ТЕХНОЛОГИЯ «СИНХРОННОГО» РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ СИСТЕМНО-ВАРИАТИВНОЙ МОДЕЛИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Смирнова Альбина Алексеевна,
кандидат педагогических наук, учитель математики ГБОУ школа №519,
г. Санкт-Петербург, e-mail: Smirnovaalbina@mail.ru

В СТАТЬЕ РАССМОТРЕНЫ СУЩЕСТВУЮЩИЕ МОДЕЛИ ОБУЧЕНИЯ В КАЧЕСТВЕ ОСНОВОПОЛАГАЮЩЕГО ФАКТОРА ПРИ ОПИСАНИИ РЕАЛИЗАЦИИ СИСТЕМНО-ВАРИАТИВНОЙ МОДЕЛИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ. ТЕХНОЛОГИЯ «СИНХРОННОГО» РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ, НАПРАВЛЕННАЯ НА СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ АНАЛИТИКО-СИНТЕТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ, ПРЕДСТАВЛЕНА НА ПРИМЕРЕ ОРГАНИЗАЦИИ УРОКА ПРИ РЕШЕНИИ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ В ПЯТОМ КЛАССЕ И ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФОРМУЛ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ В СЕДЬМОМ КЛАССЕ. СТРУКТУРИРОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА ДЛЯ ГРУППОВОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ НА УРОКЕ ВЫПОЛНЯЕТСЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ВАРЬИРОВАНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ.

• модель обучения • «синхронное» решение задач • метод варьирования задач • уровни осознанности знаний

Выявив эффективные составляющие в каждой модели обучения (традиционная, информационная модель обучения, модель программированного обучения, модель проблемного обучения, модель личностно-ориентированного обучения, модель структурирующего обучения, обогащающая модель обучения), остановимся на трудностях их использования в чистом виде в учебном процессе общеобразовательных школ. Конечно, традиционная модель обучения на этапе основной школы должна занимать достойное место, но в то же время неготовность учащихся работать с большим объёмом информации, с недостаточно развитым произвольным вниманием, требует включения в процесс обучения и составляющих других моделей обучения. Проблемное обучение требует большего времени, чем обучение при традиционной модели, поэтому целесообразно включать в урок проблемные ситуации, элементы исследовательской деятельности. Кроме этого, для предмета математики технология проблемного обучения недостаточно разработана на методическом уровне, мало достойных методических пособий, которые мог бы использовать учитель в своей практической работе. Модель укрупнения дидактических единиц используется учителями частично, но учебники авторов данной модели не входят в перечень МО РФ, поэтому в практической работе, как правило, остаются невостребованными. Использование моделей личностно-ориентированного обучения, обогащающей модели обучения в условиях массовой общеобразовательной школы в полном объёме нереально, так как сформировать знания даже на репродуктивном уровне у многих учащихся бывает непросто. Включение в состав обучающихся детей инклюзивного типа, детей-мигрантов, часто с низким уровнем интеллекта и несформированной учебной деятельностью, ставит учителя математики в непростую ситуацию.

Заметим, опираясь на принцип дополнительности в образовании (О.М. Железнякова), что нужно не противопоставлять существующие модели обучения математике, а интегрировать их эффективные подходы и технологии реализации целей обучения на современном этапе [1]. Такая позиция соотносится с выявленными О.Н. Крыловой механизмами взаимосвязи традиций и инноваций, а именно её вторым типом – «трансформацией» [2]. Проанализировав *доминирующие* виды учебной деятельности учащихся в каждой модели обучения и выявив их возможности для *освоения новых видов учебной* деятельности в сочетании с репродуктивной деятельностью школьников, мы пришли к выводу, что для преодоления существующих недостатков в системе обучения математике нужна интеграция преимуществ каждой из рассмотренных моделей обучения. Педагогическая наука, и методика обучения математике в частности, стремится, не теряя традиций, опыта прошлого, осуществить интеграцию всего научно-педагогического знания. Проблемным полем отечественного школьного математического образования на данном этапе являются:

– недостаточный уровень предметных математических знаний;
– снижение мотивации к освоению математики;
– снижение когнитивных способностей детей и уменьшение объёма рабочей памяти учащихся (Д.И. Фельдштейн);
– «клиповое мышление» обучающихся (А.Я. Данилюк).

