыре грани ориентированы по сторонам света, а угол наклона их к основанию равен  $51^{\circ}52'$ . С северной стороны находится вход.

<http://www.ultrarest.ru/page.php?id=264&pg=&print=1>

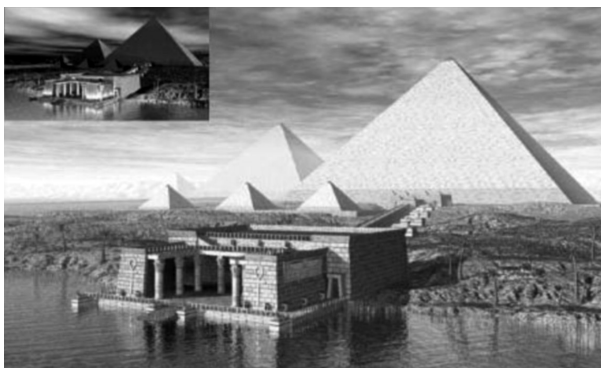
[www.sak.ru/reference/famous-buildings/famous-building2-1.html](http://www.sak.ru/reference/famous-buildings/famous-building2-1.html) -

Когда учёные наносили на карту положение пирамиды Хеопса, обнаружилось, что диагональ пирамиды даёт абсолютно точное её направление по меридиану, причём точность

этого направления на теоретический северный полюс достигает 4 минут 30 секунд. Получается, что конструктором пирамиды была достигнута точность большая, чем та, которая была соблюдена при постройке парижской обсерватории.

Меридиан, проходящий через пирамиду Хеопса, делит на две равные части поверхность моря и суши, считая Америку и Тихий океан, а широта, проходящая через центр пирамиды, делит весь земной шар на две равные части по количеству суши и воды. Таким образом, ещё древние египтяне знали точное соотношение поверхности всех материков и не случайно выбрали устье Нила для постройки этих великих сооружений. Внутри пирамиды Хеопса нет ни надписей, ни украшений. Там находятся три погребальные камеры. Стены усыпальницы фараона отделаны гранитными плитами, саркофаг из красного гранита пуст. Ни мумия фараона, ни погребальная утварь найдены не были. Существует предположение, что пирамида была разграблена ещё в глубокой древности.

Две другие египетские пирамиды фараонов (фото): Хафра (Хефрена) и Менкаура (Микерина) имеют конструкцию, аналогичную пирамиде Хеопса. Пирамиды имеют правильную геометрическую форму. В их основании лежит квадрат. Поскольку первой была построена пирамида Хеопса, она и определила пропорции всех пирамид в Гизе вместе с заупокойными храмами и гигантским сфинксом фараона Хефрена. Пирамиды Египта ориентированы по сторонам света. Центры первых двух расположены по одной диагонали, проходящей через северо-западный





угол меньшей из них. Вершины юго-восточных углов всех трёх пирамид лежат на одной линии. Пропорции египетских пирамид, основанные на «золотом сечении», определяли их главные размеры, в том числе и углов наклона сторон. В группу гробниц входили заупокойные храмы.

На расстоянии примерно 160 метров от пирамиды Хеопса возвышается вторая по величине пирамида Гизы, построенная на 40 лет позже первой, принадлежит фараону Хефрену. Пирамида Хефрена немного меньше пирамиды Хеопса, её высота 136,6 метра. Сторона квадратного основания пирамиды — 215 метров. Впрочем, в древ-

ности, как и пирамида Хеопса, она была на 9 метров выше.

Угол наклона острее, чем у первой пирамиды:  $53^{\circ}8'$ . Возле вершины ещё сохранилась белая базальтовая облицовка.

Близ пирамиды Хефрена возвышается одна из крупнейших монолитных статуй древности и нашего времени — высеченная из скалы фигура лежащего Сфинкса — отдыхающего льва с головой человека (мамлюкские солдаты отстрелили ему нос). Его длина — 73 метра, высота — 20 метров. Считается, что сфинкс был вырублен во время строительства пирамиды Хефрена, а его лицо носит черты этого фараона.

Третья великая пирамида Гизы имеет название пирамиды Микерина. Она расположена в 200 метрах от пирамиды Хефрена. Её строительство было закончено в 2505 году до н.э. Пирамида значительно меньше двух других: сторона ее основания составляет 108 метров, первоначальная высота — 66,5 метра (сегодня — 62 м), угол наклона —  $51^{\circ}$ , внутри — единственная погребальная камера. Пирамида Микерина осталась незаконченной и достраивалась его сыном,





Шепсескафом, но уже не из камня, а из кирпича.

[www.sak.ru/reference/famous-buildings/famous-building2-1.html](http://www.sak.ru/reference/famous-buildings/famous-building2-1.html)

Общую планировку египетских пирамид отличала строгость и чёткость форм. В оформлении внутреннего пространства залов в качестве опор использовались свободно стоящие столбы. Пол пирамиды Хефрена, покрытый белыми известняковыми плитами, хорошо сочетался с розовыми гранитными столбами-четырёхгранниками и тёмно-зелёными статуями фараона, расположившимися вдоль стен. В композицию группы египетских пирамид хорошо вписывался огромный сфинкс фараона Хефрена, возведённый возле его храма. Пирамида Хефрена была последней гигантской усыпальницей фараонов Египта. Поздние правители уже не возводили таких масштабных сооружений.

<http://ufo.metrocom.ru/book3/nepom9/nepom9.htm>

В 1638 г. Джон Гриве, 36-летний математик и астроном, окончивший Оксфорд и преподававший геометрию в Лондоне, решил отправиться в Египет. Он исследовал внутренние

ходы, обнаружил две шахты погребальной камеры пирамиды Хеопса и первым произвёл измерения её размеров, хотя и ошибся в расчётах. Высота пирамиды, по его расчётам, равнялась 144 или 149 метрам, если принимать в расчёт отсутствующий замковый камень. Гриве измерил длину основания, которая составила 208 метров; он ошибся примерно на двадцать метров, что понятно: основание было усыпано камнями и было трудно судить, где начинается первый слой. Погрешности в его расчётах не превысили трёх-четырёх метров. За заслуги в исследовании пирамиды Гриве был удостоен звания профессора астрономии Оксфордского университета. Все наблюдения и расчёты он скрупулёзно описал в труде под названием «Пирамидография». Перед отъездом в Англию Гриве оставил свои инструменты, включая десятифутовый шест, юному венецианцу, которого повстречал в Египте и который сопровождал его в путешествиях к пирамиде, Тито Ливио Бураттини, жаждавшему не меньше Гриве определить не только точные размеры пирамиды, но и единицу измерения, в соответствии с которой она строилась. Но его экспедиция не смогла выполнить своей задачи, геодезическая ценность пирамиды была забыта; её загадки остались нераскрытыми так же, как и тайны её соседа Сфинкса, который к тому моменту был уже сильно разрушен ветрами Ливийской пустыни.

<http://www.sak.ru/reference/famous-buildings/famous-building2-1.html>

В 1993 г. немецкий инженер, специалист в области робототехники, Рудольф Гантенбринк, (Rudolph Gantenbrink) по просьбе Египетской Ор-

ганизации древностей частично исследовал Пирамиду Хеопса. В конце 2005 года египетские учёные объявили, что вновь запустят в пирамиду Хеопса в Гизе робота, чтобы выяснить назначение двух узких шахт, ведущих к вершине сооружения.

<http://ufo.metrocom.ru/book3/nepom9/nepom9.htm>

Первые научные теории появились, когда поэт и очеркист Джон Тейлор, который никогда не видел пирамиду, сделал серию выводов, касающихся происхождения и назначения Великой пирамиды. Его заинтересовало, почему строители пирамиды использовали такой странный угол наклона блоков — 51 градус 51 минуту вместо угла 60 градусов, соответствующего равносоставленному треугольнику.



