# Межпредметные связи: решение задач с экономическим содержанием

**Ольга Горбунова,**
*доцент кафедры «Математическая экономика и информатика» Академии экономики и предпринимательства Тамбовского государственного университета имени Г.Р. Державина, учитель высшей категории, кандидат экономических наук*

В математике существует много разновидностей задач: с единственным решением, не имеющих решения, имеющих множество решений, задачи с избыточными условиями, с недостаточными условиями, с противоречивыми условиями. Решение задач — это наиболее характерная сфера человеческой деятельности и основная деятельность школьников на уроке математики. Однако в школьном курсе математики, как правило, приводятся задачи с одним единственным решением. И для таких задач рассматриваются жёсткие алгоритмы их решения. Школьники лишены возможности развивать свои творческие способности, привыкая стандартно размышлять и думать.

Изучение математики в школе, а затем в вузе студентами не математических и даже не инженерных специальностей сопряжено с трудностями обоснования необходимости изучать этот предмет. Преодолеть эти трудности, хотя бы частично, можно с помощью специально подобранных задач. Образ математики и отношение школьника к ней формируют, прежде всего, задачи, которые он решает. Усвоению математики, её практическому применению способствует решение экономических задач. Это сегодня актуально не только потому, что обеспечивает межпредметные связи, но и потому, что в школах изучаются проблемы экономики. Так что решение экономических задач будет способствовать и более глубокому изучению математики, и одному из аспектов экономического образования школьников.

Сегодня на первый план выступает математическая модель как инструмент исследования и прогноза экономических явлений. Математические модели представляют собой основу компьютерного моделирования и обработки информации. Они способствуют развитию наших представлений о закономерностях экономических процессов и, безусловно, обозначают новый образ мышления и анализа.

Экономика как наука об объективных причинах функционирования и развития общества пользуется разнообразными количественными характеристиками, а поэтому вобрала в себя большое число математических моделей и методов. Программа подготовки экономистов не предусматривает глубокого изучение таких дисциплин, как физика, химия, и фундаментализация обучения падает в основном на математику.

В специализированных, профильных экономических классах с углублённым изучением экономики, требующим достаточную математическую подготовку, этому направлению необходимо уделять пристальное внимание. Такой опыт ребята получают, если при изучении экономики часть времени будет уделяться решению задач или на занятиях, или на элективных курсах. В экономических классах старшей школы, а также при изучении прикладных аспектов математики в общеобразовательной школе нужно уделять достаточное внимание простейшим приложениям математики в различных областях: биологии, химии, экологии, экономики.

Ранняя профилизация образования, пропедевтика знаний различных областей — актуальная тема в современных подходах к образованию. При ограниченном количестве часов на те или иные предметы очень актуален вопрос о прикладном характере образования.

Особенно остро ставится вопрос и о применении математики в различных областях: химии, физике, медицине, социологии, экономике. Очень часто учителя слышат вопрос: а зачем всё это (уравнения, графики, системы уравнений). Предлагаем к рассмотрению простейшие приложения математики в экономике, рассчитанные на уровень школьный подготовки учащихся и почти не требующие дополнительных знаний в области экономики. Чаще всего при решении прилагаемых ниже задач достаточно «бытовой» экономической информации.

Приведём примеры задач, которые можно решать при изучении линейной функции (различные способы задания функции, составление прямых и обратных функций), решение систем уравнений различными способами.

Рассмотрим простейшую модель спроса и предложения, которую можно рассмотреть с учащимся 7–10-х классов, опираясь на их жизненный опыт и «багаж» математических знаний.