Первый факт обусловлен рядом объективных причин:

а) сокращение часов математики в 1–6 классах и как следствие – недостаточное количество решаемых составных арифметических задач;

б) низкие требования к уровню освоения аналитико-синтетической деятельности у выпускников начальной школы (требование решать задачу в 2–3 действия);

в) изданные пособия с готовыми решениями по всему курсу школьной математики [8, с. 9–11].

Доступность готовых решений большей части учебных задач в Интернете не создаёт условий совершенствования учебной деятельности при выполнении домашних заданий школьниками. Часть учащихся, используя готовые решения, даже не вникает в суть решаемой задачи, поэтому формируется не субъект учебной деятельности, а потребитель готовых знаний. Исследования психологов последнего десятилетия в этом направлении подтверждают данный факт [4]. Позиция современных родителей тоже зачастую не способствует развитию учащихся в ходе обучения, т.к. всем нужна отметка, а внутренне содержание отметки не анализируется и не исследуется. Исходя из сложившейся ситуации, учитель математики, для объективности выставляемой отметки, создаёт свой диагностический дидактический материал. Используя метод варьирования текстовых задач, можно конструировать дидактический материал и по другим темам программы для организации урока и домашних заданий. При разработке и реализации системно-вариативной модели обучения математике (СВМОМ), мы сосредоточили внимание на решении проблемы совершенствования аналитико-синтетической деятельности на этапе основной школы не только при решении текстовых задач, но и при изучении других тем математики и алгебры именно в урочной деятельности [6; 7].

Синтез эффективных составляющих рассмотренных моделей обучения математике, дополненных методом варьирования задач в более широком аспекте, позволил разработать теоретическую модель СВМОМ в виде концептуальных положений и принципов для частичного снятия названных проблем школьного математического образования.

Рассмотрим реализацию первых концептуальных положений СВМОМ.

1. Конструирование учебного материала каждой темы (раздела) организуется через конструирование цепочек взаимосвязанных задач (упражнений) с использованием приёмов варьирования текстовых задач, что позволит формировать правильные обобщения учебного материала, предварять и предупреждать возникновение типичных ошибок учащихся, ликвидировать пробелы в знаниях учащихся.

2. Основой изучения любой темы является решение текстовых задач как моделей реальных ситуаций, что будет способствовать формированию мотивационно-смысловой составляющей учебной деятельности [6; 7, с. 33].

С целью развития аналитико-синтетической деятельности при решении текстовых задач используем метод варьирования текстовых задач как способ конструирования и структурирования учебного материала для групповой дифференциации на уроке. Урок (технологическая карта урока) при таком подходе – технология «синхронного» решения задач – имеет в своей основе методику малокомплектной школы. В такой школе в одном классном помещении, с одним учителем одновременно, обучались дети двух классов: например 10 учеников второго класса и 15 учеников четвёртого класса. Как правило, расписание составлялось с учётом возможности сочетать коллективную деятельность в одном классе с самостоятельной работой учащихся в другом классе. Временное пространство урока делилось на три-четыре части, и учитель работал поочерёдно с каждым классом, в то время как другой класс работал самостоятельно.

