

Субтесты по математике как средство диагностики приёмов умственной деятельности

А.В. Фарков,

Северный (Арктический) федеральный университет (Архангельский государственный технический университет), e-mail: a.farkov@mail.ru

ОДНИМ ИЗ ОСНОВНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ОБУЧАЕМОСТИ УЧАЩИХСЯ МАТЕМАТИКЕ ЯВЛЯЕТСЯ СФОРМИРОВАННОСТЬ ПРИЁМОВ УМСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ. ЭТОТ ПОКАЗАТЕЛЬ — КОСВЕННЫЙ, ТАК КАК ПРИЁМЫ УМСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ НЕ ВХОДЯТ В СТРУКТУРУ ОБУЧАЕМОСТИ, НО БЛАГОДАРЯ ИХ ВЗАИМОСВЯЗИ СО МНОГИМИ КАЧЕСТВАМИ УМА, ПО СФОРМИРОВАННОСТИ ПРИЁМОВ УМСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ МЫ МОЖЕМ СУДИТЬ И О СФОРМИРОВАННОСТИ КАЧЕСТВ УМА. А, ЗНАЧИТ, И ОБ ОБУЧАЕМОСТИ УЧАЩИХСЯ МАТЕМАТИКЕ.

Под приёмом умственной деятельности понимаются способы, которыми учащиеся осуществляют умственную деятельность и которые могут быть выражены в перечне действий. Основными приёмами умственной деятельности являются анализ, синтез, аналогия, сравнение, классификация, обобщение, абстрагирование и конкретизация. Анализ и синтез — основные мыслительные приёмы, их нельзя разложить на элементарные приёмы, они сами лежат в основе других мыслительных приёмов.

Проведённый анализ психолого-педагогической литературы по проблеме диагностики сформированности приёмов умственной деятельности показал, что для проведения диагностической работы учителем математики лучше всего подойдут методики, в основу которых положены субтесты, составленные на материале математики.

Под субтестом будем понимать разновидность теста, предназначенного для оценки сформированности определённого приёма умственной деятельности.

Чтобы быть средством диагностики, субтест должен удовлетворять некоторым требованиям. Рассмотрим их.

1. Вопросы субтеста должны быть лёгкими для понимания, в противном случае учащиеся будут тратить время не на выполнение задания, а на понимание того, что от них требуется.
2. Задания по возможности должны быть новы как по содержанию, так и по способу решения. Иначе будет диагностироваться обученность учащегося, а не тот приём, для которого предназначен субтест.
3. При выполнении задания вероятность случайного решения должна быть минимальной.
4. Задания субтеста должны быть одного типа.
5. Заданий в субтесте не должно быть слишком много. Для удобства обработки результатов мы предлагаем 10 заданий в каждом субтесте.
6. Выполнение субтеста не должно занимать много времени.
7. Задания в субтесте должны включать материал, изученный учащимися.

Основные цели разработки субтестов следующие:

— выявление неблагоприятных в плане сформированности приёмов умственной деятельности учащихся;

— определение индивидуальных направлений коррекционной программы для работы с учащимися.

Особенность субтестов в том, что они не проверяются на валидность, так как конструируются с прицелом на определённую задачу. Оценки за выполнение субтестов обычно не ставятся: учащиеся или достигают определённого данным субтестом уровня, или не достигают. Хотя некоторым из них, достигшим высокого уровня, отметки можно и выставить. Обычно уровень считается достигнутым, если учащиеся набирают 80–100% баллов.

Рассмотрим некоторые разработанные нами субтесты. При их разработке использовались как различные учебные пособия, так и субтесты других авторов, включающие материал из разных предметов.

1. Методика диагностики сформированности приёма умственной деятельности «Аналогия»

Аналогия — умозаключение о принадлежности предмету определённого признака на основе сходства в существенных признаках с другим предметом.