Анализируя труды Геродота, где тот приводит свидетельства египетских священников о размерах каждой грани пирамиды, Тейлор заключил, что они были равны по площади квадрату высоты пирамиды. Если это так, то пирамида представляет собой уникальную с точки зрения геометрии

конструкцию; ни одна другая пирамида не обладает такими пропорциями.

Затем Тейлор обнаружил, что если разделить периметр пирамиды на удвоенную высоту, то получится коэффициент 3,144, очень близкий к значению числа «пи». Другими словами, высота пирамиды относится к периметру основания так же, как радиус круга к длине его окружности. Потом он заметил, что если переведёт периметр в дюймы, то получится почти 100 раз по 366. Также если разделить основание на 25 дюймов, то снова получится 366. Могли ли древние египтяне использовать единицу, столь близкую к британскому дюйму? И локоть, равный 25 таким дюймам? Кроме того, он сделал ряд других открытий, которые изложил в книге «Великая пирамида: для чего и кем она построена?».

Пирамида таит в себе не только пропорции «пи», но и другую, более полезную пропорцию, которую в эпоху Ренессанса называли «золотым сечением»; сегодня она обозначается греческой буквой «фи» и может быть выражена числом 1,618.

Чтобы разрешить проблему измерения пирамиды раз и навсегда, инженер-механик Уильям Флиндерс Петри отправился в Египет, вооружённый самыми совершенными по тем временам геодезическими инструментами. Он произвёл тригонометрическую съёмку не только самой пирамиды, но и всего холма Гизы. Петри доказал, что использовался «королевский» локоть, равный 20,63 дюйма, чтобы основание равнялось 440, а высота 280 локтям, тем самым пирамида символизирует шар, так как в ней запечатлено значение числа «пи».

**Текст задачи 4.** Египетские пирамиды до сих пор хранят множество неразгаданных тайн. Каков эффект Пирамид, построенных правильно (высоты которых равны 11, 22 или 44 метрам), в наше время?

а) Выделите ключевые слова для информационного поиска.

б) Найдите необходимую информацию.

в) Обсудите и проанализируйте собранную информацию.

г) Сделайте выводы.

д) Сравните ваши выводы с выводами известных людей.

#### **Возможные информационные источники**

*Web-сайты:*

<http://www.ufolog.ru>

<http://www.pyramids.ru/>

<http://www.ufolog.ru>

<http://apatity.fio.ru>

<http://news.ntv.ru>

<http://www.turismy.com>

<http://www.bolshe.ru/>

<http://www.turismy.com/>

сайт компании АБО: достопримечательности России

#### **Культурные образцы**

<http://www.pyramids.ru>

Важнейшее направление в изучении эффекта формы Пирамид в пропорциях Золотого Сечения — исследования в различных научно-исследовательских институтах и лабораториях. Именно практика изучения возможностей применения эффекта формы Пирамиды привела к получению основной информации, необходимой для использования Пирамид в интересах человека и окружающей среды.

Пирамиды Египта (особенно пирамида Хеопса), входящие в семь Чудес Света, известны давно. Пирамиды — это инструмент, и последние научные исследования учёных направлены на то, чтобы получить новые технологии и разработки для здравоохранения, сельского хозяйства, решения экологических проблем (повышение урожайности, нейтрализация вредного воздействия факторов внешней среды), беспроводной передачи информации. Пирамида Александра Голода стала известна и как достопримечательность Москвы и Подмосковья.



Самая большая Пирамида из стеклопластиковых конструкций находится на 38-м километре шоссе Москва-Рига. Её высота составляет 44 метра. Пирамиду на Новорижском шоссе посещают как москвичи, так и российские и иностранные туристы, потому что Пирамида в России — это не только интересная достопримечательность Москвы и Подмосковья, посещение её полезно для организма человека... Изучение эффекта формы Пирамид в пропорциях Золотого Сечения, пост-





роенных с соблюдением всех правил под руководством Александра Голода, осуществляется с 1989 г. по настоящее время. Также ряд работ проводился на станции «МИР», МКС (международной космической станции), в Институте физкультуры.

В Институте теоретической и экспериментальной биофизики РАН были получены следующие результаты (заместитель директора по научной работе доктор медицинских наук Е.И. Маевский, заведующий группой экспериментальной трансплантологии и нейрохимии кандидат биологических наук А.В. Куликов, заведующий лабораторией регуляции пролиферации и гибели клеток доктор биологических наук Ю.Н. Корыстов).

В процессе исследования влияния растворов из Пирамиды на животных в стрессовой обстановке было выявлено, что воздействие раствора из Пирамиды имеет ярко выраженное антистрессовое воздействие. Эффект формы Пирамиды оптимизирует клеточность тимуса (один из показателей, характеризующих иммунологический статус организма), не позволяя ему «свалиться» в сторону стареющего организма.

В результате исследования влияния информационных матриц (четыре

блока кристаллического гипса общим весом один грамм), изготовленных в Пирамиде, на животных (мышь) при создании модели социального стресса в дополнение к описанным выше результатам было выявлено очевидное снижение уровня агрессивности животных.

В НИИ вакцины им. Мечникова РАМН (заведующий лабораторией — доктор медицинских наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ Н.Б. Егоров) изучалось влияние пребывания живых организмов в Пирамиде на реактивность организма к инфекции. Достоверно установлено, что выживаемость мышей, экспонированных в Пирамиде, значительно превышает выживаемость в группе контрольных животных. Вывод: можно говорить о мощном иммуномодулирующем воздействии Пирамиды на неспецифическую реактивность организма, т.е. применение эффекта формы Пирамиды значительно укрепляет иммунитет.

В НИИ вирусологии им. Ивановского РАМН (академик РАМН С.М. Клименко, доктор медицинских наук Н.Н. Носик, доктор медицинских наук Д.Н. Носик) было проведено исследование воздействия поля пирамиды на лимфобластоидные клетки человека. В результате получены данные о стимулирующем воздействии питательной среды, приготовленной на воде, экспонированной в Пирамиде, на жизнеспособность и пролиферативную активность клеток человека. Увеличено время сохранения жизнеспособности клеток по сравнению с контролем.

Здесь же исследовалось воздействие поля Пирамиды на противовирусную активность иммуноглобулина. Был получен результат: иммуноглобу-

лин в концентрации 0,5 мкг/мл, не оказывающий защитного действия на клетки, после пребывания в Пирамиде обладал вирусоингибирующим действием, более выраженным, чем в 100 раз более концентрированный обычный препарат. Практически противовирусная активность иммуноглобулина (веноглобулина) перестала зависеть от его концентрации.

В Гематологическом научном центре РАМН (профессор В.А. Макаров) для изучения влияния воды, экспонированной в Пирамиде, на свёртывающую систему крови было проведено исследование этой воды в эксперименте на кроликах. В результате достоверно выявлено уменьшение протромбинового времени (увеличение скорости свёртывания крови) и увеличение числа тромбоцитов.

В НПО «Гидрометприбор» (генеральный директор — А.Е. Голод) после пребывания семян различных сельскохозяйственных культур в Пирамиде ими засеивали обширные площади (десятки тысяч га). Во всех случаях (более 20 культур) исследование показало прибавку урожая 20-100% (в зависимости от культуры). Кроме того, посевы значительно меньше болели и лучше переносили засуху.

На территории одного из нефтяных месторождений была установлена Пирамида. Через несколько дней после её установки вязкость нефти в пластах уменьшилась на 30%, соответственно возрос дебет скважин.

### **Важные возможности применения Пирамид**

Начиная с 1990 года, на территории России и других стран ближнего и дальнего зарубежья проводятся ра-

боты по строительству и изучению Пирамид высотой 11, 22 и 44 метра. При строительстве возможны также другие размеры в зависимости от задач. Пирамиды Александра Голода построены в Ницце (Франция), рядом с Римом (Италия), в Альметьевске, в Астрахани, Петрозаводске, Екатеринбурге, Сочи, Алуште, Ростове. Все Пирамиды, возводимые Александром Голодом и его сотрудниками, строятся на основе технологии АБО, что позволяет значительно увеличить их эффективность (в основание каждой Пирамиды закладываются кристаллические матрицы, специально выращенные в 44-метровой Пирамиде на 38-м километре шоссе Москва-Рига). С каждым годом увеличивается объём получаемой информации, возрастает её социальное и научно-техническое значение: получаемые результаты можно в интересах общества и человека быстро использовать.

