

## Особенности конструирования ТОГИС-задач по математике

**В.А. Кожевникова**

Нам с вами довелось жить в непростое время, когда российское образование претерпевает значительные изменения. В рамках проекта «Разработка, апробация и внедрение федеральных государственных стандартов общего образования второго поколения» разрабатываются новые программы по учебным предметам. Уже сегодня необходимо знать, какие требования к образованию предъявляют стандарты второго поколения, и использовать новые подходы в работе. Примерная программа основного общего образования по математике предлагает изменённое содержание образования по предмету, впервые даёт формы учебной деятельности школьников по курсу математики, а также содержит рекомендации по оснащению учебного процесса.

Согласно стандартам второго поколения «...в примерной программе по мате-

матике предусмотрено значительное увеличение активных форм работы, направленных на вовлечение учащихся в математическую деятельность, на обеспечение понимания ими математического материала и развития интеллекта, приобретения практических навыков, умения проводить рассуждения, доказательства. Наряду с этим в ней уделяется внимание использованию компьютеров и информационных технологий для усиления визуальной и экспериментальной составляющей обучения математике». В стандарты второго поколения наряду с традиционными содержательными разделами (арифметика, алгебра, функции, вероятность и статистика, геометрия) включены два дополнительных раздела: логика и множества; математика в историческом развитии, «...что связано с реализацией целей общеинтеллектуального и общекультурного развития учащихся». Содержание раздела «Логика и множества» нацелено на «...математическое развитие учащихся, формирование у них умения ясно, точно и сжато излагать мысли в устной и письменной речи. Раздел «Математика в историческом развитии» предназначен для формирования представлений о математике как части человеческой культуры, для общего развития школьников, для создания культурно-исторической среды обучения... Содержание этого раздела органично присутствует в учебном процессе как своего рода гуманитарный фон при рассмотрении проблематики основного содержания математического образования»<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5–9 классы: Проект. 2-е изд. М.: Просвещение, 2010 (Стандарты второго поколения).

Сравним вышесказанное с некоторыми положениями технологии ТОГИС.

Цели образования в технологии ТОГИС: «...построить весь образовательный процесс школы, исходя из деятельностных целевых установок, сопровождаемых построением системы ценностей во благо Отечества и ближним».

Воспитательный аспект процесса обучения в технологии ТОГИС предполагает, что «...ценности, наряду со способами деятельности, должны стать ведущим компонентом содержания, т.к. человек оспособленный, но не отягощённый ценностями, опасен для общества»<sup>2</sup>.

«Система ценностных предпочтений формируется как результат собственной деятельности, размышлений и споров. Эти ценности не появляются как следствие учительского менторства, а рождаются в глубине мироощущений учащихся, возникают как плод собственных морально-этических представлений. Это на подсознательном уровне выстраивает у школьников уверенность в том, что сложившиеся в человеческом обществе ценности не случайны и не навязаны какими-либо политическими силами, а создавались веками в качестве естественного регулятора развития человечества. Важным ценностным ориентиром, косвенно задающим некоторые рамки, является для каждой задачи культурный образец. Педагогическое влияние на систему ценностей ученика оказывается через подбор куль-

турных образцов, с которыми сопоставляются результаты собственной деятельности учеников»<sup>3</sup>.

Что мы имеем в настоящее время? Мы привыкли к тому, что на уроках математики учащиеся в большей мере должны овладеть конкретными операциональными умениями и навыками. Введение ЕГЭ по математике как обязательного для всех экзамена ещё более усугубляет положение ученика, какие уж тут ценности... Не наберёшь необходимое количество баллов — не получишь аттестат! Поэтому содержание математического образования на нынешнем этапе обязывает учителя к натаскиванию. А когда же воспитывать? Как открыть детям всю красоту математики и ценность математической науки для человеческой цивилизации?

Деятельностно-ценностные задачи (ДЦЗ) и есть, на мой взгляд, то недостающее звено в обучении математике, которое поможет осуществить переход к новым стандартам естественным путём. Но для этого надо разработать достаточное количество таких задач. В этом как раз и заключается основная миссия экспериментальных площадок.

