ПЕДАГОГИКА И МАТЕМАТИКА

Александр Николаевич Дахин,
доктор педагогических наук, доцент, профессор Новосибирского государственного педагогического университета, г. Новосибирск, dakhin@mail.ru

Михаил Евгеньевич Баранов,
кандидат биологических наук, начальник отдела учебного военного центра при Сибирском университете науки и технологий им. М.Ф. Решетнева, г. Красноярск, Me_baranov@mail.ru

Владислав Валерьевич Геращенко,
магистрант, Институт гражданской авиации и таможенного дела, Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнева, г. Красноярск, vladisav.gerashchenko@mail.ru

В СТАТЬЕ ПРЕДСТАВЛЕНО АВТОРСКОЕ ПОНИМАНИЕ СОДЕРЖАНИЯ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ В КОНТЕКСТЕ ОДНОГО ИЗ СПОСОБОВ ВХОЖДЕНИЯ В КУЛЬТУРУ ОБЩЕМЫСЛИТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ.

• общемыслительная деятельность • таксономии • стиль мышления • математическая деятельность

В начале статьи сразу же сделаем пояснение, что речь пойдёт об общемыслительной деятельности современного российского школьника. Разумеется, сама эта общенаучная категория не терпит окончательного определения, как и любая предельно абстрактная категория вообще, и творчество, в частности. Основную трудность здесь отметил ещё В.П. Зинченко, указав на необходимость преодоления закона тождества [1, с. 81]. Дело в том, что деятельность прибавляет к действительности что-то, чего пока нет, возможно, и не будет, а говорить об этом приходится. Это важно хотя бы потому, что деятельность уже меняет носителя деятельности, преобразующего содержание этого мира на основе имеющихся у него культурных норм, целей и ценностей. При этом неотвратимым дополнением к этому изменению является собственное изменение носителя деятельности. Здесь явно прослеживается педагогическая задача, направленная на создание опыта эмоционально-ценностных отношений обучающихся, которые скорее изменят свои ценностные ориентиры не благодаря тому, что педагог делает с учениками, а из-за того, что делают они сами с содержанием образования.

Любая научная публикация, затрагивающая мыслительную деятельность или общемыслительную деятельность, требует произвести содержательное развёртывание этой психолого-педагогической категории. Заметим, что данная работа уже проводилась многими авторами, и чаще такое представление было многофункциональным [1; 4; 5].

Для общемыслительной деятельности выделим пять функций, достаточно успешно реализуемых при изучении математики.

1. Учебная деятельность на уроках математики выступает как *предмет объективного научного исследования*, т. е. как нечто расчленяемое и воспроизводимое в теоретической картине математики как науке в соответствии со спецификой её задач и совокупностью принятых в ней знаковых форм и понятий. Каждая из обещанных нами пяти функций, разумеется, допускает вспомогательную структуру. Представим вариант такой вспомогательной структуры хотя бы для первой, модифицируя классические таксономии Б. Блума для содержания общего образования, а также принимая во внимание то, что таксономия в широком смысле является разделом систематики, изучающим вопросы смыслового объёма и взаимного отношения соподчинённых категорий, терминологических групп, яв-

ляясь ключевым понятием в общей теории систем [6].

В основание таксономии учебных целей положены психолого-педагогические принципы, а её когнитивная область подразделяется на шесть уровней: *знание*, *понимание*, *применение*, *анализ*, *синтез*, *оценка*. Так, достижение какого-либо конкретного уровня математических *знаний* связано с разработкой учебных целей, направленных сначала на запоминание элементов учебной информации в конкретном разделе школьной математики. К целям этого уровня относится формирование специальных, процедурных, абстрактных (или общих) знаний.

Уровень *понимания* включает в себя достижение учебных целей трёх видов:

а) перевод – как способность формализовать задачу, т. е. умение перевести данные с практического (даже бытового) языка на правильную математическую символику, конкретный язык программирования или специально приготовленную знаковую систему;
б) интерпретацию – как умение объяснить полученное решение, сделанный вывод, представленное заключение на практическом примере, проводя контрольные мероприятия по проверке правильности полученного ответа;
в) экстраполяцию – как способность использовать вспомогательные задачи, а также умение перенести полученные знания в подобную, сходную метаматематическую ситуацию, произведя необходимые видоизменения или дополнения математических этюдов, встречавшихся ранее в решении.

