

Уроки процедурной информации по темам «Дерево для цепочки мешков» и «Раскрытие цепочки мешков»

Н.Д. Воронцова

Темы, о которых пойдёт речь, имеют довольно широкое практическое применение, так как они иллюстрируют способы решения комбинаторных задач. И если сложность понимания формул комбинаторики не позволяет знакомить учащихся с этим разделом математики в средней и тем более в младшей школе, то механизм, изложенный в программе «Информатика 2–4»¹, даёт возможность решать довольно сложные комбинаторные задачи уже в 4 классе.

Входная диагностика усвоения понятий

Использование структуры «дерево» в решении математических задач требует глубокого понимания

особенностей данной структуры. Поэтому перед тем как перейти к изучению процедур, алгоритмизирующих процесс построения дерева для конкретных комбинаторных задач, нужно провести диагностику усвоения следующих понятий:

- 1) уровень дерева и уровень бусины;
- 2) путь дерева;
- 3) корневая бусина и бусины определённого уровня в дереве;
- 4) следующая и предыдущая бусина в дереве;
- 5) мешок бусин определённого уровня;
- 6) цепочка мешков.

Каждое из этих понятий связано с другими следующими видами связей:

- 1) Тожественность (путь дерева и цепочка в дереве; мешок корневых бусин и мешок бусин первого уровня).
- 2) Часть — целое (бусина — цепочка; цепочка — дерево).
- 3) Вид — вид (мешок корневых бусин и мешок бусин второго уровня).

Очень часто неуспешность в обучении у детей связана с непониманием конкретной, совсем незначительной детали, опознать и устранить которую сам ребёнок не в состоянии. Результатом этого непонимания становится невозможность дальнейшего успешного усвоения знаний, и, значит, мотивация к обучению неминуемо падает. Поэтому роль педагога, использующего когнитивную технологию обучения², состоит в проведении входной диагно-

¹ Семёнов А.С., Рудченко Т.А. Программа пропедевтического курса информатики 2–4 кл. М.: Просвещение ИНТ, 2004.

² Бершадский М.Е. Когнитивная образовательная технология // Школьные технологии. 2005. № 5. С. 73–83.

стики таким образом, чтобы выявить мельчайшие причины непонимания у каждого ученика, а затем начать работу по их устранению. В связи с этим процессу моделирования заданий для диагностики усвоения понятий нужно уделять особое внимание.

Для диагностики вышеперечисленных понятий и связей формируется комплекс заданий, дающих учителю наиболее полную картину глубины знаний детей в этой области.

Конструктор для моделирования заданий, необходимых в диагностировании знаний учащихся, содержит восемь видов заданий по понятиям и шесть видов заданий по связям между ними. Учитывая, что время диагностирования детей на уроке ограничивается 3–5 минутами, преподаватель выбирает виды заданий, а также их количество таким образом, чтобы получить в результате диагностики наиболее точную и подробную информацию об усвоении знаний каждым учеником.

1) Задания с альтернативным выбором ответа

Определите значения утверждений:

Количество листьев в дереве равно количеству путей.	<input type="radio"/>
Если мешок корневых бусин и мешок листьев дерева одинаковые, значит это дерево первого уровня.	<input type="radio"/>
В дереве третьего уровня может быть бусина пятого уровня.	<input type="radio"/>

Задания подобного типа предполагают два возможных варианта ответа. В случае с утверждениями это «истина» и «ложь». Первые два утверждения

верждения будут иметь значение «истина». Третье — «ложь».