Введём следующие обозначения:

$Q$ — количество товара на рынке,

$P$ — цена, по которой товар реализуется,

$Q_{\mathrm{d}}$ — количество данного товара, которое потребители хотят и имеют возможность приобрести в данных условиях по данной цене, спрос,

$Q_{\mathrm{s}}$ — количество данного товара, которое производители готовы продать в данных условиях по данной цене, предложение,

$Q$ — количество товара — зависит от его цены. Рассмотрим линейное уравнение: изменение величины $Q$ товара с изменением цены (простейший случай):

$$\begin{cases} Q_d = a - b\cdot P, \ (a, b > 0); \\ Q_s = -c + d\cdot P \ (c, d > 0); \\ Q_d = Q_s. \end{cases}$$

Простейшая модель — с двумя поведенческими уравнениями (описывает поведение покупателей и производителей) и с одним уравнением равновесия (спрос должен быть равен предложению при условии равновесия на рынке данного товара). При записи уравнений, характеризующих спрос на товар, можно обратить внимание учащихся на один из основных законов экономики — при повышении цены на товар его количество, которое готов приобрести потребитель, уменьшается. Экзогенная переменная — $P$, а эндогенная — $Q_S$, $Q_d$, но с учётом третьего уравнения все три величины $P$, $Q_S$ становятся эндогенными.

$$a - b\cdot P = -c + d\cdot P;$$

$$a + c = (b + d)\cdot P;$$

$$P^* = \frac{a+c}{b+d}.$$

Поскольку из уравнения равновесия $Q_S = Q_d$, упрощаем обозначение $Q_S = Q_d = Q$.

$$Q^* = -c + d\frac{a+c}{b+d} =$$

$$= \frac{-bc - cd + ad + dc}{b+d} = \frac{ad - bc}{b+d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ad > bc.$$

В данной модели рассматриваем $P$ как независимую переменную.

1) $P = 0$, $Q = a$, $P^*$ — равновесная цена, которая имеет экономический смысл при:

$ad > bc$ . Это ограничение не даёт $P^*$ равновесной уйти в «–», для сохранения экономического смысла;

2) $P = \dfrac{a}{b}$ — наклон кривой спроса.

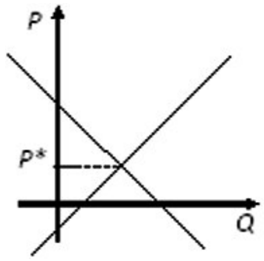


*Рис. 1.* Простейшая модель спроса и предложения

Задача, которую мы выбрали в качестве иллюстрации, знакома учащимся из личного опыта: повышение и понижение цены на товар или услугу. При её решении можно прогнозировать последствия тех или иных действий, которые повсеместно встречаются нам в современной действительности.

**Задача 1.** Спрос и предложение на обеды в столовой при фирме Альбатрос описываются уравнениями:

$Q_d = 240 - 1{,}2P$,

$Q_S = -48 + 1{,}2P$,

Где $Q$ — количество обедов в день;

$P$ — цена обеда (в рублях).

а) Вычислите равновесную цену и количество проданных обедов по такой цене.

б) Заботясь о сотрудниках, администрация фирмы попросила установить цену в 80 рублей за обед. Охарактеризуйте последствия такого решения.

в) Какую сумму компенсации необходимо оплачивать фирме, чтобы столовая имела тот же доход.

**Решение:**

а) Найдём равновесную цену, учитывая, что при ней спрос равен предложению:

$Q_d(P) = Q_S(P)$,

$240 - 1{,}2P = -48 + 1{,}2P$,

$288 = 2{,}4P$,

$P^* = 120$ (руб.).

Найдём равновесное количество обедов, подставив равновесную цену в любую из заданных функций:

$Q^* = 240 - 1{,}2P$,

$Q = 240 - 1{,}2 \cdot 120$,

$Q = 96$ (обедов в день).

Ответ на данный вопрос можно получить, и решив систему графическим способом, построив в одной системе координат линии спросы и предложения. Необходимо нацелить учащихся на выбор «правильного» масштаба единичных отрезков по осям, сказать, что по умолчанию в экономике на вертикальной оси наносят значение цены $P$.

б) Если цена будет установлена в 80 рублей за обед, то есть ниже равновесной, то спрос превысит предложение — возникнет нехватка обедов.

Найдём количество обедов, которое столовая сможет предложить по такой цене:

$Q_s\ (80) = -48 + 1{,}2 \cdot 80$,

$Q_s = 48$ (обедов в день),

$Q_d\ (80) = 240 - 1{,}2 \cdot 80$,

$Q_d = 144$ (обедов в день).