Методика проведения. Субтест состоит из 2 частей. В каждой части по 5 заданий. Вторая часть субтеста — более сложная, так как требует самостоятельного поиска и конструирования ответа. Субтест отпечатан на листе бумаги, который лежит на столе перед учащимся. В начале выполнения каждой части субтеста учащимся предлагается инструкция.

Субтест предназначен для учащихся 10–11 классов, время на его выполнение — 5 минут.

Субтест «Аналогия»

Часть 1. Предлагается три слова. Между первым и вторым существует определённая связь, и такая же — между третьим и одним из пяти предложенных. Это слово предстоит найти, а букву, под которой оно написано, внести в карту-опросник.

1. Сторона — фигура = грань — ?

а) треугольник, б) тело, в) плоскость, г) окружность, д) квадрат.

2. Конус — прямоугольный треугольник = цилиндр — ?

а) круг, б) прямоугольник, в) параллелограмм, г) многоугольник, д) трапеция.

3. Прямая — луч = плоскость — ?

а) пространство; б) фигура; точка; г) планиметрия; д) полуплоскость.

4. Многоугольник — стороны = многогранник — ?

а) грани, б) ребра, в) многоугольники, г) вершины, д) углы.

5. Треугольник — тетраэдр = окружность — ?

а) конус, б) шар, в) пирамида, г) параллелепипед, д) круг.

Часть 2. Предлагается три слова. Между первым и вторым существует определённая связь, и такая же — между третьим и четвёртым. Это слово предстоит найти и вписать в карту-опросник.

1. Фигура — площадь = тело — ?

2. Окружность — круг = сфера — ?

3. Пирамида — многогранник = треугольник — ?

4. Диаметр — радиус = окружность — ?

5. Квадрат — плоскость = куб — ?

Правильные ответы:

Часть 1. 1 — б; 2 — б; 3 — д; 4 — а; 5 — а.

Часть 2. 1 — объём; 2 — шар; 3 — многоугольник; 4 — полуокружность; 5 — пространство.

Оценка результатов субтеста.

9–10 правильных ответов — высокий уровень развития приёма «аналогия»;

7–8 правильных ответов — хороший уровень развития приёма «аналогия»;

5–6 правильных ответов — удовлетворительный уровень развития приёма «аналогия»;

3–4 правильных ответа — низкий уровень развития приёма «аналогия»;

0–2 правильных ответа — слабый уровень развития приёма «аналогия» (приём не развит).

2. Методика диагностики сформированности приёма умственной деятельности «Обобщение»

Обобщение — это мысленное выделение общего в предметах и явлениях действительности и основанное на этом объединение их друг с другом.

Методика проведения. Субтест отпечатан на листе бумаги, который лежит на столе перед учащимся. В начале выполнения каждой части учащимся предлагается инструкция. Учащимся предлагается 7 минут на выполнение субтеста. Оценка результатов: верный ответ — 2 б; ответ, близкий к верному или более широкое обобщение — 1 б; неверный ответ или его отсутствие — 0 б.

Субтест предназначен для учащихся 10–11 классов.

Субтест «Обобщение»

Предлагается два слова. Нужно определить, что между ними общего. Желательно в каждом случае найти более существенные общие признаки для обоих слов и записать ответ в опросник.

Например: сумма — произведение. *Ответ:* результаты математических операций.

- 1) одночлен — трёхчлен;
- 2) чётность — периодичность;
- 3) тангенс — косинус;
- 4) шаровой сегмент — шаровой слой;
- 5) стереометрия — планиметрия;
- 6) правильный тетраэдр — куб;
- 7) синусоида — тангенсоида;
- 8) параллельные прямые — скрещивающиеся прямые;
- 9) треугольник — параллелограмм;
- 10) цилиндр — конус.

Правильные ответы:

1 — многочлены; 2 — свойства функции; 3 — тригонометрические функции; 4 — части шара; 5 — разделы геометрии; 6 — правильные многогранники; 7 — графики тригонометрических функций; 8 — прямые, которые не пересекаются; 9 — многоугольники; 10 — тела вращения.