Уровень *применения* предполагает сформированность прикладных умений учащихся в использовании полученного в школе социального опыта в практической ситуации. Сюда следует отнести применение методов, алгоритмов, теоретических знаний, реализацию концептов с учётом личных представлений и ценностных ориентиров.

Уровень *анализа* характеризуется достижением следующих учебных целей: анализ элементов учебного материала (расчленение, распределение целого на части); анализ отношений (установление связей между элементами); анализ принципов (систематизация элементов).

Уровень *синтеза* включает формирование умений составлять целое из отдельных частей: синтез идеи (поиск решения проблемы); синтез процедуры (разработка плана, последовательности операций по решению задач); синтез структуры (построение функции, множества, группы изучаемых объектов).

И, наконец, уровень *оценки*, который означает сформированность диагностических умений, а также успешное выполнение внешних (практических) и внутренних (умственных) действий, предусмотренных ожидаемыми результатами [6, р. 87–88].

Хотя таксономия Блума была разработана более 50 лет назад, она остаётся достаточно продуктивной и в современных условиях модернизации российского образования.

2. Деятельность как *объяснительный принцип* математической ситуации или сценария, функционирующих в пространстве конкретных знаков и правил вывода следствий, возникающих при взаимодействии этих знаков.
3. Математическая деятельность – это и *предмет управления*, так как участникам образовательного процесса с неизбежностью приходится организовывать системы совместного функционирования на основе имеющихся технологий, принципов и правил. Пример такого управления представлен нами в предыдущих работах [2; 3].
4. Деятельность рассматривается и как *предмет проектирования*. Для математики это связано с выделением способов и условий оптимальной реализации преимущественно новых видов деятельности, приводящих к оригинальным результатам и имеющих творческий характер. О таковых мы поговорим ниже, рассмотрев пример стереометрического задания.
5. Деятельность на уроках математики имеет и «*междисциплинарную ценность*», поскольку математический и даже формально-логический стиль мышления способствует формированию

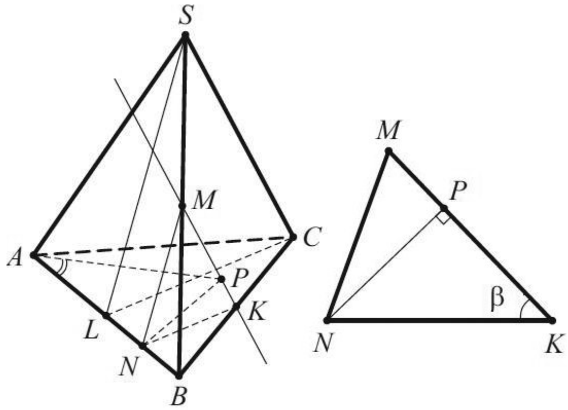

Рис. 1. Исходная пирамида и вспомогательное сечение

общемыслительной компетентности школьника, способного делать точные и строгие умозаключения на основе имеющихся у него сведений. Это полезное общеучебное свойство пригождается в любой познавательной практике, а также наполняет и дополняет культурный мир обучающегося. О последнем следует сказать особо. Если культура в самом общем понимании – это результат возделывания, усовершенствования, обработки субъектом окружающей действительности, то культура «в педагогической трактовке» – своеобразное «изобретение мира впервые» носителем этой культуры. На такое способен только человек, наделённый даром подобного изобретения. Если традиционное содержания образование, независимо от образовательной области, представляет собой дидактически выверенный учебный текст, то культура «в педагогической трактовке» несёт в себе деятельностное, динамическое начало. Значит, культура общемыслительной деятельности – это способность строить встречный текст как авторскую интерпретацию типового содержания образования. Такой «текст впервые», взятый в событийном аспекте, представляет собой речь как целенаправленное социальное действие, являющееся посредником между субъектами образования и технологиями обучения учебному предмету. Здесь уместно говорить об определённом дидактическом дискурсе – результате коммуникации, возникающей в процессе изучения любой темы, выраженной в соответствующих культурных продуктах, таких как тексты, обоснованные и аргументированные высказывания, метафоры, педагогически валидные оценки, меткие вопросы, направляющие на верный ответ, всё высказанное в процессе креативного общения участников образования.

Перейдём к рассмотрению конкретной стереометрической задачи, обсуждение которой, пусть даже краткое, продемонстрирует «встречу» математики с культурой общемыслительной деятельности. Именно математика, на наш взгляд, создаёт особую зону – в терминологии Л.С. Выготского – ближайшего развития для общемыслительной деятельности [4, с. 512]. А математические задачи представляют собой «медиаторы культуры» такой деятельности.