Таким образом, будет продано на 48 обедов меньше, чем по свободной цене. При этом дефицит составит 144 – 48 = 96 обедов в день.

Данная ситуация эффективно иллюстрируется на графике.

в) Сумму компенсации рассчитаем следующим образом:

Доход при первой ситуации 120·96=11520 рублей в день,

При установлении новой цены 48·144=6912 рублей в день

Компенсация составит 4608 рублей.

Решение этой задачи наглядно показывает жизненную ситуацию в рыночной экономике и при несложном пояснении учителя позволяет учащимся моделировать различные экономические ситуации и последствия принятия решений на повышение (понижение) рыночной цены в современной экономике.

В школьном курсе математики редко прибегают к многовариантному решению задачи, что часто требуется при решении задач по экономике, в медицине и т.д.

Спрос (предложение) на рынке определённого товара часто описывают с помощью табличных данных, и лишь затем требуется составить функцию, осуществить прогноз (основные задачи экономико-математического моделирования, эконометрики). Такие навыки слабо формируются у школьников, при этом отсутствует системное изучение математики как инструмента количественно-качественного анализа различных процессов химии, физики, медицины, экономики и т.д.

Рассмотрим подобную ситуацию на конкретном примере из области экономики. Его можно рассмотреть с учащимися в 8–9-м классе при изучении кусочной функции.

**Задача 2.** Представим, что товар на рынке предлагается только тремя фирмами. Объёмы индивидуального предложения каждой фирмы и объём рыночного предложения при различных ценах представлен в табл. 1.

Функции предложения товара от цены для фирмы A, B и C имеют следующий вид:

фирма A: $Q_S{}^A = -2 + 4P$; $Q_S{}^A \geq 0$ при $P \geq {}^1/_2$;

фирма B: $Q_S{}^B = -1 + P$; $Q_S{}^B \geq 0$ при $P \geq 1$;

фирма C: $Q_S{}^C = -2 + P$; $Q_S{}^C \geq 0$ при $P \geq 2$.

*Таблица 1*

**Шкала предложения товара фирмами А, В и С**

| Цена за единицу $P$ (денежных единиц) | Объём предложений фирмы А $Q_S^A$ (тысяч единиц в квартал) | Объём предложений фирмы В $Q_S^B$ (тысяч единиц в квартал) | Объём предложений фирмы С $Q_S^C$ (тысяч единиц в квартал) | Объём рыночного предложения $Q_S$ (тысяч единиц в квартал) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | – | – | 2 |
| 2 | 6 | 1 | – | 6 + 1 = 7 |
| 3 | 10 | 2 | 1 | 10 + 2 + 1 = 13 |
| 4 | 14 | 3 | 2 | 14 + 3 + 2 = 19 |
| 5 | 18 | 4 | 3 | 18 + 4 + 3 = 24 |
| 6 | 22 | 5 | 4 | 22 + 5 + 4 = 31 |

Область определения функции обусловлена тем, что цена и количество не может быть отрицательной величиной.

Математическую формулу функции рыночного предложения можно получить, если суммировать математические формулы функций индивидуального предложения каждой фирмы:

При значениях цены $^1/_2 \le P < 1$

$$Q_S = Q_S^A = -2 + 4P.$$

При значении цены

$$Q_S = Q_S^A + Q_S^B = (-2 + 4P) + (-1 + P) = -3 + 5P.$$

При значении цены $P \ge 2$

$$Q_S = Q_S^A + Q_S^B + Q_S^C = -5 + 6P.$$

Занесём полученные функции в таблицу (табл. 2)

Значениям объёмов рыночного предложения при различных ценах соответствуют значения $Q_S$ и $P$ функции рыночного предложения. График рыночного предложения можно получить путём суммирования значений абсцисс (значений объёмов предложения — линий индивидуального предложения).