2) Задания с множественным выбором ответа

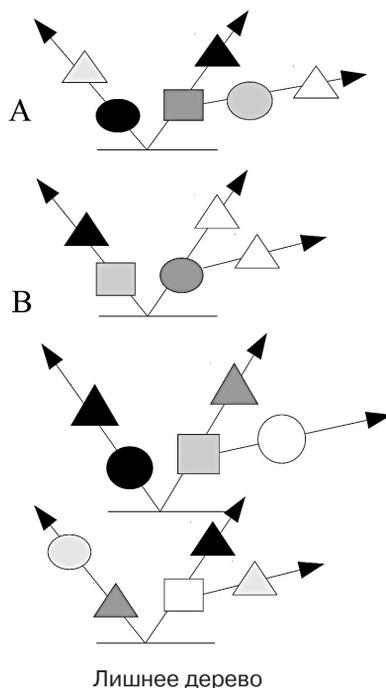
Выберите правильную запись отношений между понятиями:

- а) Длина любого пути дерева > уровню дерева
- б) Длина любого пути дерева \geq уровню дерева
- в) Длина любого пути дерева \leq уровню дерева
- г) Уровень дерева > длины любого пути дерева

Для данного типа заданий ответ предполагается только один. Для приведённого примера правильный ответ — б.

3) Исключение лишнего

Обведите лишнее дерево. Кратко объясните, почему вы так решили.



На рисунке «Лишнее дерево» мы видим три дерева второго уровня и одно дерево третьего уровня. По этому отличию и определяется лишнее. Им является дерево А.

4) Вставка ключевых слов

Вставьте в предложение пропущенные слова, используя слова для вставок.

В _____ у каждой бусины, кроме корневых и _____ только одна предыдущая бусина и _____ следующих.

Слова для вставок: листья, бусины, дерево, несколько, две, сколько угодно.

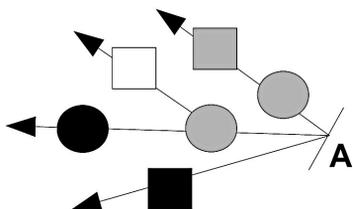
Приведённое выше задание может использоваться не только при проверке понимания текста. Сам процесс понимания может осуществляться посредством заданий данного типа.

После вставки слов дети получают основное правило построения структуры «дерево», а именно: «В дереве у каждой бусины, кроме корневых и листьев, только одна предыдущая и сколько угодно следующих бусин».

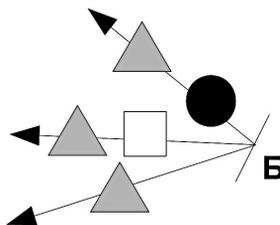
5) Нахождение соответствия

Соедините утверждения и рисунки, для которых эти утверждения имеют истинное значение.

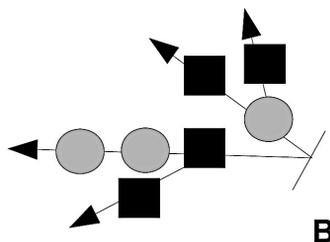
1. Каждая корневая бусина в этом дереве имеет две следующие бусины.



2. Все корневые бусины в этом дереве имеют меньше двух следующих бусин.



3. Все квадраты в этом дереве — листья.



Правильным ответом в данном задании будут следующие комбинации: утверждение 1 — дерево В; утверждение 2 — дерево Б; утверждение 3 — дерево А.

6) Аналогии

Допишите пару к заданному понятию по образцу:

- 1. Цепочка цепочек — цепочка: цепочка мешков — _____;
- 2. Путь дерева — цепочка: бусина первого уровня — _____;
- 3. Длина пути — длина цепочки: количество путей — _____.

В этом задании проверяется умение детей видеть связи между известными им понятиями.

В первом примере мы видим пару, демонстрирующую связь целое — часть. Ответной парой будет: цепочка мешков — мешок.

Во втором примере пара понятий тождественна. Бусина первого уровня — это корневая бусина.

В третьем примере дана пара, где одинаковы количественные показатели понятий. Количество путей всегда равно количеству листьев в дереве.

С моей точки зрения, по результатам этих шести заданий можно составить довольно полную картину усвоения перечисленных выше понятий и связей, понимание которых даст возможность ученикам усвоить новую процедурную информацию.