Оценка результатов субтеста.

- 17–20 баллов — высокий уровень развития приёма «Обобщение»;
- 13–16 баллов — хороший уровень развития приёма «Обобщение»;
- 9–12 баллов — удовлетворительный уровень развития приёма «Обобщение»;
- 5–8 баллов — низкий уровень развития приёма «Обобщение»;
- 0–4 баллов — слабый уровень развития приёма «Обобщение» (приём не развит).

3. Методика диагностики сформированности приёма умственной деятельности «Классификация»

Классификация — мысленное распределение предметов по группам и подгруппам в зависимости от сходства и различия друг с другом.

Методика. Субтест состоит из 10 заданий курса планиметрии. В начале выполнения каждой части субтеста учащимся предлагается инструкция.

Субтест предназначен для учащихся 9 класса, время на его выполнение — 6 минут.

Субтест «Классификация»

Даны пять слов. Четыре из них объединены общим признаком. Пятое слово к ним не подходит. Необходимо найти это слово и соответствующую ему букву внести в опросник.

1. а) накрест лежащие углы; б) соответственные углы; в) перпендикулярные прямые; г) односторонние углы; д) секущая.
2. а) вершина, б) сторона, в) радиус, г) медиана, д) биссектриса.
3. а) диаметр, б) биссектриса, в) центр, г) радиус, д) хорда.
4. а) абсцисса; б) координатная ось; в) отрезок; г) ордината; д) координата.
5. а) длина, б) градусная мера, в) ширина, г) высота, д) расстояние.
6. а) симметрия; б) поворот; в) параллельный перенос; г) движение; д) время.

7. а) периметр, б) длина, в) площадь, г) радиан, д) объём.

8. а) основание; б) катет; в) диагональ; г) гипотенуза; д) медиана.

9. а) трапеция; б) параллелограмм; в) квадрат; г) прямоугольник; д) ромб.

10. а) площадь; б) длина; в) отрезок; г) объём; д) ширина.

Правильные ответы: 1 — в; 2 — в; 3 — б; 4 — в; 5 — б; 6 — д; 7 — г; 8 — в; 9 — а; 10 — в.

Оценка результатов

9–10 правильных ответов — высокий уровень развития приёма «классификация»;
7–8 правильных ответов — хороший уровень развития приёма «классификация»;
5–6 правильных ответов — удовлетворительный уровень развития приёма «классификация»;
3–4 правильных ответов — низкий уровень развития приёма «классификация»;
0–2 правильных ответов — слабый уровень развития приёма «классификация» (приём не развит).

4. Методика диагностики сформированности приёма умственной деятельности «Абстрагирование»

Абстрагирование — мысленное выделение одних признаков предмета (существенных) и отвлечение от других (несущественных).

Методика проведения. Субтест состоит из 10 заданий курса планиметрии. В начале выполнения каждой его части учащимся предлагается инструкция. За каждый правильный ответ даётся по 1 баллу (то есть за каждое задание можно получить 0 или 1 или 2 балла). Данный субтест позволяет проверить умение выделять существенные признаки понятия, абстрагироваться от несущественных свойств понятий.

Субтест предназначен для учащихся 9 класса, время на его выполнение — 8 минут.

Субтест «Абстрагирование»

Необходимо из пяти предложенных в скобках терминов выбрать два, которые наиболее точно определяют математическое понятие, стоящее до скобок. Вписать в опросник буквы, под которыми находятся эти два слова.