Итак, рыночное предложение фирм А, В и С выглядит следующим образом:

$$Q = \begin{cases} -2+4P, \text{ если } \dfrac{1}{2} \le P \prec 1; \\ -3+5P, \text{ если } 1 \le P \prec 2; \\ -5+6P, \text{ если } P \succ 2. \end{cases}$$

**Замечание.** Рассмотренный выше пример (часть сквозной задачи), позволяет задать много вопросов как математического, так и экономического (прикладного) характера: составление формулы, задающей индивидуальное и рыночное предложение (при решении можно использовать формулу, прямой, проходящей через две точки, с использованием записи линейной функции $y = kx + b$ и

*Таблица 2*

**Функции предложений**

| | **(0;$^1/_2$)** | **[1/2;1)** | **[1;2)** | **[2; )** |
|---|---|---|---|---|
| Предложение фирмы А | – | $Q_s^A = -2 + 4P$ | $Q_s^A = -2 + 4P$ | $Q_s^A = -2 + 4P$ |
| Предложение фирмы В | – | – | $Q_s^B = -1 + P$; | $Q_s^B = -1 + P$ |
| Предложение фирмы С | – | – | – | $Q_s^C = -2 + P$ |
| Рыночное предложение | $-^1/_2$ | $Q_s = -2 + 4P$ | $Q_s = -3+5P$ | $Q_s = -5 + 6P$ |

составлением системы линейных уравнений и решением её относительно $k$ и $b$), нахождение рыночного предложения путём сложения функций, построение кусочной функции, нахождение области допустимых значений предложенных функций с учётом сохранения экономического смысла представленных переменных.

Аналогично рассмотрим спрос потребителей А, В и С (табл. 3).

Функции индивидуального спроса от цены имеют вид:
для потребителя А $Q_d^A = 19 - 2P$;
для потребителя В $Q_d^B = 21 - P$;
для потребителя С $Q_d^C = 22 - 3P$.

Вопросы и задания, которые можно предложить учащимся для самостоятельного решения: нахождение области допустимых значений $P$ (цены) для каждого потребителя, составление функции, описывающей рыночный спрос, построение графика этой функции.

Используя предыдущие данные, определить параметры рыночного равновесия, если:

а) предложение составляют фирмы А, В, С, а спрос составляет только потребитель С;

б) предложение составляют фирмы А, В, С, а спрос составляют потребители А, В, С. Охарактеризуйте ситуацию, сложившуюся на рынке данного товара.

Сквозная задача, представленная в данной статье, имеет «продолжение» решения, если добавить некоторые условия, характеризующие различные экономические ситуации и часто встречающиеся в жизни.

Вопросы, на которые можно ответить на данном условии:

а) найти равновесную цену и объём продаж на рынке данного товара;

б) равновесную цену и объём продаж, если спрос на товар увеличился на 20%, а предложение сократилось на 10%;

в) вычислить величину избытка товара, если государство ввело фиксированную цену, равновесную 130% равновесной.

Решать данные задания при условии, если нет возможности выделить в отдельный дополнительный блок решения задач с экономическим содержанием, достаточно один раз в неделю, уделяя время при изучении соответствующего материала математики.

Это хорошее подспорье при изучении математики и пояснении её значения в различных областях не только знаний, но и жизни.

Перенос центра с обучения математике на образование с помощью математики на основе активизации математической деятельности учащегося, на гу-

*Таблица 3*

**Шкала спроса на товар потребителей А, В и С**

| Цена за единицу $P$ (денежных средств) | Объём спроса потребителя А $Q_d^A$ (единиц в квартал) | Объём спроса потребителя В $Q_d^B$ (единиц в квартал) | Объём спроса потребителя С $Q_d^C$ (единиц в квартал) |
|---|---|---|---|
| 1 | 17 | 20 | 19 |
| 2 | 15 | 19 | 16 |
| 3 | 13 | 18 | 13 |
| 4 | 11 | 17 | 10 |
| 5 | 9 | 16 | 67 |

манизацию обучения определяет новую роль математических задач.

Применение математических методов наглядно покажет связь алгебры и геометрии с жизнью, что необходимо для создания системного представления математики у школьников, формирования прикладного характера образования, создания профессионально-ориентированной среды.

**г. Тамбов**