Проводимые исследования дают положительные результаты, что и позволяет сделать вывод о том, что Пирамида в пропорциях Золотого Сечения, построенная с соблюдением всех правил и этапов, гармонизирует окружающее пространство и оптимизирует его структуру. Когда исследования подтвердили возможность благотворного воздействия на экологию и людей на достаточно больших территориях, эти результаты были применены в «проблемном» районе. Так, в 2000 г. по инициативе руководства Астраханского подразделения «Газпрома», обеспокоенного неблагоприятной экологической обстановкой в окрестностях Аксарайского газоконденсатного месторождения, была построена Пирамида высотой 22 метра.

[www.abo.ru](http://www.abo.ru)

В результате количество отравлений производными предприятия в близлежащем городе Нариманове уменьшилось во много раз (что характерно, исследование воздействия Пирамиды в лабораторных условиях на животных при моделировании этой ситуации показало аналогичный результат).

В 1998 г. на крыше Тольяттинской городской больницы Александром Голлодом и его сотрудниками была построена Пирамида высотой 11 метров. Эта Пирамида пользуется большой популярностью в Тольятти, и, по отзывам врачей больницы, очень эффективно помогает в лечебном процессе (в несколько раз ускоряется процесс выздоровления пациентов при применении эффекта формы Пирамиды в лечебном процессе). Когда в реанимации патологии новорожденных (в Москве) в тяжелейших ситуациях применяли медицинские растворы, обработанные в Пирамиде, приборы фиксировали практически мгновенное и устойчивое улучшение состояния детей.

<http://www.bolshoyforum.org/forum/index.php?action=printpage;topic>

За 11 месяцев применения эффекта формы Пирамид в ряде учреждений УИНа (с помощью выложенных по периметру кристаллов, обработанных в Пирамиде) в разы упало количество нарушений режима, значительно уменьшилась смертность среди заключённых, исчезли тяжкие преступления в учреждениях с общим количеством контингента более пяти тысяч человек (моделирование этой ситуации на животных в Пущинском институте теоретической и экспериментальной биофизики РАН дало тот же результат и в тех же значениях).

Возможности применения эффекта формы Пирамид, подтверждённые практикой:

- эффективное решение проблемы городов и территорий с разбалансированной экологией;
- проблемы эпидемиологических ситуаций;
- проблемы наркомании и алкоголизма.

Ряд косвенных результатов и наблюдений указывает на следующие важные возможности формового эффекта Пирамид:

- решение проблемы природных катаклизмов;
- решение проблемы захоронений ядерных, химических и бактериологических отходов и безопасность соответствующих производств;
- качественно новый подход к средствам телекоммуникации, к средствам хранения и передачи информации (радиолокационные установки фиксируют над Пирамидами «энергетический столб» высотой в несколько километров, с такой «антенной» можно подобраться к самым серьёзным фундаментальным задачам).

[www.abo.ru](http://www.abo.ru)

В Пирамиде происходит ряд удивительных явлений: меняют свойства вещества; семена впоследствии дают значительно больший урожай с лучшей устойчивостью к неблагоприятным погодным условиям, улучшаются свойства продуктов и напитков и т.п. Строительство Пирамид на нефтяном месторождении приводило к снижению вязкости нефти в пластах (что значительно упрощало её добычу и увеличивало дебет скважин). Таким образом, используя разработанные технологии применения эффекта

формы Пирамид, можно принципиально улучшать качество различных продуктов (делать их более благоприятными для человека), решать некоторые производственные задачи.

События последних лет указывают на необходимость появления новых реальных инструментов коррективы экологических и социально-экономических вопросов. Одним из таких инструментов является эффект формы Пирамиды, что подтверждается как в научных исследованиях, так и на практике.

<http://www.gidromet.ru/mech.html>

Многолетнее изучение эффекта формы Пирамид в пропорциях Золотого Сечения и результаты различных экспериментов позволили Александру Голоду выдвинуть следующее предположение о механизме действия формового эффекта Пирамиды: «Участки Пространства Вселенной с достаточно плотными материальными объектами (например, Солнечная Система) подвергаются изменениям (искривлениям) своей структуры под воздействием различных негативных факторов. Неизвестные нам, негармоничные события могут усугублять ситуацию. Следствием искривления Пространства, отклонения его структуры от состояния Гармонии являются различные негативные явления: болезни, эпидемии, преступность, землетрясения, войны, региональные конфликты, социальная напряжённость, экономические катаклизмы и т.п. Пирамида, построенная с соблюдением определённых правил и технологий, в зоне своей деятельности прямо либо опосредованно исправляет структуру Пространства, приближает его к состоянию Гармонии. Всё, что находится либо попа-

дает в это Пространство, начинает развиваться в направлении Гармонии. При этом вероятность возникновения всех перечисленных неприятностей падает. Динамика смягчения и ликвидации всех негативных проявлений существенно зависит от размера Пирамиды, её ориентации в пространстве, подготовки места для строительства и соблюдения всех геометрических соотношений».

[www.ntv.ru/text/news/index.jsp?nid=34754](http://www.ntv.ru/text/news/index.jsp?nid=34754)

Калининградские учёные создали точную трёхметровую копию египетской пирамиды. Соблюдены все пропорции и расположение сторон света, сообщает телекомпания НТВ.

Материалом для пирамиды стал натуральный янтарь, и потому она не только музейный экспонат, но и медицинское средство. Специалисты, изучающие воздействие солнечного камня на организм, пришли к выводу, что именно в такой геометрической конструкции лучше всего проявляются лечебные свойства янтаря.

[www.apatity.fio.ru/projects/pr1182/piramida.htm](http://www.apatity.fio.ru/projects/pr1182/piramida.htm)

Чем пирамида больше, тем больше и радиус защиты. Главное — сохранить пропорции, геометрическое соотношение. Если сторону квадрата основания принять за единицу, то боковое ребро должно составлять 0,95, а высота — 0,64 от единицы. В таком сооружении происходят поразительные вещи. Поместив внутрь пирамиды сосуд с водой на высоте 1/3 от основания, через некоторое время можно получить целебную антибактерицидную воду, она при минусовой температуре не замерзает. Продукты хранятся в пирамиде без холодильника в течение недели, семена расте-

ний, полежавшие внутри, приобретают высокую активность. Энергия пирамид снижает воспалительные процессы, действует как естественный биокорректор воды, растений, животных, замедляет процесс старения живых существ; нейтрализует вредное излучение бытовых электроприборов (СВЧ-печи, компьютеры, телевизоры); излучает положительную биокосмическую энергию, нейтрализует геопатогенные излучения, поддерживает экологический баланс.

Пирамиду можно устанавливать в любом месте: рядом, под или над кроватью, на рабочем столе, на телевизоре, у компьютера. Вода, выдержанная в пирамиде в течение суток, приобретает целебные свойства: укрепляет иммунитет, оказывает омолаживающий эффект, способствует заживлению ран. Можно сделать шалаш в виде пирамиды и там поправлять свое здоровье, проводя в шалаше примерно 15 минут в день, но не более.

[www.golkom.ru/book/26\\_28.html](http://www.golkom.ru/book/26_28.html);  
[www.loza.ru/item/Categories/23/Item/41/loza\\_g\\_links.php](http://www.loza.ru/item/Categories/23/Item/41/loza_g_links.php)

Учёные, исследующие влияние геометрических форм на живой организм, отмечают негативное воздействие жилых зданий квадратно-прямоугольной формы («коробок») на психическое и физическое состояние человека. И наоборот, самое благоприятное, полезное влияние оказывают сооружения с остроконечными крышами. Таким своеобразным пирамидальным эффектом обладают многие культовые сооружения: христианские церкви, соборы, буддийские храмы, мечети. Биоэнергетики утверждают, что вокруг таких построек создаётся экологически чистое и энергетически сильное биополе.