Придумать ТОГИС-задачу по математике чрезвычайно трудно! В гуманитарных дисциплинах ценности, которые должны формироваться у учащихся в процессе решения задачи, видны сразу и понятны всем: и детям, и учителям. Содержание предмета математики в современной школе оторвано от жизни. Ценност-

<sup>2</sup> Цитата из лекции В.В. Гузеева, курсы ПК учителей «Элементы системно-деятельностной теории образования». Владивосток. 2010. Октябрь.

<sup>3</sup> ТОГИС: итоги пяти лет эксперимента. Интервью с В.В. Гузеевым // Учитель Приморья. 2010. № 2.

ное значение математики не такое явное. Поэтому дети, особенно в старших классах, часто задают вопрос: «А зачем нам всё это нужно?» За многие годы работы в традиционной школе мы привыкли к совсем другим задачам. В.В. Гузеев в том же интервью отмечает, что «такие учебные задачи, которые дидактически правильнее было бы называть учебными упражнениями, за очень малым числом исключений предназначены для закрепления изученного теоретического материала, в частности — для отработки стандартных алгоритмов». Теперь же, придумывая задачу, необходимо вывести на первый план ценности, не забывая при этом о предметном содержании. В каждой теме наверняка можно отыскать что-то особенное, малоизвестное, за что может «зацепиться» пытливым умом ребёнка. Но поиск этого малоизвестного занимает очень много времени и сил. Ещё одна причина возникновения определённых трудностей в конструировании ДЦЗ по математике заключается в сложности аутентичных текстов, которые могут служить культурными образцами. Возникает вопрос, смогут ли ученики осмыслить такой текст?

В.В. Гузеев в статье «Об особенностях применения ТОГИС в негуманитарных областях» предлагает «педагогический алгоритм, который естественен и базируется на той же мотивации, что и обычное преподавание предмета, но интереснее и многократно полезнее для всех участников процесса». Он напоминает, что «математика входит в метапредметную область «Знаковые системы», деля там стол и кров с информатикой (которая про информацию, а не про ком-

пьютеры), языками (с лингвистической, а не с филологической стороны), черчением, сольфеджио и другими достойными предметами, позволяющими нам строить абстрактные модели реальности».

В статье В.В. Гузеева «Образовательная технология ТОГИС-ПК» говорится: «Главный элемент учебного процесса в технологии ТОГИС — решение деятельностно-ценностной задачи (ДЦЗ).

Задача включает:

1) собственно познавательную задачу (т.е. содержание-условия и цели-требования);

2) компоненты информационной задачи (поиск и обработка информации);

3) указания к коллективной мыследеятельности, вырабатывающей систему (компоненты коммуникативной задачи)...

Таким образом, деятельностно-ценностная задача имеет трёхкомпонентную структуру. Ведущим компонентом в этой структуре является информационная задача — её особенности задают характеристические признаки задачи в целом.

Компоненты информационной задачи предъясняются в явном виде как дополнительный список заданий, подводящий к решению и подталкивающий к выводам:

Выделите ключевые слова для информационного поиска.

Найдите и соберите необходимую информацию.

Обсудите и проанализируйте собранную информацию.

Сделайте выводы.

Сравните ваши выводы с культурным образцом (артефактами, изделиями и т.д.)».

Конструирование ТОГИС-задачи — это процесс, направленный на создание собственно познавательной задачи, включающий следующие этапы:

- выбор темы, внутри которой будет решаться задача;
- анализ имеющейся в различных источниках информации по данной теме (учебники, книги, компакт-диски, web-сайты и др.);
- отбор наиболее интересных фактов, идей, легенд, задач и т.п., которые могут активизировать познавательный интерес у детей;
- формулирование условия и вопросов задачи;
- поиск культурных образцов к данной задаче;
- определение уровня, к которому может быть отнесена задача;
- выбор предлагаемых учащимся информационных источников;
- написание методического комментария к задаче.