Рассмотрим, как можно организовать урок математики по обучению учащихся решению текстовых задач в пятом классе с помощью технологии «синхронного» решения задач. Учащиеся класса условно делятся на три группы: первая группа – это учащиеся с низким уровнем развития учебной деятельности, имеющие отметку «3» и ниже. Во вторую группу входят учащиеся, которые предыдущую контрольную работу выполнили на твёрдую отметку «3». Третью группу составляют учащиеся, имеющие за предыдущую работу отметки «4» и «5». При формировании групп сменного состава учитываются также и пропуски уроков учащимися по болезни. Задачи конструируются с помощью восьми приёмов варьирования текстовых задач:

1. Меняется сюжет задачи и (или) числовые значения величин задачи.
2. Меняются математические зависимости между величинами, заданными в условии.
3. Добавляются данные в условие задачи при том же требовании задачи.
4. Меняется (добавляется) требование задачи при том же условии задачи.
5. Составляются обратные задачи.
6. Составляются обращённые задачи.
7. Составляются задачи с недостающими (избыточными) данными.
8. Конструируются исследовательские задачи [8, с.8–9].

Представим схему организации урока в виде таблицы 1.

Представим тексты задач к данному уроку.

Задача №1. С кондитерской фабрики отгрузили в магазин 38 коробок печенья по 2,67 кг в коробке и 20 коробок пряников, причём в каждой коробке пряников было на 1,16 кг больше, чем в одной коробке печенья. Сколько всего печенья и пряников привезли в магазин? [5, с. 51]

Задача №2. Фермер купил 37 пакетов семян огурцов по цене 22,4 руб. за пакет и 26 пакетов семян моркови. Сколько всего денег потратил фермер на покупку, если цена одного пакета семян моркови меньше на 4,5 руб., чем цена одного пакета семян огурцов? (Второй приём варьирования.)

*Задача №2**. Фермер купил 26 пакетов семян моркови по цене 17,9 руб. за пакет и 30 пакетов семян гороха, причём один пакет гороха в два раза дороже, чем один пакет семян моркови. Сколько денег заплатил фермер за всю покупку? (Второй приём варьирования.)

Задача №3. Фермер купил 36 пакетов семян огурцов по цене 28,4 руб. за пакет и 20 пакетов семян свёклы. Сколько всего денег потратил фермер на покупку, если цена одного пакета семян свёклы в два раза дешевле, чем цена одного пакета семян огурцов? (Второй приём варьирования.)

Задача №4(а). Фермер купил семена огурцов и семена моркови на сумму 1294,2 руб.. Цена одного пакета семян моркови 17,9 руб., а цена одного пакета семян огурцов на 4,5 руб. дороже. Сколько пакетов семян огурцов купил фермер, если семян моркови он купил 26 пакетов? (Пятый приём варьирования, задача обратная к задаче №2.)

Задача №4(б). Фермер купил семена огурцов и семена свёклы на сумму 1306,4 руб.. Цена одного пакета семян свёклы 14,2 руб., а цена одного пакета семян огурцов в два раза дороже. Сколько пакетов семян огурцов купил фермер, если семян он свёклы

Таблица 1

Этапы урока	Первая группа учащихся	Вторая группа учащихся	Третья группа учащихся
Организационный этап	Определяется тема урока, задачи урока		
I этап (10–15 минут)	Коллективное решение базовой задачи №1 с проведённым традиционным анализом задачи. Повторить зависимости: «на меньше», «в меньше», «в больше»		
II этап (15–20минут)	Решение задачи №2 под руководством учителя, с подробным анализом в сравнении со структурой задачи №1. Используем проговаривание каждого действия. Задача №2 конструируется с помощью 1–3 приёмов варьирования	Решение задачи №3 самостоятельно. Задача №3 конструируется аналогично задаче №2, изменяются числовые значения величин или математические зависимости между величинами (1–2 приёмы варьирования). При затруднении учащиеся могут посмотреть на решение задачи первой группой, провести аналогию и сравнение в решении	Решение задачи №4 самостоятельно. Задача №4 конструируется с помощью 3–6 приёмов варьирования, могут включаться косвенные формы зависимости
III этап (10–15 минут)	Решение задачи №2* самостоятельно. Задача №2* по структуре аналогична задаче №2, изменяется сюжет задачи и (или) числовые значения (1 приём варьирования)	Проверка решения задач. Здесь могут быть использованы разные подходы. Если задачи для третьей группы были сконструированы в двух вариантах, то можно организовать взаимопроверку (работа в парах). В это время учащиеся второй группы могут присоединиться к решению задачи №4, решение которой выполняет ученик третьей группы на доске. Обязательно провести сравнение структур задач №3 и №4(б), сравнение их решений. Убедиться, что задача №4 – обратная к задаче №3, решение которой выполняет один ученик на доске	
IV этап. Итог урока и домашнее задание	У первой и второй группы учащихся взять тетради на проверку, учащимся третьей группы отметки можно поставить выборочно. Обобщить виды задач, над которыми работали учащиеся. Домашняя работа может быть предложена на выбор учащихся (по уровням трудности задач)		