Как всё просто! Понастроить пирамид, поместить в сферу их действия людей — и все проблемы человечества будут решены. Возникает вопрос, почему бы не призвать людей в храмы, где не только действует «эффект формы», но и благодать Божья, и к тому же верующих учат различать добро и зло. «Возвышенная логика» автора не укладывается ни в какую логику. Это чистойшей воды язычество в духе Рерихов и Нью-Эйдж. Плоды духовные, которые возвращает автор, уводят в никуда...

**Текст задачи 5.** В математике существует аргументированное мнение, что прототипами пяти правильных многогранников (тел Платона) послужили природные кристаллы. У многих архимедовых (полуправильных) многогранников также есть точные или очень близкие аналоги в мире кристаллов. Использовались ли кристаллические многогранники, причём такие, которые заведомо не рассматривались тогдашней наукой, в прикладном искусстве древности в качестве образцов для подражания? Если использовались, то кем и когда?

*а) Выделите ключевые слова для информационного поиска.*

*б) Найдите необходимую информацию.*

*в) Обсудите и проанализируйте собранную информацию.*

*г) Сделайте выводы.*

*д) Сравните ваши выводы с выводами известных людей.*

### **Возможные информационные источники**

*Компакт-диски:* Открытая математика (соответствует программе

курса математики для общеобразовательных учреждений России), версия 2.5. Стереометрия. Авторы курса — Р.П. Ушаков и С.А. Беляев / Под ред. доцента МФТИ, канд. физ.-мат.наук Т.С. Пиголкиной.

*Web-сайты:*

<http://tmn.fio./works>

<http://www.mintral.spmi.ru>

<http://aeterma.ru>

<http://www.cultinfo.ru>

<http://e-science.ru>

<http://gatchina3000.ru>

### Культурные образцы

<http://ru.wikipedia.org/wiki/Кристаллография>

Основными мотивами современных исследований служат красота и симметрия, они тем не менее имеют также и некоторое научное значение, особенно в кристаллографии. Слово «кристалл» — греческое, исходное его значение — «лёд». Однако уже в античное время этот термин был перенесён на прозрачные природные многогранники других веществ (кварца, кальцита и т. п.), так как считалось, что это тоже лёд, получивший в силу каких-то причин устойчивость при высокой температуре. В русском языке это слово имеет две формы; собственно «кристалл», означающее возникшее естественным путём многогранное тело, и «хрусталь» — особый сорт стекла с высоким показателем преломления, а также прозрачный бесцветный кварц («горный хрусталь»).

Правильные многогранники — самые выгодные фигуры. И природа этим широко пользуется. Подтверждением тому служит форма некоторых кристаллов. Взять хотя бы пова-

ренную соль, без которой мы не можем обойтись. Известно, что она растворима в воде, служит проводником электрического тока. Кристаллы поваренной соли, тиаантимонида натрия и хромовых квасцов встречаются в природе в виде куба, тетраэдра и октаэдра соответственно.

При производстве алюминия используются алюминиевыми кварцами, монокристалл которых имеет форму правильного октаэдра.

Получение серной кислоты, железа, особых сортов цемента не обходится без сернистого колчедана. Кристаллы этого химического вещества имеют форму додекаэдра.

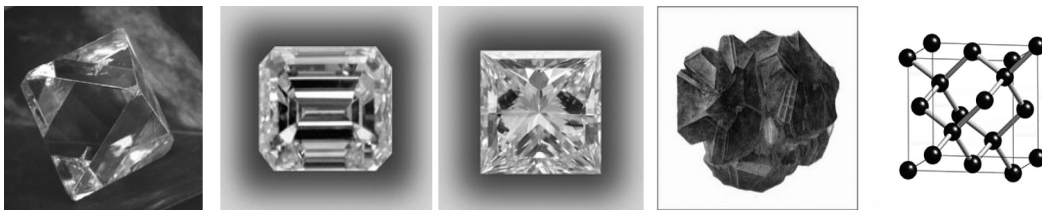
Икосаэдр и додекаэдр среди кристаллических форм не встречаются, но их можно наблюдать среди форм микроскопических морских организмов, известных под названием «радиолярий».

Последний правильный многогранник — икосаэдр передаёт форму кристаллов бора. В своё время бор использовался для создания полупроводников первого поколения.

В разных химических реакциях применяется сурьменистый сернокислый натрий — вещество, синтезированное учёными. Кристалл сурьменистого сернокислого натрия имеет форму тетраэдра.

[www.mineral.spmi.ru/08interest/xtal.html](http://www.mineral.spmi.ru/08interest/xtal.html)

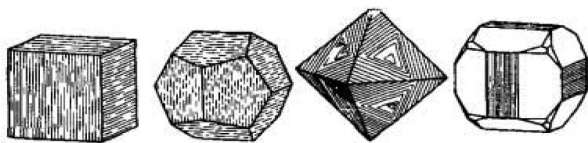
Форме кристаллов издавна придавалось магическое значение, о чём свидетельствуют некоторые археологические находки. Упоминания о «кристалле» (по-видимому, всё-таки речь идёт о «хрустале») неоднократно встречаются в Библии (см., напр.: Откровение Иоанна, 21, 11; 32, 1, и др.).



Некоторые из правильных и полуправильных тел встречаются в природе в виде кристаллов, другие — в виде вирусов, простейших микроорганизмов.

<http://polyhedron.boom.ru/pages/Polyhedr.htm>

Кристаллы — тела, имеющие многогранную форму. Вот один из примеров таких тел: кристалл пирита



(сернистый колчедан  $\text{FeS}$ ) — природная модель додекаэдра. ПИРИТ (от греч. «пир» — огонь) — сернистое железо или серный колчедан.

Пирит — наиболее распространённый минерал из группы сульфидов. Размеры кристаллов пирита часто достигают нескольких сантиметров и являются хорошим коллекционным материалом. От других подобных ему минералов отличается твёрдостью: царапает стекло.

<http://ru.wikipedia.org/wiki>

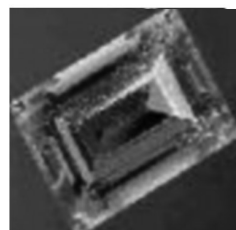
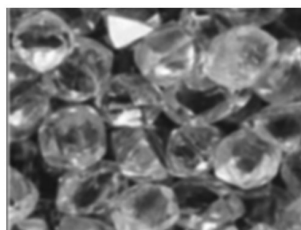
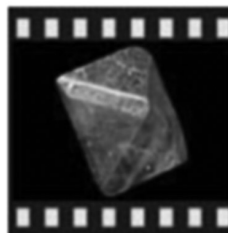
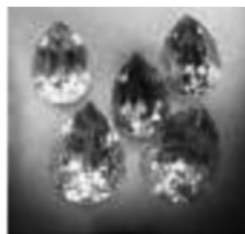
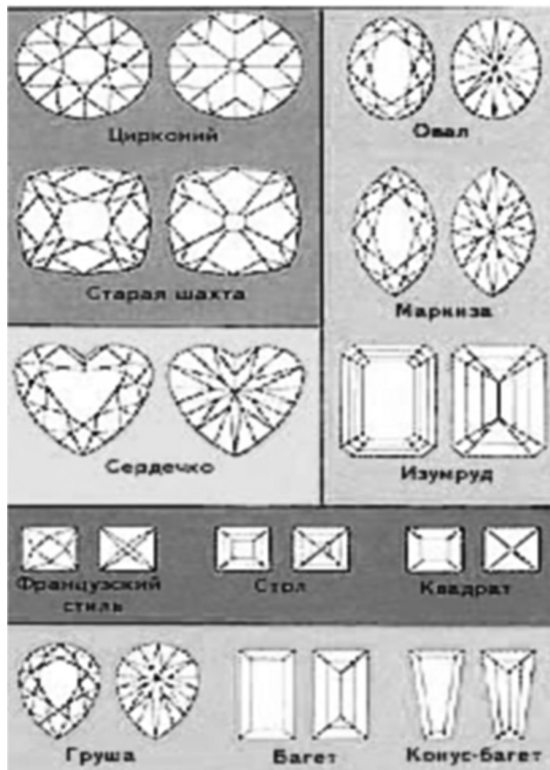
В среде математиков существует аргументированное мнение, что прототипами пяти правильных многогранников (тел Платона) послужили природные кристаллы. У многих архимедовых (полуправильных) много-