Изучение нового материала

Переходя к изучению нового материала, преподаватель ориентируется на результаты входной диагностики усвоения понятий, составляющих основу для понимания нового. Учитель выстраивает урок таким образом, чтобы те учащиеся, для кого изученное ранее не вызывает затруднений, самостоятельно знакомились с новым материалом, а остальные осваивали новое, получая дополнительные разъяснения, в той или иной степени облегчающие их вхождение в процесс изучения нового материала.

Таким образом моделируется нелинейный урок, где учащиеся разбиты на группы, внутри которых идёт процесс обучения в собственном, отличном от других, режиме деятельности.

Для тех ребят, которые работают самостоятельно, преподаватель под-

бирает текстовую информацию, соответствующую уровню их когнитивных и общеучебных показателей. Эта часть подготовки к уроку представляет наибольшую сложность. Нельзя занижать сложность излагаемого материала, нельзя и чрезмерно усложнить его.

После диагностики усвоения декларативной информации и коррекции усвоения осуществляется переход к деятельности по изучению процедурной информации. Этот вид информации содержит правила и алгоритмы выполнения различных видов предметной деятельности, способы преобразования объектов, применяемые в изучаемой предметной области для получения заданных результатов³.

Предложенные для рассмотрения темы содержат процедурную информацию, иными словами, определённый алгоритм предметной деятельности.

При изучении детьми процедурной информации трудности усвоения могут быть связаны как с самой изучаемой процедурой, так и с особенностями её применения. Поэтому очень важной частью изучаемого материала является ориентировочная часть, определяющая ситуацию применения данного алгоритма по заданному набору условий.

Тема «Дерево для цепочки мешков»

Условие задачи: Имеется цепочка мешков А. Требуется построить дерево для этой цепочки.

³ Бершадский М.Е. Структура когнитивной образовательной технологии // Школьные технологии. 2005. № 6. С. 78–86.

Ориентировочная часть решения

Имеется цепочка мешков А, следовательно, известна длина цепочки мешков А, известно количество бусин в каждом мешке цепочки А (рисунок «Цепочка мешков»), поэтому известно, какие бусины будут располагаться на каждом уровне дерева М (из бусин первого мешка строятся корневые бусины дерева, из бусин второго мешка — бусины второго уровня дерева, и т. д.).

Введение процедурной информации

Представим себе, что мешки в цепочке А — это мешки разновидности бусин первого, второго и третьего уровней искомого дерева М. Следовательно, можно определить уровень искомого дерева М.

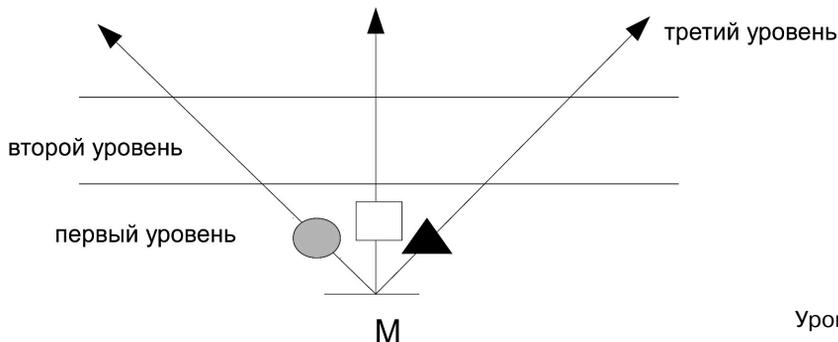
1. Уровень дерева М равен длине цепочки мешков, а именно — трём.

2. Все пути в дереве М будут иметь длину три, потому что наши мешки связаны между собой, а значит, связаны и бусины, находящиеся в них.