Учителей математики среди ТОГИСтов пока совсем мало. Поэтому и наш собственный опыт конструирования ТОГИС-задач тоже невелик. Но уже сейчас стало понятно, что богатый материал для создания ТОГИС-задач можно почерпнуть из истории математики. Решение задачи, составленной на основе исторического материала, позволяет помочь учащимся сформировать своё мировоззрение на основе достоверных научных фактов и в сравнении с образцами научной мысли многих поколений человеческой цивилизации. В процессе работы над такой задачей происходит уточнение и углубление понятийного аппарата в головах учащихся, погружение в историю человеческой цивилизации

(выявляются причинно-следственные связи, приводящие к математическому открытию, влияние исторических событий и выдающихся личностей истории на развитие математической науки); осуществляется интеграция математических знаний и окружающей жизни. В этом заключается ценностное значение предметов естественно-научного цикла.

Примерами задач, построенных на историческом материале, могут служить задачи «Задача о метрической системе мер» (В.А. Кожевниковой, г. Уссурийск); «Человек — мера всех вещей», «Задача о пифагоровых тройках» (Г.Е. Юбко, г. Спасск-Дальний).

При выборе темы обращаю внимание на то, в каком объёме представлено предполагаемое содержание задачи в учебнике. Ведь то, что доступно ученикам, не представляет для них интереса. Учебник — свод истин, о чём тут думать?

Хорошо бы найти тему, проходящую параллельно в другом предмете, например, в информатике или физике. Удобные в этом смысле темы «Системы счисления» (математика, информатика) и «Метрическая система мер» (математика, физика). Более того, опыт показывает, что задачи с «параллельными» (межпредметными) темами могут успешно решаться в различных возрастных группах, т.к. знания в этих областях актуальны и в 5–7-х классах, и в десятом классе. Разница только в выборе уровня сложности задачи и в решении вопроса, какие информационные источники предлагать детям, и предлагать ли вообще. Примером может служить «Задача об астрономических дробях» (В.А. Кожевникова, г. Уссурийск).

**Текст задачи.** *На востоке от Аравийского полуострова с севера на юг текут две большие реки — Евфрат и Тигр. Между ними тянется узкая длинная полоса земли. В древности она называлась Месопотамией, что значит «Междуречье». Самым известным государством Месопотамии был Вавилон. В Древнем Вавилоне была своя система счисления, сходная с десятичной. Число, лежащее в её основании, часто фигурирует в вавилонских, персидских и греческих легендах как синоним большого числа. Вавилоняне считали его божьим числом. Кроме того, вавилонские учёные изобрели дроби, сходные с нашими десятичными дробями — так называемые «астрономические» дроби. Астрономические дроби проникли далеко за пределы Древнего Вавилона: в страны Ближнего Востока, Средней Азии, в Северную Африку и Западную Европу. Они широко применялись вплоть до изобретения десятичных дробей, то есть до начала XVII века. Следы этих дробей сохраняются и поныне.*

*Выясните, чем сходны десятичные и «астрономические» дроби и найдите следы вавилонской системы счисления в современной науке.*

Задача органично вписывается в содержание предмета «информатика»: 6-й класс — тема «Системы счисления», 10-й класс — «Перевод чисел из одной системы счисления в другую», «Позиционные системы счисления». Её содержание охватывает учебный материал по курсу «История Древнего мира» (5-й класс) — тема «Древнее Двуречье»; в 10-м классе — тема «Древний Восток». В математике 5-го класса можно решать данную задачу при изучении тем «Десятич-

ные дроби», «Перевод величин в другие единицы измерения». В геометрии: 7-й класс — при изучении темы «Измерение углов»; 8-й класс — «Окружность».

На этапе конструирования условия задачи, на мой взгляд, удобнее вначале найти текст, который мог бы стать культурным образцом для конкретной задачи.