1. Медиана треугольника (а) угол; б) отрезок; в) прямая; г) фигура; д) сторона).
2. Угол (а) прямая; б) треугольник; в) дополнительные полупрямые; г) точка; д) лучи).
3. Диаметр (а) отрезок; б) хорда; в) радиус; г) длина; д) центр).
4. Внешний угол треугольника (а) смежный угол; б) полупрямая; в) вершина; г) внутренний угол; д) сумма).
5. Средняя линия (а) сторона; б) треугольник; в) прямая; г) середина; д) точка).
6. Вектор (а) абсолютная величина; б) отрезок; в) координата; г) скаляр; д) направление).
7. Четырёхугольник (а) прямоугольник; б) точки; в) диагонали; г) отрезки; д) вершины).
8. Движение (а) преобразование; б) симметрия; в) отрезок; г) подобие; д) расстояние).
9. Прямоугольник (а) высота; б) углы; в) диагонали; г) квадрат; д) четырёхугольник).
10. Геометрия (а) фигура; б) прямая; в) пространство; г) наука; д) треугольник).

Правильные ответы: 1 — б, д; 2 — г, д; 3 — б, д; 4 — а, г; 5 — а, г; 6 — б, д; 7 — б, г; 8 — а, д; 9 — б, д; 10 — а, г.

Оценка результатов субтеста

17–20 баллов — высокий уровень развития приёма «абстрагирование»;
13–16 баллов — хороший уровень развития приёма «абстрагирование»;
9–12 баллов — удовлетворительный уровень развития приёма «абстрагирование»;
5–8 баллов — низкий уровень развития приёма «абстрагирование»;
0–4 баллов — слабый уровень развития приёма «абстрагирование» (приём не развит).

С другими субтестами можно познакомиться по книгам автора¹. Разработанные субтесты составлены на основе математических понятий. Поэтому наряду с диагностикой сформированности приёмов умственной деятельности, они позволяют диагностировать

¹ Фарков А.В. Диагностика сформированности приёмов умственной деятельности учащихся при обучении математике. Архангельск: ПГУ, 2005. 28 с.; Фарков А.В. Диагностика обученности и обучаемости учащихся математике: монография. Архангельск: Поморский университет, 2005. 316 с.

и знание учащимися основных математических терминов и понятий. Чтобы уровень обученности не сказывался на достоверности при определении уровня сформированности приёмов умственной деятельности, следует проводить диагностику сформированности приёмов умственной деятельности у учащихся, имеющих один уровень обученности. Такие пожелания, кстати, высказаны и психологами. Все субтесты лучше применять в конце учебного года.

После того, как учитель математики убедится, что уровень сформированности того или иного приёма находится на низком уровне, ему необходимо провести коррекцию. Рассмотрим возможные варианты разработанных нами упражнений для коррекционной работы.

1. Применение словесных ассоциаций. Например, учитель называет слово «треугольник», а ученик — ассоциацию с этим словом, например: 180° ; 3 угла, 3 отрезка и т.д. При этом называть надо понятия не только в ближайшее время рассмотренные на уроках, но и изученные давно.

2. Назовите предметы из окружающей нас действительности, которые имеют форму квадрата, прямоугольника, конуса, цилиндра, шара и т.д.

3. Применение упражнений, аналогичных упражнениям из субтестов:

Предлагается три слова. Между первым и вторым существует определённая связь, и такая же — между третьим и одним из пяти предложенных. Найдите это слово. Вам предстоит найти.

а) Треугольник — периметр = пирамида — ? (объём, основание, площадь поверхности, высота, площадь основания).

б) Конус — образующая = прямоугольный треугольник — ? (сторона, катет, гипотенуза, высота, медиана).

в) Окружность — $2\pi r$, четырёхугольник — ? (сторона, угол, периметр, радиус, вершина).

Предлагается три слова. Между первым и вторым существует определённая связь,

и такая же — между третьим и четвёртым. Найдите это слово.

— Прямоугольный треугольник — гипотенуза = трапеция — ? (основание).

— Пирамида — объём = сектор — ? (площадь).

— Сумма углов треугольника — 180° = сумма углов параллелограмма — ? (360°).

— Наклонная — перпендикуляр = образующая — ? (высота).

— Угол — лучи = четырёхугольник — ? (отрезки).

— Система — пересечение = совокупность — ? (объединение).

— Прямая — две точки = плоскость — ? (пересекающиеся прямые).

