САКРАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА В СОВРЕМЕННОЙ ШКОЛЕ

Валерий Николаевич Клепиков,
кандидат педагогических наук, ведущий научный сотрудник
ФГБНУ «Институт изучения детства, семьи и воспитания» РАО,
учитель математики и этики МБОУ СШ № 6 г. Обнинска, Klepikovvn@mail.ru

• сакральность • духовная вертикаль • онтологическая проблематика
• духовно-интеллектуальная деятельность • удивление • озарение • благоговение
• эвристическая энергия • трансцендирование • стандартные и нестандартные задачи
• эвристический метод • национальное звучание

МАТЕМАТИКУ В ШКОЛЕ ИМЕЕТ СМЫСЛ ИЗУЧАТЬ ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ВЫСТРОЕНА ДУХОВНАЯ ВЕРТИКАЛЬ, БЛАГОДАРЯ КОТОРОЙ ВОЗМОЖНО ТРАНСЦЕНДИРОВАНИЕ, Т.Е. ВЫХОД НА ПРИНЦИПИАЛЬНО ИНЫЕ УРОВНИ ПОНИМАНИЯ ИЗУЧАЕМОГО ПРЕДМЕТА, МИРА И СЕБЯ. ДУХОВНАЯ ВЕРТИКАЛЬ ПОДРАЗУМЕВАЕТ, ЧТО МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТЕРМИНЫ МЫ РАССМАТРИВАЕМ НЕ ТОЛЬКО КАК ПОНЯТИЯ, НО И КАК ЦЕННОСТИ, БЛИЗКИЕ ДУХОВНОМУ МИРУ ЧЕЛОВЕКА. ПРИ ЭТОМ САКРАЛИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ ПРОИСХОДИТ В ХОДЕ ПРОНИКНОВЕННОГО РЕШЕНИЯ И СОЗДАНИЯ НЕОБЫЧНЫХ ЗАДАЧ, ПРИМЕРОВ, А В РЕЗУЛЬТАТЕ – В ЧУВСТВОВАНИИ И ПОНИМАНИИ ТОНКОЙ ДИАЛЕКТИКИ ЦЕЛОГО И ЧАСТИ, РАЦИОНАЛЬНОГО И ИРРАЦИОНАЛЬНОГО, ДИСКРЕТНОГО И НЕПРЕРЫВНОГО, КОНЕЧНОГО И БЕСКОНЕЧНОГО И Т.Д.

Не в том величие человека, чтобы достичь одной крайности,
а в том, чтобы, одновременно касаясь обеих,
заполнить всё пространство между ними.

Блез Паскаль

За последние годы школьная математика обогатилась и обогащается многими содержательными линиями: историческими, метапредметными, эстетическими, экологическими, экономическими, этическими, художественными, прагматическими и т.д. Все данные линии придают математике дополнительные привлекательные черты, если, конечно, математическое образование не выхолащивается и не сводится лишь к подготовке учащихся к государственной итоговой аттестации. Одним из важнейших содержательных компонентов является *сакральная линия*, которая пока мало разработана и именно ей мы и уделим основное внимание в предлагаемой статье.

Для нас *сакральность* – это характеристика особых отношений между человеком и Целым мира, под которым можно понимать нечто абсолютное, божественное, закономерное, гармоничное, высокоинтеллектуальное (ноосферу) и т.д. Здесь важнее даже не объект, на который направлена духовно-интеллектуальная деятельность человека, а сама возможность к трансцендированию: выход за актуально-наличное состояние, достижение более высокого компетентностного уровня, преодоление незнания. И если познание мира начинается с *удивления* (Аристотель) или *изумления*, поддерживается состоянием *озарения* (архимедовская «Эврика!»), то заканчивается полноценный познавательный цикл всё-таки состоянием *благоговения* (например, перед установленной и подтверждённой истиной, гармонией мира).

Зачатки сакрального отношения к математике мы можем найти уже в детских вопросах: «Можно ли доказать, что дважды два пять?», «Как мы можем пользоваться прямой, если она бесконечна?», «Можно ли разрезать прямую?», «Почему нельзя делить на ноль?», «Можно ли разделить точку на две части?», «Сколько измерений имеют геометрические фигуры и наш мир?», «Возможно ли четвёртое измерение?», «Как взаимосвязаны часть и целое?», «Существуют ли магические числа?», «Что бесконечнее: прямая или луч?», «Можно ли бесконечность умножить на число?», «Как поймать точку на кривой линии?», «Может ли одномерная окружность состоять из нульмерных точек, которых бесконечное множество?», «Может ли одна бесконечность быть больше другой бесконечности?», «Как соотносятся конечное и бесконечное?», «С помощью каких математических формул определяется гармония мира?» и т.п. Во всех данных вопросах прослеживается по сути одна важнейшая *онтологическая проблематика*: как существует мир, где находятся его границы, в каких формах он существует, как мельчайшие частицы составляют некое целое и т.п.