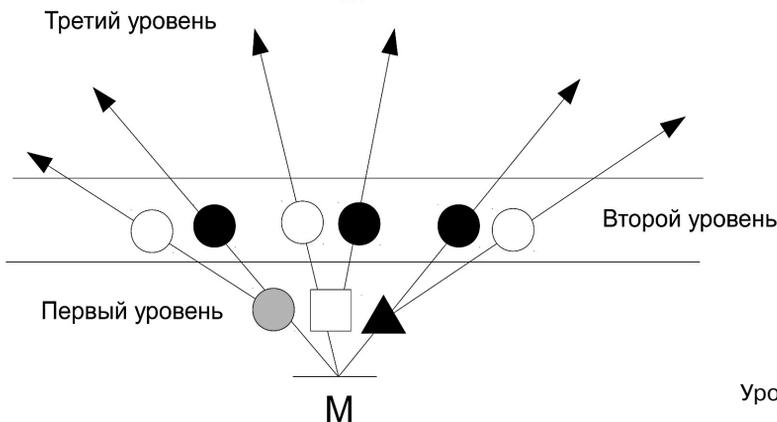
3. Количество корневых бусин в дереве М равно количеству бусин в первом мешке цепочки мешков А (рис. «Уровни дерева»).



Цепочка мешков



Уровни дерева



Уровни дерева 1

Сколько же бусин будет на втором уровне искомого дерева M ? Чтобы ответить на этот вопрос, нужно вспомнить о связях между бусинами первого и второго мешков. Если связаны мешки, значит, каждая бусина первого мешка связана с каждой бусиной второго мешка, следовательно, у каждой корневой бусины будут две следующие бусины ($3 \times 2 = 6$).

4. Количество бусин второго уровня в дереве M равно произведению количества бусин первого уровня на количество бусин из второго мешка цепочки мешков A (рисунок «Уровни дерева 1»).

Таким же образом мы поступим при построении третьего уровня дерева. Количество бусин в третьем мешке равно двум, значит, у каждой бусины второго уровня будет две следующих, а всего их будет $6 \times 2 = 12$ (рисунок «Уровни дерева 2»).

5. Количество бусин третьего уровня в дереве M будет равно произведению количества бусин второго уровня на количество бусин третьего мешка цепочки мешков A .

6. Если построенный уровень не последний, то для определения количества бусин следующих уровней

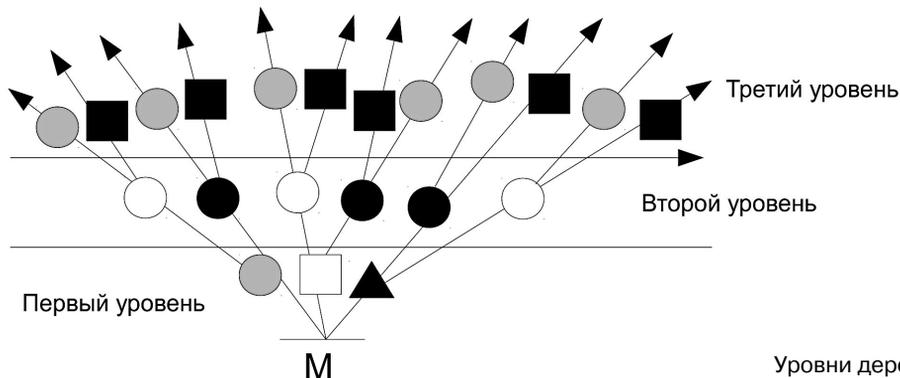
нужно найти произведение количества бусин предыдущего уровня на количество бусин в следующем мешке рассматриваемой цепочки мешков.

Учитывая особенности изученной процедуры, в качестве иллюстрации желательно подбирать примеры, в которых расположение объектов имеет определяющее значение. Это могут быть задачи с позиционными системами счисления, задачи на последовательность действий и т.п. Процесс решения таких задач можно рассматривать как промежуточную диагностику первичного усвоения. Сложность приведённых задач возрастает с увеличением их порядкового номера.

Задача 1. Составьте дерево для цепочки мешков A , если истинны утверждения:

- 1) длина цепочки мешков A равна 4;
- 2) в первом мешке цепочки только одна бусина;
- 3) количество бусин в каждом следующем мешке на единицу больше, чем в предыдущем.