— Треугольник — тетраэдр = квадрат — ? (куб).

4. Провести обобщение и ограничение следующих понятий, (то есть подберите более общее и более частное понятие к каждому из указанных понятий):

а) отрицательное число (сумма, число, — 4, положительное число);

б) деление (умножение, разность, деление с остатком, действие с числами);

в) угол (треугольник, фигура, прямой угол, сторона);

г) прямоугольник (квадрат, параллелограмм, трапеция, треугольник);

д) треугольник (равнобедренный треугольник, четырёхугольник, отрезок, многоугольник).

5. Укажите для данных понятий обобщающее (родовое) и ограничивающее (видовое) понятие:

а) дробь (например, число будет обобщающим понятием, а правильная дробь или десятичная дробь — ограничивающим понятием);

б) многоугольник (например, плоская фигура будет обобщающим понятием, а треугольник — ограничивающим понятием);

в) ромб (например, параллелограмм будет обобщающим понятием, а квадрат — ограничивающим понятием).

6. Провести ряд обобщений указанных понятий до предела (необходимо заметить, что в связи с различными определениями некоторых понятий по разным учебникам

цепочки обобщений могут быть и отличными от тех, которые приведены ниже):

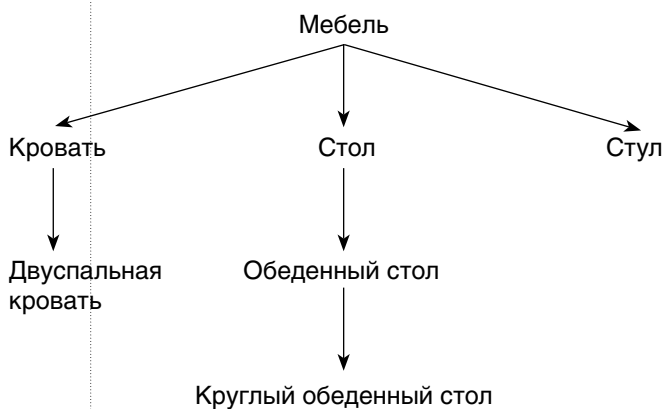
- а) четырёхугольник (многоугольник — плоская геометрическая фигура — фигура);
- б) отрицательная десятичная дробь (десятичная дробь — дробь — число);
- в) остроугольный треугольник (треугольник — многоугольник — плоская геометрическая фигура — фигура);
- г) конус (тело вращения — тело);
- д) трапеция (четырёхугольник — многоугольник — плоская геометрическая фигура — фигура).

7. Расположите данные понятия от более частных к более общим:

- а) число; дробь; натуральное число, неправильная дробь;
- б) фигура, квадрат, плоская фигура, прямоугольник, многоугольник.

8. Указанные понятия расположите в виде системы по аналогии с примером.

Пример.



- а) фигура, угол, плоская фигура, объёмная фигура, многоугольник, куб, острый угол.
- б) многоугольник, выпуклый многоугольник, невыпуклый многоугольник, треугольник, равносторонний треугольник, равнобедренный треугольник, разносторонний треугольник.

9. Установить, правильно ли проведено обобщение:

- а) диагональ — сторона (нет);
- б) переместительный закон умножения — действия с числами (да);

- в) треугольник — равносторонний треугольник (нет);
- г) параллелограмм — трапеция (нет);
- д) цилиндр — тело вращения (да).

10. Установить, правильно ли проведено ограничение:

- а) дробь — правильная дробь (да);
- б) треугольник — равнобедренный треугольник (да);
- г) параллелограмм — трапеция (нет).

11. Из приведённых признаков указанных понятий выбрать существенные и несущественные признаки:

- а) ромб (параллелограмм, равные стороны, длины сторон по 4 см, величины двух углов по 70°);
- б) равносторонний треугольник (треугольник, все стороны равны, углы равны 60° , стороны равны 3 см).