Среди исследовательских работ учащихся по математике (в частности, в исследовательских работах нашего школьного научного общества) можно обнаружить следующие темы: «Пропорция в науке, искусстве и жизни», «Погружение в четвёртое измерение», «Фундаментальные математические константы», «Парадоксы бесконечности», «Софистика в математике и жизни», «Фрактальное самоподобие в геометрии и жизни», «Феномен несоизмеримости в математике», «Согласование иррационального и рационального в древнегреческой математике», «Симметрия в математике и жизни» и т.п. Как представляется, все перечисленные темы, так или иначе, касаются феномена сакральности и его смыслов в современной школьной математике.

Как показывает история математики, сакральные смыслы появляются в диалектических сопряжениях таких математических концептов, как *идеальное* и *реальное*, *знание* и *незнание*, *абсолютное* и *относительное*, *единое* и *многое*, *целое* и *часть*, *конечное* и *бесконечное*, *гармоничное* и *дисгармоничное*, *симметричное* и *асимметричное*, *пропорциональное* и *непропорциональное*, *рациональное* и *иррациональное*, *соизмеримое* и *несоизмеримое*, *непрерывное* и *дискретное*, *подобное* и *неподобное*, *элемент* и *множество* и т.д. Нередко именно эти понятия мы встречаем в высказываниях математиков, когда они осмысливают не только сферу своей профессиональной деятельности, но и окружающий мир и действительность.

Недаром Блез Паскаль (1623–1662) писал: «Не в том величие человека, чтобы достичь одной крайности, а в том, чтобы, одновременно касаясь обеих, заполнить всё пространство между ними»[1]. Приведём высказывание и современного математика В.И. Арнольда (1937–2010): «Математическое описание мира основано на тонкой игре непрерывного и дискретного». Как мы предполагаем, собственно все математики каждый своим путём, решая текущие научные проблемы, достигали уровня сакральности.

Для древних мыслителей (Египет, Вавилон, Греция и т.д.) математика была изначально сакральной, т.е. неким божественным инструментарием, с помощью которого Бог создавал мир. Поэтому египетские математики[2] рассматривали свои занятия как священное действо, обставленное соответствующими обрядами и таинствами, и в своих высших проявлениях это была своего рода мистерия[3].

И когда Пифагор (VI в. до н.э.) посетил Египет для ознакомления с египетской математикой, ему пришлось проходить полноценный и полнокровный *акт посвящения*, ведь между религией и математикой в Древнем Египте не существовало границ. Вот почему А.В. Волошинов с небольшим «укором» пишет: «Но вот чего Пифагор в избытке заимствовал у египетских жрецов, так это всякого рода мистики, пристрастия к таинствам, священнодействиям, магии чисел и т.д.»[4]. Однако заметим: любой математик в какой-то момент чувствует, *что язык математики* становится ему понятным, органичным, родным, и в этот миг он переживает своеобразный акт посвящения.

Мистерии в древних культурах позволяли человеку слиться с чем-то Абсолютным, Целым, Божественным. Вот как это состояние описывает В.В. Вересаев, тонкий знаток античной культуры: «Всё слилось в одном огромном мистическом единстве. В человеке теперь звучит нечто сверхприродное: он чувствует себя Богом, он шествует теперь восторженный и возвышенный… и готов взлететь в воздушные выси!»[5]. Смеем надеяться, что подобные сакральные

[1] *Паскаль Б.* Мысли. – М., 1994. – С. 353.

[2] *Брантон П.* Путешествие в сакральный Египет. – М., 1997.

[3] Далее нечто подобное мы обнаруживаем в Древней Греции: над входом платоновской Академии было написано: «Да не знающий геометрии да не войдёт!».

[4] *Волошинов А.В.* Пифагор. – М., 1993. – С. 62.

[5] Там же. – С. 89.

переживания в определённом контексте вполне соответствуют и математической деятельности, сопровождают её.