гранников также есть точные или очень близкие аналоги в мире кристаллов. А в прикладном искусстве древности иногда в качестве образцов для подражания использовались кристаллические многогранники, причём и такие, которые заведомо не рассматривались тогдашней наукой. Например, в Государственном Эрмитаже хранится нитка бус, форма которых с высокой точностью воспроизводит характерную форму кристаллов красивого полудрагоценного минерала граната. Бусины эти изготовлены из золота (предположительно, ближневосточная работа V вв. н. э.).

Таким образом, кристаллы с давних пор оказывали заметное воздействие на основные сферы интересов человека: эмоциональную (религия, искусство), идеологическую (религия), интеллектуальную (наука, искусство).

Одним из первых законов, замеченных в отношении формы кристаллов, был закон постоянства углов между гранями или рёбрами кристаллов (И. Кеплер; Н. Стенон, XVII в.): на разных индивидах одного и того же кристаллического вещества углы между соответственными гранями или рёбрами одинаковы.

Приведённый пример свидетельствует о том, что если наблюдать и рассматривать многогранные формы, то можно не только почувствовать



их красоту, но и обнаружить некоторые закономерности, возможно, имеющие прикладное значение.

[polyhedron.boom.ru/pages/Polyhedr.htm](http://polyhedron.boom.ru/pages/Polyhedr.htm)

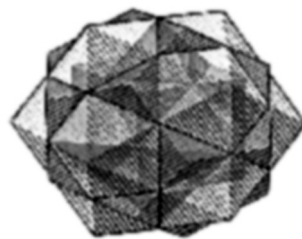
Впрочем, многогранники — отнюдь не только объект научных исследований. Их формы — завершённые

и причудливые, широко используются в декоративном искусстве.

[www.courier.com.ru/energy/en1002kats.htm](http://www.courier.com.ru/energy/en1002kats.htm)

Мауриц Эшер в своих рисунках проиллюстрировал законы сочетания элементов симметрии, т.е. те законы, которые определяют форму кристал-





лов, их атомную структуру, физические свойства.

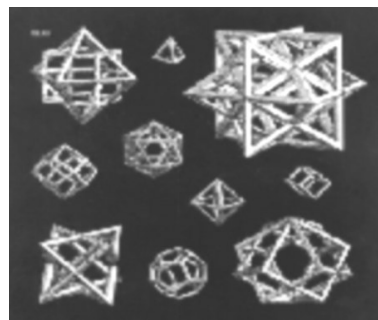
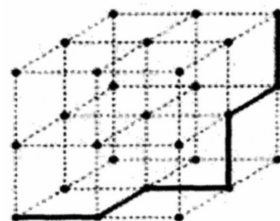
Математик, так же как художник или поэт, создаёт узоры, и если его узоры более устойчивы, то лишь потому, что они составлены из идей. Ярчайший пример художественного изображения многогранников в XX веке — графические фантазии Маурица Эшера (1898–1972).

Благодаря правильным многогранникам открываются не только

удивительные свойства геометрических фигур, но и пути познания природной гармонии... Правильные многогранники встречаются в живой природе. Где возможно увидеть эти удивительные тела?

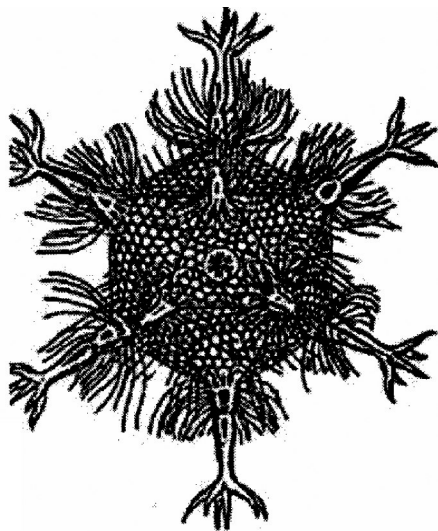
[www.ug.ru/96.11/16.html](http://www.ug.ru/96.11/16.html)

В очень красивой книге немецкого биолога начала нашего века Э. Геккеля «Красота форм в природе»



де» можно прочитать такие строки: «Природа вскармливает на своем лоне неисчерпаемое количество удивительных созданий, которые по красоте и разнообразию далеко превосходят все созданные искусством человека формы».

Создания природы красивы и симметричны, это неотделимое свойство природной гармонии. Но здесь



мы видим и одноклеточные организмы — феодарии, форма которых точно передает икосаэдр. Чем же вызвана такая природная геометризация? Может быть, тем, что из всех многогранников с таким же количеством граней именно икосаэдр имеет наибольший объём и наименьшую площадь поверхности. Это геометрическое свойство помогает морскому микроорганизму преодолевать давление водной толщи.

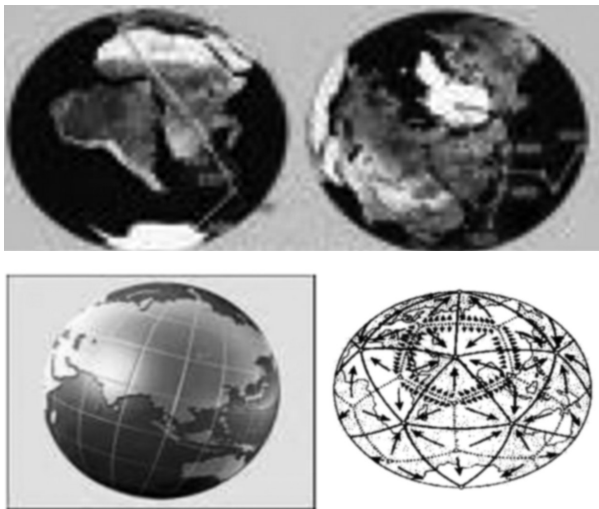
Интересно и то, что именно икосаэдр оказался в центре внимания биологов в их спорах относительно

формы вирусов. Вирус не может быть совершенно круглым, как считалось ранее. Чтобы установить его форму, брали различные многогранники, направляли на них свет под теми же углами, что и поток атомов на вирус. Оказалось, что только один многогранник дает точно такую же тень — икосаэдр.