12. Самостоятельно дать определения понятий, то есть указать их существенные признаки (родовой и видовые):

- а) квадрат (многоугольник с 4 равными сторонами и равными углами; ромб с равными углами, прямоугольник с равными сторонами; четырёхугольник с равными сторонами и равными углами);
- б) равнобедренный треугольник (треугольник с двумя равными сторонами, треугольник с двумя равными углами, треугольник с двумя равными медианами (высотами, биссектрисами) и др.).

13. Сравнить пары понятий и найти в них общие признаки:

- а) прямоугольник и трапеция (четырёхугольники, есть пара параллельных сторон);
- б) конус и цилиндр (тела вращения, в основании лежит круг).

14. Назвать отношения, которые существуют между понятиями каждой пары:

- а) ромб — сторона (целое — часть);
- б) фигура — плоская фигура (род — вид);
- в) круг — окружность (функциональное отношение).

15. Поставить предложенные понятия во всевозможные отношения с другими понятиями:

а) квадрат (квадрат — сторона; квадрат — прямоугольник; квадрат — ромб; квадрат — куб).

16. Вписать вместо точек родовое понятие:

а) хордой называется ..., соединяющий две точки окружности;
б) движением плоскости называется ..., сохраняющее расстояние.

17. Вписать вместо точек видовое отличие:

а) диагональ многоугольника называется отрезок, ...
б) диаметром называется хорда, ...
в) квадратом называется ромб, ...

Данные упражнения можно применять для коррекционной работы, как со всем классом, так и индивидуально. Часть из них может выполняться вне урока, на занятиях кружка. Некоторые из терминов (вид, род, существенный признак и др.) необходимо вновь объяснить учащимся.

Для регулярной работы по развитию и диагностике сформированности приёмов умственной деятельности учителю математики необходимо иметь набор субтестов по каждому из классов применительно к конкретному учебнику. Также субтесты можно разрабатывать и по некоторым темам школьного курса математики. Задания, аналогичные заданиям субтеста, желательно включать и в различные виды тестов. Для разработки того или иного субтеста учителю математики необходимо выполнить следующую работу:

- проанализировать содержание всего материала класса (или темы);
- выписать все основные понятия, изучаемые в данном классе (или теме);
- познакомиться с аналогичными понятиями из других учебников;
- составить задания для субтестов;
- подобрать понятия для выбора учащимся.

В качестве примера рассмотрим задания для субтеста «Аналогия» по теме «Многогранники» применительно к учебнику геометрии А.В. Погорелова для учащихся 10 класса.

Часть I.

1. Угол — луч = трёхгранный угол — ?

а) ребра; б) фигура; в) грань; г) вершина.

2. Многоугольник — стороны = многогранник — ?

а) стороны; б) вершины; в) грани; г) углы.

3. Трапеция — многоугольник = призма — ?

а) многоугольник; б) многогранник; в) плоскость; г) часть плоскости.

4. Куб — квадрат = правильный тетраэдр — ?

а) равнобедренный треугольник; б) равносторонний треугольник; в) грань; г) треугольник.

5. Прямая призма — прямоугольники = наклонная призма — ?

а) треугольники; б) прямоугольники; в) квадраты; г) параллелограммы.

Часть II.

1. прямая n - угольная призма — прямоугольники = параллелепипед — ?

2. Призма — четырёхугольники = пирамида — ?

3. Многоугольник — отрезки = многогранник — ?

4. Угол — градусная мера = двугранный угол — ?

5. Параллелепипед — 12 = Тетраэдр — ?

Необходимо отметить, что формирование приёмов умственной деятельности является сложным процессом, поскольку зависит как от специфики приёмов, условий обучения, особенностей предмета, выбора методов обучения, так и от личностных факторов: мастерства учителя и индивидуальных особенностей ученика.

Для формирования любого приёма умственной деятельности необходимо идти, прежде всего, от содержания предмета и от ученика. Используя специально подобранные упражнения в процессе обучения математике, мы будем задействовать те интеллектуальные операции, которые входят в состав того или иного приёма умственной деятельности. Таким образом, основным средством формирования приёма умственной деятельности будет система упражнений.