Пифагору нравились мистерии, но не столько внешняя сторона мистических обрядов, сколько внутренняя философия единения с природой, философия всеобщей гармонии и непрерывного творчества, их нравственная составляющая. Оставалось только найти единое первоначало, отыскать первоисточник неиссякаемых творческих сил, увидеть первопричину гармонии и прекраснейшего устройства мира. И такую первопричину Пифагор отыскал в числе. «Всё есть число!» – провозгласил Пифагор. Так теория числа как единого организующего принципа мироздания стала стержнем всей философской системы Пифагора.

Таким образом, Пифагор продолжил линию сакрализации математики. Идеи Пифагора были поддержаны и его учениками, которые с помощью чисел искали сокровенный смысл бытия. Вот что пишет один из пифагорейцев – **Филолай (V в. до н.э.)**: «Природу и силу числа можно видеть в переизбытке не только в духовных и божественных вещах, но и во всех человеческих делах и мыслях, везде, даже в произведениях искусства и в музыке». Поэтому не случайно пифагорейцы рассматривали занятия математикой как средство «делать душу прекрасней».

И когда древнегреческие математики во главе с Евклидом впервые открыли ***метод доказательства***, то он также явился божественным и незаменимым инструментом в открытии сакральных истин. Собственно, по сути, был открыт один из «царских» путей постижения истины. В этой связи совершенно естественно звучит восклицание Демокрита: «Найти одно научное доказательство для меня важнее, чем овладеть всем персидским царством!».

Сакральная линия продолжалась и жила на протяжении всей истории развития математики: в явной или неявной форме. Особенно это проявилось в Средневековой Европе, где процветала идея о магических свойствах чисел и различных геометрических фигур. Вспомним в этой связи Библию, в которой каждое число (3, 7, 12 и т.д.) имело и до сих пор имеет сакральное значение. Самого Бога мыслители нередко отождествляли с определённым числом и идеальными геометрическими фигурами – кругом и шаром, уподобляли равностороннему треугольнику (с аллюзиями на «Троицу»), а также наделяли свойством бесконечности.

При этом, например, Ориген (185–254) и Фома Аквинский (1225–1274) наотрез отказывались признавать существование актуальной бесконечности (т.е. такой бесконечности, с которой могут оперировать «простые смертные») на основании того, что Бог сотворил всё «мерою, числом и весом», и считая её прямым вызовом единой и абсолютно-бесконечной природе Бога. А Боэций в трактате «Арифметика» писал: «Всё устройство предвечной природы вещей образовано по числовому принципу. Ибо число было изначальным образцом в уме Творца»[6].

В Средневековой Европе у философов-схоластов изучение древнегреческих мыслителей в сочетании с размышлениями о природе Бога приводило к тонким рассуждениям относительно диалектики движения и покоя, конечного и бесконечного, абсолютного и относительного. Например, Августин Блаженный (354– 430) в своём «Граде Божьем» допускает, что Бог может мыслить все числа как одно целое, так как нельзя представить, что Бог использует нечто, что вне Его, превышает Его, что хоть как-то ограничивает Его могущество, поэтому необходимо принять всю последовательность чисел как актуальную бесконечность, т.е. как нечто такое, которое при всей своей необъятности присутствует здесь и сейчас как нечто целое, единое, «обозримое»[7]. В этой связи Бога нельзя отождествлять ни с числом, ни даже с бесконечностью, так как Он прежде (над, выше) любой бесконечности. Оценивая вклад Августина в теорию бесконечности, Г. Кантор отмечал, что нельзя более энергично стремиться к трансфинитному[8] и нельзя его лучше определить и обосновать, чем святой Августин.

В эпоху Возрождения мы встречаем-

[6] *Боэций А.* Трактаты. – М., 1990. – С. 149.

[7] Символом актуальной бесконечности нередко выступает окружность, периметр которой ограничен, но линия состоит из бесконечного множества точек.

[8] Трансфинитные числа ($\aleph_1, \aleph_2, \aleph_3$ и т.д.) отражают разные уровни и типы бесконечности.

ся с таким глубочайшим философом, математиком и священнослужителем как Николай Кузанский (1401–1464)[9]. Его главная цель на поприще изучения математики – проследить возникновение и исчезновение, рождение и перерождение геометрических фигур, соединить целое и часть, конечное и бесконечное, максимум и минимум, и в конечном итоге достичь чисто мистической цели – воссоединить микрокосм и макрокосм, человеческое и божественное. Николай Кузанский рассматривал «мистерию» зарождения геометрических фигур из точки: точка отрезок треугольник многоугольник и т.д. Далее, например, у него равнобедренный треугольник при бесконечном увеличении боковых сторон превращается в прямую, т.е. как бы воспаряет, взлетает, устремляется в беспредельность.