Для культурных образцов годится книга Г.И. Глейзера «История математики в школе». Как показывает опыт учителя математики из г. Спасска-Дальнего Г.Е. Юбко, можно использовать книги из серии занимательной математики и web-сайты. Мне нравится сайт научно-популярного журнала «Наука и жизнь» (<http://www.nkj.ru/>), который содержит много интересных статей по математике и физике за прошлые годы. Кроме того, в Интернете можно найти настоящие аутентичные математические тексты — такие, как книга Рихарда Дедекинда «Непрерывность и иррациональные числа» (изд. 1923 г.). Но в таких книгах очень сложный для восприятия учащимися язык изложения материала. Надо думать, как преподнести культурный образец детям, не отходя от текста. Может быть, следует комментировать некоторые предложения или иллюстрировать графически, на современном математическом языке? Вопрос для меня остаётся пока открытым.

При работе над условием задачи пытаюсь найти «изюминку» в тексте культурного образца — красивую легенду, яркое историческое событие, проблему, подводящую к вопросу задачи.

В формулировке использую фразы из культурного образца, как

в «Задаче о метрической системе мер»:

**Текст задачи.** «С незапамятных времён человеку приходилось измерять расстояния. Подобно тому, как при счёте человек пользовался вначале пальцами рук и ног, так и при измерении расстояний он прибегал к рукам и ногам. Вот почему в прошлом мерами длины служили шаг, ладонь, локоть. Дюйм — английская мера длины, на голландском языке означает «большой палец», фут — старая мера длины в переводе с английского языка — «нога». Старой русской мерой длины был аршин (от персидского слова «Арш» — локоть). Отсюда поговорка «Мерить на свой аршин» (цитата: Г.И. Глейзер).

Выясните, почему возникла необходимость создания новой общей системы мер. Где и когда родилась эта система? В чём преимущества новой системы мер перед старыми мерами длины?

Можно воспользоваться цитатами из известных литературных произведений, содержащих необходимые математические термины, как в «Задаче о совершенстве».

**Текст задачи.** В «Маленьком принце», замечательной сказке французского писателя А. де Сент-Экзюпери, Лис спрашивает Маленького принца:

— А на той планете есть охотник?

— Нет.

— Как интересно! А куры есть?

— Нет.

— Нет в мире совершенства! — вздыхает Лис.

Можно поспорить с Лисом. Но пифагорейцы, жившие 2500 лет тому назад, тоже считали совершенство

редким явлением и обозначали его совершенным числом. Примерами таких чисел являются 6 и 28. Сколько таких чисел в миллионе и с чем эти числа были связаны у древних народов?

Поскольку содержание-условие задачи чаще всего большое по объёму, на вопросы надо обратить особое внимание. Они должны быть чётко сформулированы, иногда могут содержать ключевые слова для поиска информации.

Умение выделить в тексте ключевые слова — одно из самых важных. Дети часто выделяют слишком много слов и затем теряют время при поиске информации, перечитывая ненужные статьи в Интернете. Поэтому очень важно отточить каждую фразу в условии задачи, подумать, какие слова учащиеся могут выбрать для информационного поиска. Полезно задать себе вопрос: «А что бы я выделила, находясь на месте ученика?» Обязательно проверяю своё предположение, вводя в поисковике предполагаемые ключевые слова. Заодно отбираю подходящие сайты для «Возможных информационных ресурсов» (шаблон ДЦЗ). Обращаюсь также к словарям и энциклопедиям, в том числе и математическим, имеющимся в школьной библиотеке, т.к. некоторые дети предпочитают работать с печатными источниками.

Определённые трудности вызывает у меня, как и у других ТОГИСТов, вопрос определения уровня сложности задачи. Я руководствуюсь правилом: если в доступных источниках информации часто встречается прямой ответ на вопрос задачи, то данная задача может быть отнесена к минимальному уровню; если прямого отве-

та нет, за исключением культурного образца, и учащиеся должны сами найти какие-то закономерности, взаимосвязи и т.п., то это задача общего уровня. Отсутствие же каких-либо источников и ключевых слов в вопросе задачи, наводящих учащихся на направления информационного поиска, может превратить её в задачу продвинутого уровня. Но с другой стороны, для разных классов одна и та же задача может быть отнесена к различным уровням сложности, в зависимости от подготовленности класса. Поэтому опыт показывает, что выделение уровня сложности задачи имеет характер некоторой условности.