купил 20 пакетов? (Пятый приём варьирования, задача обратная к задаче №3.)

Следует заметить, что структуры задач №1, №2, №2*, №3 одинаковые, т.к. одинаковое основное отношение (последнее действие в решении задачи). Задачи №4(а) и №4(б) имеют обратную структуру, №4(а) – задача, обратная к задаче №2, а №4(б) – задача, обратная к задаче №3.

Вторая группа учащихся на втором этапе урока при самостоятельном решении задачи №3 имеет «опору» (решение задачи №2 на доске первой группой учащихся). Проведя операцию сопоставления при изменении зависимости «на меньше» на отношение «в 2 раза дешевле», учащиеся осуществляют перенос в усложнённой ситуации. Согласно зарубежным психологическим исследованиям – это перенос 3 уровня «когнитивной сложности» [3].

Третья группа учащихся, работая самостоятельно над задачей обратной структуры, имеет расширение интерпретации базовой задачи, использует при решении более глубокие идеи, что соответствует 4 уровню «когнитивной сложности».

Первая группа учащихся на третьем этапе урока при проведении самостоятельной аналитико-синтетической деятельности при решении задачи №2* имеет опору в двух вариантах (задача №1, задача №2). Перенос осуществляется так же, как и во второй группе, на третье уровне «когнитивной сложности», т.к. опять присутствует развивающаяся сложность – зависимость «в 2 раза дороже».

Особое внимание уделяем третьему этапу урока, а именно проверке решения задач во второй и третьей группах учащихся. При выявлении обратных структур в задачах №4(б) и №3 и сравнении решений данных задач, конструируется сеть отношений между данными задачами. Учащиеся интегрируют идеи о возможности конструирования обратных задач и к задачам №1, №2, предсказывают возможность изменения структуры обратных задач (в частности, изменение требования задачи). Таким образом, на данном этапе урока происходит творческое развитие задачи, что соответствует 5 уровню «когнитивной сложности».

При такой организации урока процесс формирования у ребёнка новых действий и приёмов познавательной деятельности протекает по-разному, в зависимости от того, на какой из стадии развития интеллекта находится ученик, но в каждой группе учащихся созданы условия при выполнении аналитико-синтетической деятельности для перехода учащихся на более высокий уровень.

Нами выявлена переносимость методики варьирования текстовых задач на другие темы содержания обучения математике в основной школе. Так, при изучении темы седьмого класса «Формулы сокращённого умножения» разработаны уровни осознанности знаний аналогично уровням осознанности знаний при решении вычислительных примеров по уровням трудности выполнения упражнений с учётом количества операций и их вычислительной насыщенности [7, с. 81, с.106–107]. При изучении формул квадрата суммы и квадрата разности двух чисел $(а + в)^2$ и $(а – в)^2$ на первом (*нормативном*) уровне осознанности только одно слагаемое в формуле замещается числом, например $(а + 5)^2$, т.е. в задание включена одна трудность по сравнению с самой формулой. На втором (*адаптивно-моделирующем*) уровне осознанности добавляются две новые трудности – одно из слагаемых записано числом, как на первом уровне осознанности, а второе слагаемое предъявлено в виде одночлена с числовым множителем, например $(7а – 4)^2$. На третьем (*моделирующем*) уровне осознанности оба слагаемых записаны в виде одночленов с числовым множителем, усложняется и вычислительная компонента: $(7а^2 + 5в)^2$, $(0{,}3а – 7)^2$. Высокий (исследовательский) уровень осознанности предполагает решение комбинированных упражнений, содержащих изученные формулы, а также исследовательские задания на соотнесение левой и правой части формулы.