Также правильный многоугольник у Николая Кузанского при бесконечном увеличении сторон и углов превращается в окружность. Кстати, в этой связи вполне естественно звучит следующее современное определение длины окружности: длиной окружности называется предел периметров правильных вписанных в окружность многоугольников при неограниченном возрастании количества сторон. А площадью круга называется предел последовательности площадей правильных многоугольников, вписанных в данную окружность, при неограниченном увеличении числа сторон[10].

В идеальных геометрических фигурах Николай Кузанский видел сходство с Абсолютом, и математика, с его точки зрения, имеет дело с сущностью фигуры, но не с чувственным её воплощением, поэтому математика приближает человека к познанию Абсолюта, ибо конечные математические фигуры проясняют представление о бесконечности. Как пишет А.Ф. Лосев: «Бог Николая Кузанского либо есть предел суммы всех его бесконечных становлений, и тогда Он есть, очевидно, *абсолютный интеграл*, или он есть каждое отдельное мельчайшее превращение, но тоже взятое в своём пределе, и тогда он есть *абсолютный дифференциал*»[11]. Нечего и говорить, продолжает А.Ф. Лосев, что такие математические рассуждения, несомненно, приближали Николая Кузанского к пониманию Абсолюта.

А сам Николай Кузанский сочиняет целую главу под названием «О том, что математика лучше всего помогает нам в понимании разнообразных божественных истин». В частности он пишет: «Таковы математические предметы. Недаром именно в них мудрецы искусно находили примеры умопостигаемых вещей, и великие светочи древности приступали к трудным вещам только с помощью математических подобий. Боэций, учёнейший из римлян, даже утверждал, что никому не постичь божественной науки, если он лишён навыка в математике. Не Пифагор ли, первый философ и по имени, и по делам, положил, что всякое исследование истины совершается через число? Пифагору следовали платоники и наши первые учители настолько, что Августин, а за ним Боэций утверждали, что первоначальным прообразом творимых вещей было в душе создателя несомненно число»[12].

Выдающийся титан эпохи Ренессанса Леонардо да Винчи (1452–1519) смотрел на искусство не только глазами художника-творца, но и взором математика, инженера, архитектора, провозглашая, что нет никакой достоверности в науках там, где нельзя приложить ни одной из математических наук, в том, что не имеет связи с математикой. Более того, «живопись как музыка и геометрия рассматривают пропорции непрерывных величин и как арифметика – прерывных, так и она в своей перспективе рассматривает все непрерывные количества и качества отношений теней, цветов и расстояний»[13]. И действительно, многие выдающиеся мыслители прошлого и настоящего сознательно или бессознательно искали и ищут опоры именно в строгой математике, в частности – в математических концептах и константах. При этом общепризнанно, что, несмотря на «сухой математический расчёт», все произведения Леонардо да Винчи несут в себе отпечаток загадочности и таинственности.

[9] Известный историк математики Кантор отметил значительную роль Николая Кузанского в истории математики, в частности, в решении вопроса о квадратуре круга, об исчислении бесконечно малых величин и т.д.

[10] Тем самым математические идеи Николая Кузанского подготовили учение Джордано Бруно о бесконечной Вселенной.

[11] *Лосев А.Ф.* Эстетика Возрождения. – М., 1978. – С. 292.

[12] *Кузанский Н.* Сочинения: в 2-х т. – Т. 1. – М., 1979. – С. 65.

[13] *Грасиан Э.* Бесконечность в математике. – М., 2014. – С. 52.

Нельзя не сказать в контексте нашей темы и о «золотой пропорции», или «золотом сечении», которую просто обожествляли многие представители эпохи Возрождения. А математик Лука Пачоли (1445–1517) посвятил ей целый трактат. «Мне кажется, что для нашего трактата подойдёт название «О божественной пропорции» из-за многих соответствий и связей с существованием Бога, которые я нахожу в нашей пропорции. Во-первых, она является единственной, и к ней невозможно добавить никакие другие виды или разновидности. Это единство является высшим атрибутом самого Бога согласно всем богословским и философским учениям. Во-вторых, её связь со Святой Троицей: как и божественное имеет три ипостаси Отца, Сына и Святого Духа, так же и наша пропорция всегда заключена между тремя членами, ни больше, ни меньше. Третье соответствие состоит в том, что как сам Бог не может быть определён или открыт нам через слова, так и наша пропорция не может быть ни обозначена понятным числом, ни выражена каким-либо рациональным количеством, но всегда остаётся скрытой и тайной, и называется математиками иррациональной. Четвёртое соответствие состоит в том, что как сам Бог не изменяется и пребывает весь во всём и весь в каждой части, так и наша пропорция всегда и во всех количествах, непрерывных и дискретных, больших и малых, является той же самой и всегда неизменной, и никоим образом не может ни измениться, ни быть понятой по-другому».