### Гипотеза об икосаэдро-додекаэдровой структуре Земли

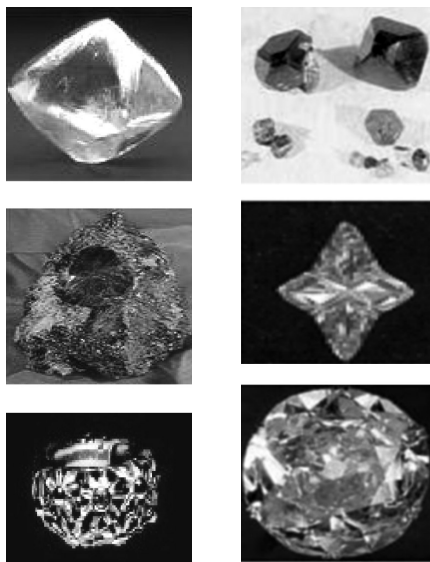
[www.history.ru/index.php?option=com\\_ewriting&Itemid=0&func=chapterin](http://www.history.ru/index.php?option=com_ewriting&Itemid=0&func=chapterin)

Если нанести на глобус очаги наиболее крупных и примечательных культур и цивилизаций древнего мира, можно заметить закономерность в их расположении относительно географических полюсов и экватора планеты. Многие залежи полезных ископаемых тянутся вдоль икосаэдро-додекаэдровой сетки. Ещё более удивительные вещи происходят в местах пересечения этих рёбер: тут располагаются очаги древнейших культур и цивилизаций: Перу, Северная Монголия, Гаити, Обская культура и другие. В этих точках наблюдаются максимумы и минимумы атмосферного давления, гигантские завихрения Мирового океана, здесь шотландское озеро Лох-Несс, Бермудский треугольник. Дальнейшие исследования Земли, возможно, определят отношение к этой красивой научной гипотезе, в которой, как видно, правильные многогранники занимают важное место. И, разумеется, не могло остаться без внимания одно из основных свойств кристаллов — их симметричность, визуально выража-



ющаяся в закономерном, «правильном» расположении одинаковых граней кристалла. Как говорил творец современной теории строения кристаллов Е.С. Фёдоров, «кристаллы блещут симметрией».

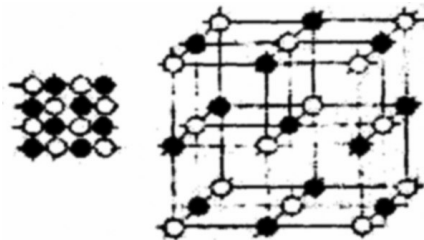
Эти и многие другие геометрические и физические закономерности,



обнаруженные в кристаллах, привели к середине XIX века к представлению об их трёхмерно-периодическом или решётчатом строении. Это представление просуществовало в виде гипотезы (хотя и весьма солидно обоснованной) до 1912 г., когда был проведён исторический эксперимент по дифракции рентгеновских лучей в кристаллах (Макс фон Лауэ). Этот эксперимент непосредственно доказал правильность принятой гипотезы и послужил стимулом бурного развития кристаллографии и её проникновения буквально во все области человеческой деятельности.

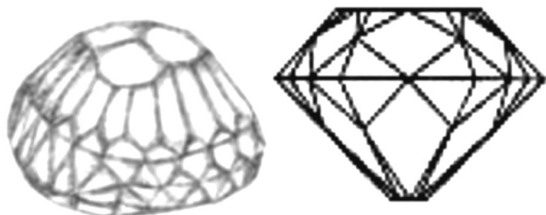
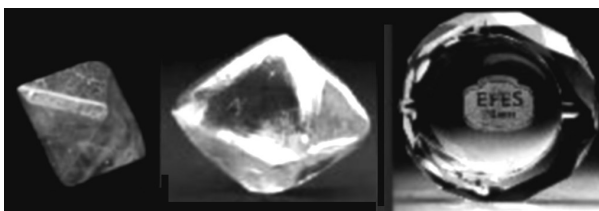
[www.surajamrita.com/FOL/petal6\\_3.html](http://www.surajamrita.com/FOL/petal6_3.html)

Кристаллические многогранники симметричны: их грани и рёбра могут быть совмещены друг с другом с помощью операций симметрии кристаллизации. При процессе кристаллизации атомы всегда выстраиваются определённым образом. Они формируются, скажем, в куб, и затем этот куб выстраивает рядом с собой другой куб и рядом с тем — ещё один куб, и вскоре получается куб, связанный с другим кубом, который, в свою очередь, связан со следующим кубом и так далее — формируя то, что именуется решёткой.



Существуют всевозможные способы, какими атомы могут объединяться. Получающиеся в результате

этого молекулы всегда связаны со священной геометрией и пятью Платоновыми телами... Удивительно то, как эти маленькие атомы знают, что следует отправляться именно в эти определённые места, особенно, если они составляют нечто очень, очень сложное!



Существуют тысячи способов, как можно проделать огранку кристаллов. Каждая модель и кристалл, независимо от того, каким бы сложным он ни стал, будет превращаться в одну из пяти Платоновых тел, если вы станете правильно производить его огранку, выявляя врождённую природу пяти Платоновых тел в кристаллической структуре.

**Текст задачи 6.** Познакомившись с многогранниками и их видами, попробуйте выполнить практическую работу на склеивание моделей многогранников по предложенным развёрткам. Какие задачи на построение с помощью циркуля и линейки придётся решать, чтобы склеенные вами модели оказались Платоновыми телами?

а) Выделите ключевые слова для информационного поиска.

б) Найдите необходимую информацию.

в) Обсудите и проанализируйте собранную информацию.

г) Сделайте выводы.

д) Сравните ваши выводы с выводами известных людей.

### Возможные информационные источники

Справочник по элементарной математике. Геометрия, тригонометрия, векторная алгебра / Под ред. П.Ф. Фильчакова. Киев: Наукова Думка, 1967.

Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. Таблицы, арифметика, алгебра, геометрия, тригонометрия, функции и графики. 16 изд. М.: Наука, 1965.

Web-сайты:

<http://www.langeman.net>

<http://www.mathsisgoodforyou.com>

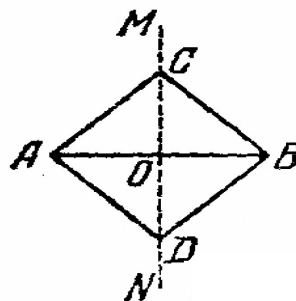
<http://www.krugosvet.ru>

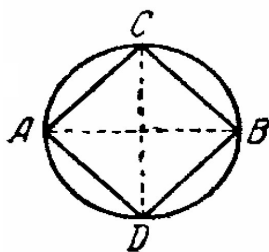
<http://nauka.relis.ru>

### Культурные образцы

Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. Таблицы, арифметика, алгебра, геометрия, тригонометрия, функции и графики. 16 изд. М.: Наука, 1965. С. 266–268.

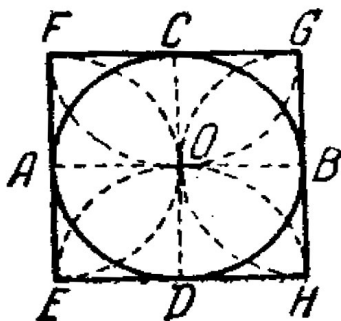
1. Построить квадрат по данной его диагонали АВ.



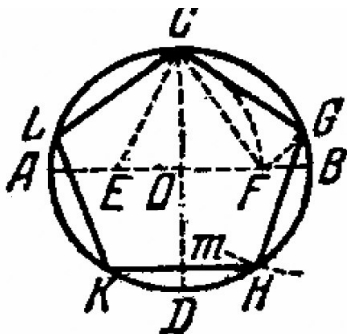


Через середину  $AB$  проводим к  $AB$  серединный перпендикуляр  $MN$ . От точки  $O$  его пересечения с  $AB$  откладываем на  $MN$  отрезки  $OC$  и  $OD$ , равные  $OA$ ;  $ACBO$  — искомый квадрат.

2. Вписать квадрат в данный круг.



Проводим два взаимно перпендикулярных диаметра  $AB$  и  $CD$ ;  $ACBD$  — искомый квадрат.



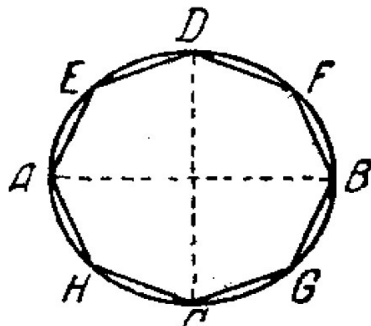
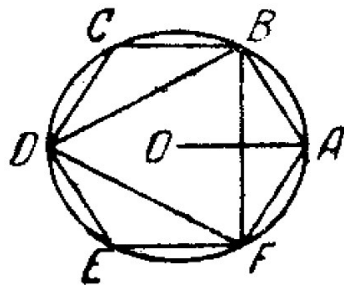
3. Описать квадрат около данного круга.