Рассмотрим организацию четвёртого урока по данной теме с использованием технологии «синхронного» решения задач. В конце третьего урока была проведена небольшая проверочная работа на выявление затруднений учащихся при раскрытии формул и при выполнении комбинированных упражнений. Исходя из анализа полученных результатов, в первую группу вошли учащиеся, которые не справились с проверочной работой. Во вторую группу включены учащиеся, которые выполнили работу на отметку «3». Третья группа учащихся справилась с проверочной работой на отметки «4» и «5».

Представим схему организации урока в виде таблицы 2.

Представим тексты заданий к данному уроку.

Задание №1.

Решите уравнение: $(3x – 4)^2 – (5x + 9)^2 = –65$.

Задание №2.

Упростите выражение:
$(3x + 4y)^2 – 9(5x – 8)^2 –744$
и найдите значение данного выражения при $x = – 1 / 3$, $y = 1 / 4$.

Задание №3.

Решите уравнение: $(4x + 3)^2 – (4x – 9)^2 = 120$.

Задание №4.

а) Решите уравнение: $(3x – 4)^2 = (3x + 7)^2$.

б) Вместо звёздочки вставьте недостающие выражения в формуле: $(7x – *)^2 = * – 56x + *$.

Задание №5.

а) Решите уравнение: $(4x – 3)^2 = (4x + 9)^2$.

б) Вместо звёздочки вставьте недостающие выражения в формуле: $(* – 9x)^2 = 25x^2 – * + *$.

Таблица 2

<table>
<tr><th>Этапы урока</th><th>Первая группа учащихся</th><th>Вторая группа учащихся</th><th>Третья группа учащихся</th></tr>
<tr><td>Организационный этап</td><td colspan="3">Определяется тема урока, задачи урока</td></tr>
<tr><td>I этап (7–10 минут)</td><td colspan="2">С первыми двумя группами коллективно работаем над ошибками: ошибки при раскрытии формул; ошибки при раскрытии скобок при решении уравнений, сводящихся к линейным; ошибки при решении уравнений вида $3x^2 + x = 0$</td><td rowspan="2">Учащиеся данной группы выполняют работу над ошибками самостоятельно, решают задание №1 и задание №2 самостоятельно.
Задания конструируются на высоком уровне осознанности</td></tr>
<tr><td>II этап (10–15минут)</td><td>Решение заданий на раскрытие формул 2 уровня осознанности. Деятельность учащихся с проговариванием каждого этапа раскрытия формулы</td><td>Решение заданий на раскрытие формул 2 уровня осознанности, аналогичных для первой группы самостоятельно. При затруднении учащиеся могут посмотреть на решение заданий первой группы</td></tr>
<tr><td>III этап (10 минут)</td><td colspan="2">Решение коллективно задания №3</td><td>Работа в парах по проверке выполненных заданий №1 и №2</td></tr>
<tr><td>IV этап (10–15 минут)</td><td>Самостоятельное решение задания №4</td><td>Самостоятельное решение задания №5</td><td>Коллективное решение уравнения, содержащее параметр (задание №6)</td></tr>
<tr><td>V этап. Итог урока и домашнее задание</td><td colspan="3">У первой и второй группы учащихся взять тетради на проверку, учащимся третьей группы отметки можно поставить выборочно. Домашнюю работу предложить на выбор учащихся (по уровням трудности задач)</td></tr>
</table>

Задание №6.

При каких значениях параметра а уравнение не имеет корней: $(3x - 4)^2 - 3(2 - 3x)^2 = ax - 18x^2$?