Задача вступительного экзамена в НГУ, 1997 г.

В основании правильной треугольной пирамиды *SABC* лежит треугольник ΔABC, стороны которого равны $2\sqrt{3}$, боковые рёбра пирамиды равны 4. Точки *M* и *K* – середины рёбер *SB* и *BC* соответственно. На прямой *MK* выбирается произвольным образом точка *P*. Найти наименьшую возможную величину $\angle PAB$.

Решение.

Опустим перпендикуляр *MN* из точки *M* на ребро *AB*. И пусть точка *L* –середина стороны *AB*. Получаем, что *SL* есть высота равнобедренного треугольника ΔSAB, кроме того, $MN \parallel SL$. $NB=LB/2=AB/4$. $AN=3AB/4=$ $=3\sqrt{3}/2$.

KN – средняя линия ΔCLB с высотой *CL*. $KN \perp AB$. Каждая из прямых *MN* и *NK* перпендикулярна прямой *AB*, к тому же обе они лежат в плоскости *MNK*. Следовательно, $AB \perp$пл(*MNK*). Значит, для любой точки *P*, выбранной на отрезке *KM*, ΔANP – всегда прямоугольный с $\angle ANP=90°$. Обозначим искомый $\angle PAB=\alpha$. Следовательно, $tg\alpha=PN/NA$. Знаменатель этой дроби фиксирован. Значит, $tg\alpha$ будет наименьшим, когда *PN* примет минимальное значение, т. е. когда $PN \perp MK$, что видно из сечения *MKN*, представленного на рис. 1 справа. Теперь найдём высоту ΔMKN.

$MN=SL/2=\frac{1}{2}(AS^2-AL^2)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{13}/2.$

$MK=2$; $NK=CL/2=3/2$. Если обозначить $\angle NKM=\beta$, то $NM^2=NK^2+MK^2-2\cdot NK\cdot MK\cdot cos\beta$ (по теореме косинусов). Получим, что $cos\beta=\frac{1}{2}$. Значит, $\beta=\pi/3$. $NP=NK\cdot sin\beta=3\sqrt{3}/4$. Получаем наименьшее значение $tg\alpha=PN/NA=\frac{1}{2}$.

Ответ: arctg $\frac{1}{2}$.

После того как решение представлено в предельно лаконичном виде, имеет смысл обсудить его поучительную сторону. Поучительную и для учения, и для преподавания, направленного на осмысление сущности общемыслительной деятельности как ключевой компетенции школьника.

Первое, что следует принять во внимание, это рациональный подход к рассуждениям, представленным в решении. Он заключается в том, чтобы не идти наперекор своим ощущениям, хотя их следует аргументированно взвешивать, учитывая положительные и отрицательные стороны каждого довода. В данном случае это связано с удачным проведением перпендикуляра *MN* и построением сечения *MNK.*

Второе соображение относится к оптимизации, приводящей к экономии действий. В самом понятии «оптимизация» уже содержится рекомендация не увлекаться минимализмом таких действий. Речь идёт об оптимальном соотношении результатов и затрат, произведённых при этом. Поэтому надо быть готовым отойти от вариантов решения, находящихся «на поверхности» догадки настолько, насколько к этому вынуждают обстоятельства задачи.

Третья рекомендация связана с сочетанием настойчивости и гибкости. Не следует «закрывать» идею, пока не исчерпана надежда на появление содержательных мыслей. Однако на каждом этапе исследования ситуации следует захватывать новые участки поиска, чтобы почерпнуть там полезные сведения, если таковые, конечно, есть. В нашем примере такой «содержательной мыслью» является привязка наименьшей возможной величины $\angle PAB$ к минимальному значению $tg\alpha=PN/NA$.

Подводя итог, заметим, что определений собственно «деятельности» достаточно много, но в данной статье мы представим модифицированный вариант С.Л. Рубинштейна [5, с. 465–472]. Общемыслительная деятельность есть форма отношения человека к окружающему миру с целью его преобразования на основе имеющихся у индивида стилей мышления, методов познания и культурных представлений.

Наконец, сделаем несколько рекомендаций преподавателям, взявшимся за организацию общемыслительной деятельности со своими учениками.