Последний этап конструирования любой ДЦЗ — написание методического комментария к задаче.

Методический комментарий к деятельностно-ценностной задаче раскрывает замысел автора задачи; содержит дополнительные сведения о задаче в контексте её использования на уроке; помогает учителю-пользователю сделать квалифицированный выбор, с какой целью, на каком уроке, по какой теме и когда он будет применять эту задачу.

В методическом комментарии могут быть указаны межпредметные связи, ключевые слова для информационного поиска; обоснован уровень сложности задачи. Учитель — автор задачи может представить предполагаемые результаты формирования у учащихся определённой системы знаний и умений, указать вопросы, на которые должны ответить учащиеся в процессе своего исследования.

Примеры методического комментария в задачах по математике.

1. «Данная задача относится к общему уровню, поскольку предпо-

лагает не только получение информации из различных источников, но и собственный анализ полученной информации с презентацией собственных выводов. Ключевые слова для информационного поиска: «система мер», «меры длины».

При решении задачи учащиеся должны получить ответы на следующие вопросы:

- Что такое метрическая система мер?
- Какие исторические события стали причинами создания новой общей системы мер?
- Каким требованиям должна была соответствовать новая система мер?
- Как связаны между собой меры длины, площади, объёма, вместимости и веса?» («Задача о метрической системе мер»).

2. «Данная задача межпредметная и может использоваться на уроках математики и информатики в теме «Системы счисления». Поставленные в задаче вопросы позволят значительно расширить и углубить знания учащихся о происхождении систем счисления, выявить общие признаки для шестидесятеричных и десятичных дробей. Кроме того, учащиеся смогут отыскать взаимосвязи между единицами измерения времени и углов с шестидесятеричной системой счисления, закрепить знания в области перевода величин в другие единицы измерения» («Задача об астрономических дробях»).

3. «Учащиеся должны выделить для информационного поиска следующие слова: «пифагоровы тройки», «теорема Пифагора», «применение теоремы Пифагора на практике». Практическая ценность данной зада-

чи состоит в том, что она важна для дальнейшего рассмотрения, так как подобный материал используется в олимпиадных и экзаменационных работах. Знания о теореме Пифагора и её применении обязательны в школьном курсе математики. «Пифагоровы тройки» можно использовать при работе над дополнительным материалом к урокам геометрии, а теорию доказательства формул для «пифагоровых троек» — в курсе алгебры на элективном курсе «Пифагоровы тройки». С целью попробовать метод построения прямого угла на практике можно школьникам дать простую верёвочку и пусть попробуют это сделать («Задача о пифагоровых тройках»).

Подводя итог, можно сказать, что мы находимся в самом начале своего пути в создании деятельностно-ценностных задач по математике. Путь этот совсем не прост, но дорогу осилит идущий! К тому же нам повезло напрямую работать вместе с автором технологии ТОГИС Вячеславом Валерьяновичем Гузеевым, чувствовать себя причастными к созданию образовательной технологии пятого

поколения, а это дорогого стоит! Важность такого вида педагогической деятельности состоит ещё и в том, что, перерабатывая огромное количество информации в поисках культурных образцов, становишься выше в своих профессиональных знаниях и компетенциях. Ведь особенность учительской профессии состоит в необходимости постоянно-го самообразования, дабы не отстать от своих учеников, некоторые из которых уже далеко обогнали нас с вами хотя бы в области компьютерных технологий!

В данном выступлении затронуты только некоторые «рецепты» создания деятельностно-ценностных задач по математике, рождённые в ходе экспериментальной работы учителей математики площадок городов Уссурийска и Спасска-Дальнего. В.В. Гузеев предлагает ещё несколько направлений в конструировании ДЦЗ для естественно-научных дисциплин. Познакомиться с ними можно в его статье «Об особенностях применения ТОГИС в негуманитарных областях» на сайте ТОГИС-клуба (<http://www.togisklub.ru/>).