Проводим два взаимно перпендикулярных диаметра  $AB$  и  $CD$ . Из их концов, как из центров, описываем четыре полуокружности радиусами, равными  $OA$ . Точки  $F, G, H$  и  $E$  их пересечения — вершины искомого квадрата.

4. Вписать правильный пятиугольник в данный круг.

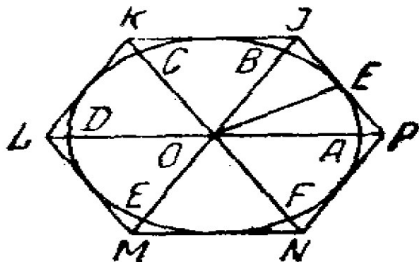
Проводим два взаимно перпендикулярных диаметра  $AB$  и  $CD$ . Делим пополам радиус  $AO$  в точке  $E$ . Из  $E$  радиусом  $EC$  проводим дугу  $CF$ , пересекая её диаметр  $AB$  в точке  $F$ . Из  $C$  радиусом  $CF$  проводим дугу  $FG$ , пересекая её данную окружность в точке  $G$ ;  $CG (= CP)$  есть одна сторона искомого фигуры. Проводим тем же радиусом дугу  $mn$  из центра  $G$ , получаем ещё одну вершину  $H$  искомого фигуры и т.д.

5. Вписать в данный круг правильный шестиугольник и треугольник.



Раствором циркуля, равным радиусу круга, делаем на окружности засечки в точках А, В, С, D, E, F. Соединяя точки А, В, С, D, E, F подряд, получим правильный шестиугольник. Соединяя их через одну, получим правильный (равносторонний) треугольник.

б. Около данного круга описать правильный треугольник, пятиугольник, шестиугольник.



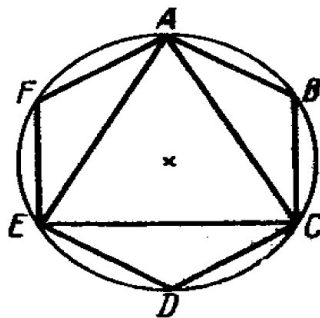
Отметим на окружности вершины А, В, ..., F правильного вписанного многоугольника с тем же числом сторон. Проведём радиусы ОА, ОВ, ..., CF и продолжим их. Дугу АВ разделим пополам точкой Е. Через Е проведём JP — ОЕ. Отрезок JP, заключённый между продолжениями соседних радиусов, есть сторона искомой фигуры. На продолжениях остальных радиусов откладываем отрезки ОК, ОL, ..., ON, равные ОР. Точки J, K, L... следовательно соединяем. Многоугольник JKLM...NP — искомый.

*Справочник по элементарной математике. Геометрия, тригонометрия, векторная алгебра / Под ред. П.Ф. Фильчакова. Киев: Наукова Думка, 1967. С. 115–116.*

Задача 1. В данную окружность вписать правильный шестиугольник и треугольник.

Раствором циркуля, равным радиусу окружности, делаем на ней за-

сечки в точках А, В, С, В, E, F. Соединяя точки А, В, С, В, E, F подряд, получим правильный шестиугольник. Соединяя их через одну, получим правильный (равносторонний) треугольник.



Задача 2. Вписать в данную окружность квадрат и правильный восьмиугольник.

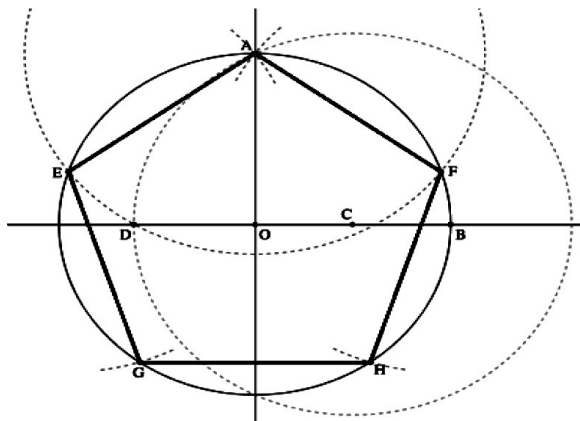
Проведём в данной окружности O два взаимно перпендикулярных диаметра АВ и СВ. Соединив точки А, В, В, С, получаем квадрат. Опустив из центра О на стороны квадрата перпендикуляры и продолжив их до пересечения с окружностью, разделим её на восемь равных частей. Точки деления окружности являются вершинами правильного восьмиугольника.

Задача 3. В данную окружность вписать правильный пятиугольник и правильный десятиугольник.

[ru.wikipedia.org/wiki/ Правильный\\_пятиугольник](http://ru.wikipedia.org/wiki/Правильный_пятиугольник)

Правильный пятиугольник можно построить с помощью циркуля и линейки или вписав его в заданную окружность, или построив на основе заданной стороны. Этот процесс описан Евклидом в его «Началах» около 300 года до н. э.

Вот один из методов построения правильного пятиугольника в заданной окружности:



Постройте окружность, в которую будет вписан пятиугольник, и обозначьте её центр как  $O$ . Выберите на окружности точку  $A$ , которая будет одной из вершин пятиугольника.

Постройте прямую через  $O$  и  $A$ . Постройте прямую перпендикулярно прямой  $OA$ , проходящую через точку  $O$ . Обозначьте одно её пересечение с окружностью как точку  $B$ .

Постройте точку  $C$  посередине между  $O$  и  $B$ .

Проведите окружность с центром в  $C$  через точку  $A$ . Обозначьте её пересечение с прямой  $OB$  (внутри первоначальной окружности) как точку  $O$ .

Проведите окружность с центром в  $A$  через точку  $O$ . Обозначьте её пересечения с оригинальной окружностью как точки  $E$  и  $P$ .

Проведите окружность с центром в  $E$  через точку  $A$ . Обозначьте её другое пересечение с первоначальной окружностью как точку  $O$ .

Проведите окружность с центром в  $P$  через точку  $A$ . Обозначьте её другое пересечение с первоначальной окружностью как точку  $H$ .

Постройте правильный пятиугольник  $AEGHF$ .

*Традиционное построение правильного пятиугольника.*

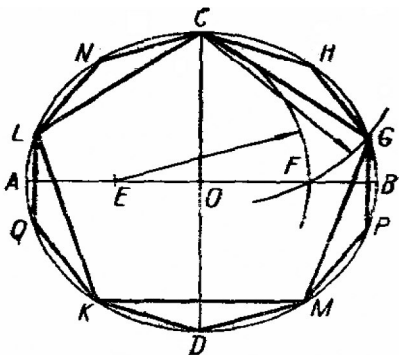
Эту фигуру легко построить, разделив окружность на пять равных частей. Полный угол равен  $360$  градусам, а у пятиугольника  $5$  сторон. Поступаем так:  $360 : 5 = 72$ . Значит, нужно построить радиус окружности и повернуть его  $5$  раз на  $72$  градуса вокруг центра окружности.

→ Каждый внутренний угол правильного пятиугольника равен  $108$  градусам.

Алгоритм построения правильного пятиугольника:

- постройте окружность;
- отметьте на окружности точку и соедините её отрезком с центром;
- выделите центр окружности, откройте меню *Преобразования* и выберите команду *Отметить* центр;
- выделите отрезок и его конец на окружности, откройте меню *Преобразования* и выберите команду *Повернуть*;
- Появляется окно *Поворот*. Наберите значение угла поворота  $72$  градуса и нажмите на кнопку *Повернуть*;
- Отрезок повернётся на  $72$  градуса и будет выделен. Теперь снова выберите команду *Повернуть* и нажмите на кнопку *Повернуть*. Так повторите ещё три раза.
- Соедините точки на окружности отрезками. Вы получили правильный пятиугольник.