1. Лучший способ для школьника что-то изучить – это сделать открытие самостоятельно. Однако с целью оптимизации этого процесса важно видеть, чего ждут от учителя его ученики, понять их затруднения, и, ставя себя на их место, вооружить их решениями более простых, но полезных вспомогательных задач-этюдов. Такого рода «логическая поддержка» существует и в содержательном поле любой научной дисциплины, возникает она и при изучении математики. Так, если речь идёт об оптимальном варианте какого-то вывода, то следует указать критерий оптимальности, что мы проиллюстрировали в стереометрической задаче данной статьи. Приведём ещё примеры. Иногда прямое утверждение легче доказать методом «от противного», так как законы формальной логики говорят об эквивалентности полученных выводов. Следует также обратить внимание учащихся, что если из утверждения «А» следует утверждение «В», то это не означает, что из «В» всегда следует «А», хотя именно это нередко используется при псевдоаргументации.
2. Не следует ограничивать своё повествование-объяснение назывной информацией, не подкреплённой примерами и обсуждениями. Именно эти способы помогут всем присутствующим в активном поиске верного ответа. К сожалению, учитель, раскрывая способы решения задачи, иногда рекомендует просто воспроизвести формулировку какой-то теоремы или следствия из неё, надеясь, что это подтолкнёт обучающегося на верный путь рассуждения. Дело в том, что если поговорка «Повторенье – мать ученья» применяется механически, без

включения в соответствующий контекст исследования, то это малопригодно для творческого поиска.

3. Важно научить школьника и догадываться, и строго доказывать свою мысль, отделяя интуитивные домыслы от строгих выводов. Здесь участникам творческого процесса поможет общемыслительное понятие гипотезы, а также способы её подтверждения или опровержения. Кстати, опровергнутая гипотеза – это тоже результат, иногда не менее важный, чем подтверждение.
4. Из решённой задачи полезно выделить общий метод рассуждения, если таковой, разумеется, прослеживается. Это соображение напрямую относится к оптимизации, приводящей к экономии действий. Задача, приведённая в данной статье, позволяет такие методы представить. Как уже было отмечено выше, оптимальный – не значит минимальный. Для кого-то несколько последовательных несложных действий быстрее приведут к верному ответу. Поэтому не следует увлекаться минимализмом учебных действий. Для этого важно вовремя отойти от вариантов решения, находящегося «на поверхности» догадки настолько, насколько к этому вынуждают обстоятельства задачи.
5. Желательно наводить учащихся на правильный путь решения, но не навязывать свою позицию. Пусть школьники отрабатывают навыки самостоятельного исследования. Здесь уместно припомнить предостережёние Мишеля Монтеня, который считал, что иногда авторитет учащего мешает желающим учиться, ибо последним важно умело сочетать настойчивость действий и гибкость мышления. Содержательные мысли не считаются исчерпанными, пока есть надежда вывода из них новых сведений.

При этом на следующем этапе поиска решения следует привлекать новые секторы аргументации, чтобы добыть с их помощью полезные сведения, если таковые там содержатся, и не огорчаться, если их там нет. Для творческого процесса такое положение дел – не признание своей некомпетентности, а влекущая перспектива культурного развития. ❑

Литература

1. *Зинченко В.П.* Деятельность. Знание. Духовность / В.П. Зинченко // Высшее образование в России. – 2003. – №5. – С.81–91.
2. *Дахин А.Н.* Математика как «живое знание» компетентного школьника / А.Н. Дахин // Школьные технологии. – 2017. – №3. – С. 14–19.
3. *Дахин А.Н.* Образовательные проекты и проекты в образовании: монография / А.Н. Дахин, К.А. Юрьев; под ред. чл.-корр. РАО, проф. А.Ж. Жафярова; Мин-во образования и науки РФ, Новосиб. гос. пед. ун-т. – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2016. – 149 с.
4. *Выготский Л.С.* Психология / Л.С. Выготский. – М.: Изд-во ЭКСМО-Пресс, 2000. – 1008 с. (Серия «Мир психологии»).
5. *Рубинштейн С.Л.* Основы общей психологии / С.Л. Рубинштейн. – СПб.: Питер, 2001. – 702 с.: ил. – (Серия «Мастера психологии»).
6. *BloomB.S.* Taxonomy of Educational Objectives The Classification Goals. Handbook 1: Cognitive Domian / B.S. Bloom. – New York, David McKey Co, 1956. – 149 p.