Задача 2. Составьте дерево для цепочки мешков, путями которого являются все трёхзначные числа, составленные из цифр 2 и 5.



Уровни дерева 2

Задача 3. Определите количество всех возможных трёхзначных чисел, составленных таким образом, чтобы рядом стоящие цифры не повторялись.

Используя изученную процедуру построения дерева для решения конкретных задач, дети самостоятельно приходят к объяснению некоторых аспектов темы, не упомянутых в алгоритме, а именно:

- для чего нужно построенное дерево;
- чем могут быть пути дерева в конкретных примерах;
- какой физический смысл имеет мешок путей заданного дерева?

Ответы, полученные в результате решения задач, прокладывают логический мостик к следующей процедуре — процедуре раскрытия цепочки мешков.

Тема «Раскрытие цепочки мешков»

Эта тема является логическим продолжением предыдущей, так как процесс построения дерева для цепочки мешков даёт нам инструмент проверки процесса раскрытия цепочки мешков, о котором рассказывает ниже.

Входная диагностика усвоения понятий для данной темы строится таким образом, чтобы как можно более точно отражать степень усвоения ключевых понятий, представляющих основу для понимания нового материала. В качестве ключевых понятий можно перечислить следующие:

- 1) цепочка мешков;
- 2) дерево для цепочки мешков;
- 3) алгоритм построения дерева для цепочки мешков.

Важное значение имеют связи между вышеперечисленными понятиями. Умение найти и назвать эти связи — обязательное условие успешного усвоения нового материала.

Нет необходимости повторять процесс составления заданий для входной диагностики усвоения понятий ещё раз. Каждый преподаватель может комплектовать набор заданий по своему усмотрению, используя для этого конструктор моделирования заданий.

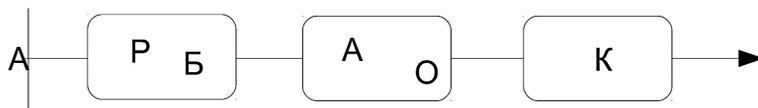
Условие задачи: Имеется цепочка мешков А (рисунок «Цепочка мешков 1»). Требуется её раскрыть.

Ориентировочная часть решения

Имеется цепочка мешков А, следовательно, известна её длина. Из рисунка «Цепочка мешков 1» видно, что длина цепочки мешков А равна 3. Известно количество бусин в каждом мешке цепочки А. С помощью рисунка «Цепочка мешков 1» определяем, что в первом мешке содержатся две бусины Р и Б, во втором — также две (А и О), а в третьем — одна бусина К.

Требуется раскрыть цепочку мешков А, другими словами, нужно получить некоторый мешок цепочек Б, а для этого нужно узнать:

- какой длины будут цепочки в мешке цепочек Б;



Цепочка мешков 1

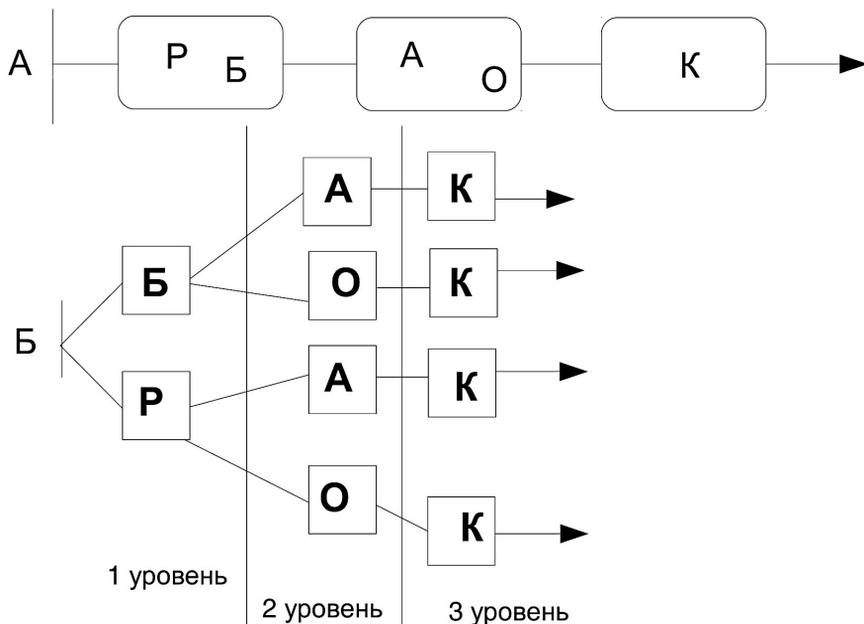
- сколько цепочек будет содержать мешок Б;
- как формируются цепочки в мешке Б?