Галилео Галилей (1564–1642), продолжая традиции сакральной математики, обнаружил парадокс, казалось бы, в совершенно безобидных обстоятельствах. Он взял натуральные числа, возвёл их в квадрат и получил неожиданный результат. Рассмотрим нижеприведённую таблицу. Третья строчка лишь *часть* натурального ряда чисел – в ней отсутствуют 2, 3, 5, 6, 7, 8 и множество других натуральных чисел. Но каждому числу третьей строчки соответствует одно, и только одно, число первой строчки. Следовательно, целое (весь натуральный ряд в первой строчке) «равно» своей части (третья строчка).

1^2	2	3	4	5	6	…
1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	…
1	4	9	16	25	36	…

Так Галилей интуитивно почувствовал, что понятие «равно» бессмысленно, когда речь идёт о потенциальных бесконечностях, но как-то всё-таки (с оговорками) применимо, когда речь идёт об актуальных (завершённых) бесконечностях. Таким образом, Галилей приходит к удивительному выводу, что если в математике принять бесконечные завершённые множества, то натуральных чисел должно быть столько же, сколько их квадратов, а чётных чисел должно быть столько же, сколько чётных и нечётных чисел, вместе взятых. Налицо взаимно однозначное соответствие между элементами того и другого множества.

В XVII веке традиции сакрального отношения к математике продолжает французский мыслитель Блез Паскаль (1623–1662). Паскаль замечает, что любые числа, характеризующие человека и связанные с человеком, перед вечностью и бесконечностью теряют своё фундаментальное значение. Например: $\infty + 100 = \infty; \infty \cdot 100 = \infty$ и т.д. Отсюда его стремление рассмотреть человека в контексте диалектики части и целого, конечного и бесконечного, соизмеримого и несоизмеримого, вечного и временного. Он пишет: «Если б человек изучил сначала самого себя, он увидел бы своё бессилие проникать за пределы конечного. Как может часть знать целое? Может быть, впрочем, он будет стремиться познать, по крайней мере, части, соизмеримые ему? Но все части мира находятся в таком отношении и сцеплении между собой, что невозможно, думается мне, узнать одну без другой и целого»[14]. Паскаль приходит к выводу, что человек создан для интеллектуальной деятельности, в этом заключается его достоинство, долг. В конечном итоге он заявляет: «В отношении пространства Вселенная обнимает и поглощает меня, как точку, мыслью же своей я обнимаю её»[15]. И если человек начинает мыслить, то он – как бы в центре мира и его возможности безграничны. Отсюда: «Вселенная – это не имеющая границ сфера, центр её всюду, периферия нигде».

Творчество великого математика и философа Готфрида Лейбница (1646–1716) проходило в поиске универсальной метафизической точки, или математического дифференциала. На

[14] *Паскаль Б.* Мысли. – М., 1994. – С. 69.

[15] Там же.

этот путь его подтолкнула одна из работ Паскаля, в которой он увидел треугольник со сторонами Δx, Δy, Δs. И тут Лейбница, по его же словам, «озарил свет»: ведь когда Δx устремляется к нулю, секущая превращается в касательную, тангенс угла наклона которой равен производной данной функции в рассматриваемой точке. Пойманная таким образом точка (бесконечно малая величина) выступает у Лейбница мельчайшим кирпичиком мироздания, монадой, так сказать, сакральной точкой. Осмысливая данную ситуацию в философском контексте, он пишет: «Так я считаю, что нет ни одной части материи, которая не была бы не просто делима, но актуально разделена, и, следовательно, самую малую её частицу надо рассматривать как мир, полный бесконечного числа различных созданий»[16].