Выделите любую вершину пятиугольника и подвиньте её по окружности так, чтобы одна сторона пятиугольника лежала горизонтально. Такое расположение пятиугольника удобно для построения бордюров



и паркетов параллельным переносом.

Другой способ построения правильного пятиугольника:

Проведём два взаимно перпендикулярных диаметра АВ и СВ. Разделим пополам радиус АО в точке Е. Из Е радиусом ЕС проводим дугу CF, пересекая ею диаметр АВ в точке F. Из С радиусом CF проводим дугу FG, пересекая ею данную окружность в точке G, тогда CG = CF есть одна из сторон искомого пятиугольника. Проведя тем же радиусом дугу из центра G, получаем следующую вершину М искомой фигуры и т. д.

### Построение правильного пятиугольника и пентаграммы

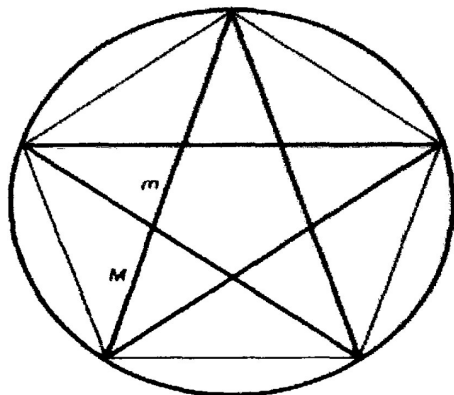
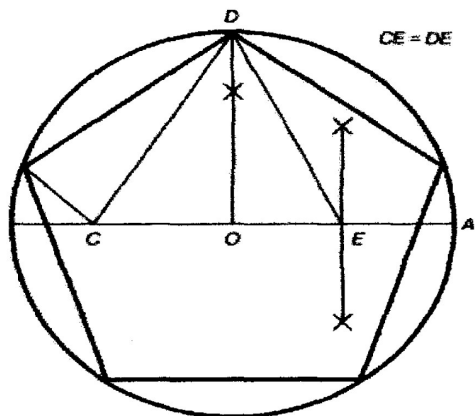
[n-t.ru/tp/iz/zs.htm](http://n-t.ru/tp/iz/zs.htm)

Для нахождения отрезков золотой пропорции восходящего и нисходящего рядов можно пользоваться пентаграммой.

Для построения пентаграммы необходимо построить правильный пятиугольник. Способ его построения разработал немецкий живописец и график Альбрехт Дюрер (1471-528). Пусть О — центр окружности, А — точка на окружности и Е — середина отрезка ОА. Перпендикуляр к радиусу ОА, восставленный в точке О, пересекается с окружностью в точке D. Пользуясь циркулем, отложим на диаметре отрезок CE = ED. Длина стороны вписанного в окружности правильного пятиугольника равна DC.

Откладываем на окружности отрезки DC и получим пять точек для начертания правильного пятиугольника.

Соединяем углы пятиугольника через один диагоналями и получаем пентаграмму. Все диагонали пяти-

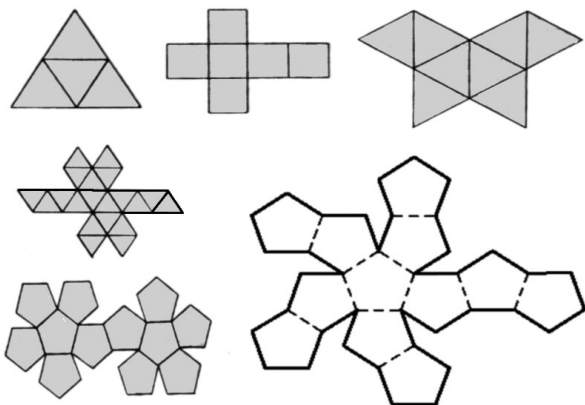




угольника делят друг друга на отрезки, связанные между собой золотой пропорцией.

Каждый конец пятиугольной звезды представляет собой золотой треугольник. Его стороны образуют угол  $36^\circ$  при вершине, а основание, отложенное на боковую сторону, делит ее в пропорции золотого сечения.

*Энциклопедический словарь юного математика. М.: Педагогика, 1985. С. 266.*

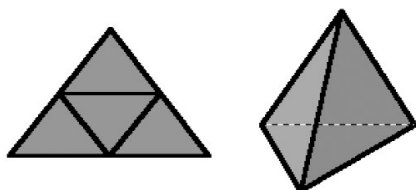


<http://www.astronet.ru/db/msg/1195692/text>

### Практические задания

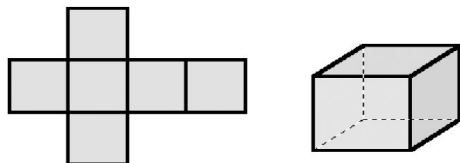
#### Задание 1.

На рисунке изображена развёртка правильного тетраэдра. Перечертите её на плотный лист бумаги в большом масштабе, вырежьте развёртку и склейте из неё тетраэдр.



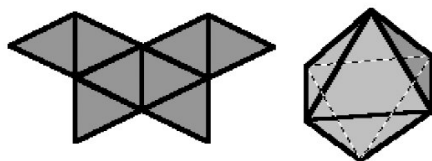
#### Задание 2.

На рисунке изображена развёртка куба. Перечертите её на плотный лист бумаги в большом масштабе, вырежьте развёртку и склейте из неё куб.



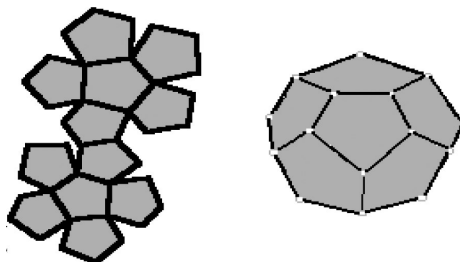
#### Задание 3.

На рисунке изображена развёртка правильного октаэдра. Перечертите её на плотный лист бумаги в большом масштабе, вырежьте развёртку и склейте из неё октаэдр.



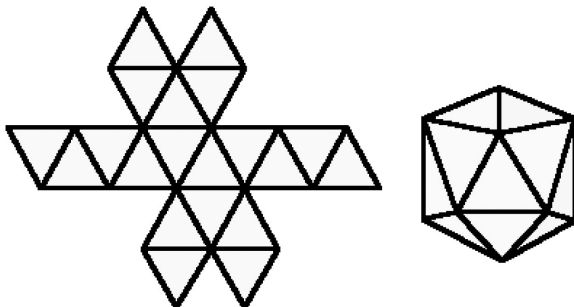
#### Задание 4.

На рисунке изображена развёртка правильного додекаэдра. Перечертите её на плотный лист бумаги в большом масштабе, вырежьте развёртку и склейте из неё додекаэдр.



**Задание 5.**

На рисунке изображена развёртка правильного икосаэдра. Перечертите её на плотный лист бумаги в большом масштабе, вырежьте развёртку и склейте из неё икосаэдр.



При склеивании развёрток сделайте необходимые припуски на швы.

**Методический комментарий**

Цель работы: познакомить учеников с интереснейшим геометрическим материалом, совершить экскурсию в историю древнего мира,

подготовив тем самым учащихся к восприятию темы «Многогранники», воссоздать красоту Платоновых тел, показать их в окружающем нас мире и помочь ученикам своими руками сделать модели правильных многогранников. Знакомство с предложенными задачами о многогранниках расширяет кругозор школьников, повышает интерес к предмету. Учащимся продвинутого уровня предоставляется возможность познакомиться с другими существующими источниками по этой теме, реализовать собранный материал в проектной деятельности. В работе можно порекомендовать направляемый учителем выбор ключевых слов для информационного поиска. Слова «многогранник», «Платоновы тела», «Эйлер Леонард», «кристаллы» — ключевые для решения этих задач. С их помощью можно найти достаточно много информации, и проанализировав её, ответить на поставленные для решения задачи вопросы и сделать выводы.