При применении технологии «синхронного» решения задач учитель выступает в роли организатора учебного процесса сложной структуры, причём педагог сопровождает взаимодействие всех трёх групп учащихся во время учебной деятельности. Учитель поочерёдно ставит учащихся в условия самостоятельной работы с задачной ситуацией (объект познания), в ходе работы над которой ученики вынуждены самостоятельно искать выход из затруднений. Во время коллективной проверки выполненных решений в обсуждение вовлекаются и учащиеся других групп, особенно если задачи взаимосвязанные, как во втором случае. На протяжении всего урока реализуется принцип аналитико-рефлексивной деятельности. Самооценка своей деятельности в целом и её отдельных действий в частности даёт возможность школьнику осознать собственные успехи и неудачи в учебной деятельности, а это формирует личностную рефлексию. В ходе рефлексивного анализа учебный математический материал прорабатывается на разных уровнях мышления, что позволяет осознанно усвоить базовый уровень рассмотренного материала даже не совсем успешным ученикам [7, с. 46]. ❑

Литература

1. *Железнякова О.М.* Феномен дополнительности в научно-педагогическом знании: автореф. дис. … докт. пед. наук. – Ульяновск. – 2008. – 40 с.
2. *Крылова О.Н.* Развитие знаниевой традиции в современном содержании отечественного школьного образования: дис. … докт.пед.наук. – СПб., 2010. – 457 с.
3. *Лосев К.В., Найденова К.А.* Перспективные подходы к оценке уровня интеллек-

туального развития // Инновации в образовании.– 2008. – №1. С. 104–115.
4. *Собкин В.С., Калашникова Е.А.* Динамика мотивационно-целевых трансформаций учебной деятельности у учащихся основной школы // Вопросы психологии. – 2015. – №3. – С.3–15.
5. *Смирнова А.А., Сухарева Л.И.* Дидактические материалы по математике: 5 класс: Пособие для учителя. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2014. – 55 с.
6. *Смирнова А.А.* Основные положения системно-вариативной модели обучения математике в девятилетней школе // Философия образования. – 2014. – №5. – С. 160–169.
7. *Смирнова А.А.* Системно-вариативная модель обучения математике в основной школе (методический аспект): монография. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2017. – 131с.
8. *Смирнова А.А.* Формирование осознанных знаний учащихся на уроках математики девятилетней школы с помощью метода варьирования текстовых задач: Пособие для учителя. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2009. – 78с.

References

1. *Zheleznyakova O.M.* the phenomenon of complementarity in scientific and pedagogical knowledge: autoref. dis.... Doc. PED. sciences'. – Ulyanovsk. – 2008. – 40 p.
2. *Krylova O.N.* The development of knowledge tradition in the modern content of domestic school education: dis.... Doc.PED. sciences'. – SPb., 2010. – 457 p.
3. *Losev K.V., Naidenova K.A.* Promising approaches to assessing the level of intellectual development // Innovations in education.- 2008. – №1. P. 104-115.
4. *Sobkin V.S., Kalashnikova E.A.* Dynamics of motivational-target transformations of educational activity in primary school students. Questions of psychology. – 2015. – №3. – P. 3-15.
5. *Smirnova A.A., Sukhareva L.I.* Didactic materials in mathematics: grade 5: Textbook for teachers. – SPb.: Publishing house RGPU im. A.I. Herzen, 2014. – 55 p.
6. *Smirnova A.A.* the Main provisions of the system-variable model of teaching mathematics in a nine-year school. Philosophy of education. – 2014. – №5. – S. 160-169.
7. Smirnova A.A. system-variable model of teaching mathematics in the basic school (methodical aspect): monograph. – SPb.: Publishing house RGPU im. A.I. Herzen, 2017. – 131s.
8. Smirnova A.A. the formation of conscious knowledge of students in math lessons nine-year school using the method of variation of text problems: a Guide for teachers. – SPb.: Publishing house RGPU im. A.I. Herzen, 2009. – 78 s.