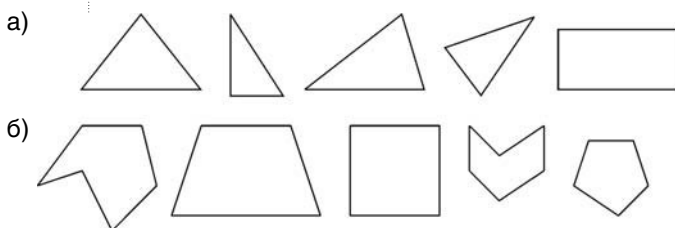
При этом под системой упражнений будем понимать совокупность упражнений, нахо-

дящихся в отношениях и связях между собой и образующих определённую целостность, единство.

Рассмотрим основные типы упражнений для развития того или иного приёма умственной деятельности.

Упражнения на развитие приёма «классификация»:

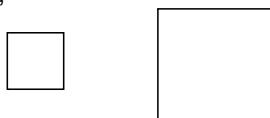
- Выделите основные типы задач по изученной теме «Проценты».
- Найдите «лишнее» число: 15, 36, 48, 90, 102.
- Постройте различные классификации четырёхугольников.
- Вычеркните одно лишнее слово: параллелограмм, ромб, трапеция, квадрат, прямоугольник.
- Исключите из пяти данных на рисунке геометрических объектов лишний объект:



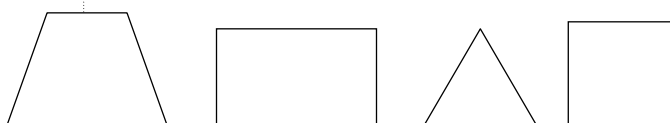
— Из понятий: *длина, площадь, окружность, периметр* выберите то, которым можно дополнить ряд объектов: прямоугольник, круг, квадрат.

Упражнения на развитие приёма «сравнение»:

- Сравните параллелограмм и трапецию.
- Сравните треугольник и тетраэдр.
- Что общего у прямоугольника и ромба?
- В чём отличие равностороннего треугольника от квадрата? А чем они похожи?
- Посмотрите на рисунок и скажите, что общего у изображённых фигур и в чём их отличие;



— Какая из изображённых фигур на рисунке отличается от остальных и чем отличается?



Упражнения на развитие приёма «абстрагирование»:

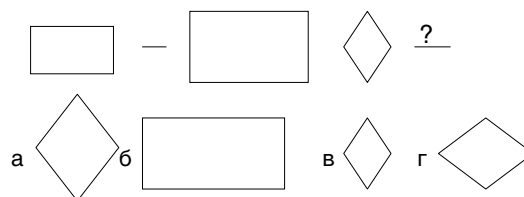
- Выберите из 5 предложенных математических терминов: *прямые, отрезки, лучи, точка, треугольник* два, которые бы наиболее точно определяли понятие *угол*.
- Выделите существенные признаки понятия «треугольник».

Упражнения на развитие приёма «аналогия»:

- Решите задачу, способом аналогичным только что решённой задаче.
- Найдите четвёртое понятие, которое бы так соотносилось с третьим понятием, как первое со вторым:

Угол — вершина угла; окружность — ?

— На рисунке в верхнем ряду изображены 3 фигуры. Подумайте, как связаны первые две из них и укажите в наборе (а — г) четвертую фигуру, которая точно так же связана с третьей.



— Установите связь между числами $\frac{3}{22}$ и

$7\frac{1}{3}$, подберите по аналогии пару для числа $\frac{2}{33}$.

Хотя данные упражнения преимущественно предназначены для развития какого-то одного приёма умственной деятельности, необходимо всегда помнить, что все приёмы умственной деятельности тесно связаны друг с другом. Поэтому нельзя развивать сравнение без анализа, обобщение — без абстрагирования, классификацию — без сравнения и т.д.

□