Введение процедурной информации

Процесс раскрытия цепочки мешков на реальном примере представляется как процесс составления всех возможных комбинаций из бусин, находящихся в исходных мешках. В нашей цепочке мешков А каждый мешок содержит буквы, значит, результатом раскрытия будут слова, составленные из этих букв. Причём порядок расположения букв в слове определяется номером мешка. Например, если буква Б находится в первом мешке, то во всех построенных словах она может находиться только на первом месте.

1. Определяем длину цепочек в мешке цепочек Б. Длина любой цепочки в мешке Б равна длине цепочки мешков А, поэтому для построения цепочки можно брать из мешка только одну бусину. Следовательно, сколько мешков, столько и бусин в построенной цепочке. В нашем случае все слова в мешке Б будут содержать по 3 буквы.

2. Определяем количество цепочек в мешке цепочек Б. Для этого перемножаем количество бусин в каждом мешке цепочек А. ($2 \times 2 \times 1 = 4$). Полученное произведение будет определять количество цепочек в мешке цепочек Б. Чтобы проиллюстрировать этот пример, необходимо построить дерево для цепочки мешков (см. описание темы «Дерево для цепочки мешков») (рисунок «Дерево для цепочки мешков 1»).



Дерево для цепочки мешков 1

Теперь нетрудно определить, что количество листьев в дереве, а следовательно и путей, равно произведению количества бусин на каждом уровне дерева.

3. Построение цепочек происходит по следующему алгоритму:

1) Пронумеруем бусины в каждом мешке цепочки А (нумерация в каждом мешке своя) (рисунок «Цепочка мешков 2»).

2) Из каждого мешка можно брать только одну бусину.

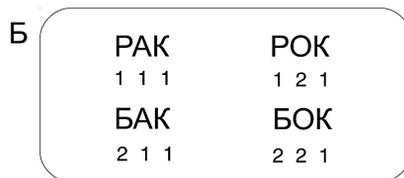
3) Из этих бусин формируется цепочка таким образом, что бусина из первого мешка стоит на первом месте в цепочке, бусина из второго мешка — на втором месте в цепочке и т.д. Полученными цепочками заполняется искомый мешок Б (рисунок «Мешок Б»).

4) Если количество построенных цепочек равно вычисленному количеству, то задача выполнена.

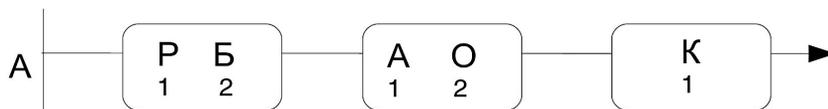
Для диагностики первичного усвоения изученной процедуры предлагается решить следующие задачи:

Задача 1: В столовой в наличии два вида первых блюд (борщ и суп), три вида вторых блюд (пельмени, голубцы, картошка) и два вида третьих блюд (чай и напиток). Составьте все возможные варианты обедов.

Задача 2: У ребят одного класса дни рождения приходятся на числа 2, 5, 6, 8 каждого месяца с такими же порядковыми номерами. Посчитайте количество детей в классе и напишите их даты рождения.



Мешок Б



Цепочка мешков 2