Процесс дифференцирования, по Лейбницу, состоит в замене графика функции на малом участке её дифференциалом, т.е. кусочком её касательной, поэтому кривая линия для него состоит из бесконечного числа бесконечно малых элементов-отрезков. А так как этот элемент постоянно уменьшается, не разрешаясь при этом в ноль, то он выглядит вполне подвижным и даже одушевлённым. В этой связи Лейбниц пишет: «Математические точки, которые суть лишь предельно малые пространства, и непрерывное не может состоять из них. Дабы найти эти реальные единицы, я был принуждён прибегнуть к точке реальной и, так сказать, одушевлённой, т.е. к атому-субстанции, который, чтобы создать целостное бытие, должен содержать в себе нечто активное».

Интересно, что у Исаака Ньютона (1643–1727) линия получается не «одушевлённо-пульсирующей», а движущейся точкой: «Полагаю математические величины не состоящими из очень малых частей, а описываемыми непрерывным движением. Кривые, таким образом, описываются и создаются не расположением частей, а непрерывным движением точек». Таким образом, Исаак Ньютон, как и Лейбниц, в какой-то момент перестал рассматривать бесконечно малые как нечто статическое и наделил их динамическим свойством[17].

Удивительно то, что современными физиками открыты частицы, размеры которых составляют менее $10^{-15}м$. И пока что можно вести речь о невообразимо малых, но не бесконечно малых величинах. Тем не менее в одной из физических теорий, которую оказалось труднее всего подтвердить экспериментально, а именно в квантовой электродинамике, изучаются элементарные частицы, в частности электроны и кварки, которые с точки зрения математики рассматриваются как точки, следовательно, они подобны точкам вещественной прямой и ведут себя похожим образом.

В XIX веке существенный вклад в сакральную математику сделал немецкий математик Георг Кантор (1845–1918). Он наиболее известен как создатель теории множеств. В его исследованиях можно легко обнаружить многочисленные ссылки на Фому Аквинского, Августина Блаженного и других отцов церкви, что существенно для развития сакральной линии в математике. Самое замечательное достижение Кантора состояло в том, что он стал различать различные виды бесконечностей, дав им качественную характеристику с помощью особых символов – *трансфинитных чисел*. Знаменитые трансфинитные числа, введённые Кантором, широко известны в обозначении, которое он принял для них позже: в виде буквы $\aleph$ (алеф) – первой буквы еврейского алфавита, которой обозначается мощность множества. Так $\aleph_0$ – это мощность натурального ряда, а $\aleph_1$ – мощность континуума.

Также он доказал, что не все бесконечные множества количественно эквивалентны, т.е. имеют одинаковую мощность, а потому их можно сравнивать друг с другом. Например, множество действительных чисел и множество всех рациональных чисел являются бесконечными, но именно Кантор сумел доказать, что мощность первого множества превосходит мощность второго. В этой связи Кантор ввёл понятие взаимно-однозначного соответствия между элементами множеств, дав определение бесконечного и вполне упорядоченного множества. Более того, теорема Кантора фактически утверждает существование «бесконечности бесконечностей». Оказалась, что сама математическая бесконечность – это не просто бесконечный пересчёт конечных величин, а нечто каче-

[16] *Лейбниц Г.В.* Сочинения в 4-х т. – Т. 1. – М., 1982. – С. 418.

[17] *Дуран А.* Истина в пределе. – М., 2014. – С. 123.

ственно новое, целая иерархия, не имеющая предела в своём усложнении.

В XX веке известный русский мыслитель и священник Павел Флоренский (1882–1937), продолжая сакральную линию в математике, заявляет, что его в научной деятельности больше волновали даже не законы природы, а исключения из них. Законы были только фоном, выгодно оттенявшим исключения: «И чем железнее представляли мне тот или иной закон, тем с большею почтительною боязнью я ходил около него с тайным чувством, что этот рациональный с виду закон есть лишь обнаружение иных сил». И далее: «Рационально – тверды законы: но тем не менее природа опрокидывает любой закон, как бы ни был он надёжен: есть иррациональное. Закон – это подлинная ограда природы; но стена, самая толстая, имеет тончайшие щели, сквозь которые сочится тайна»[18]. Тем самым П. Флоренский был одним из тех, кто органично использовал различные математические понятия для формирования своего мировоззрения и понимания окружающего мира.

Одним из первых в России Павел Флоренский понял огромную значимость учения Г. Кантора о множествах и для математики, и для философии, и для богословия, а также признал подлинной бесконечностью именно *актуальную*, считая потенциальную бесконечность «вспомогательным понятием». В этом смысле, писал Флоренский, мы можем сказать, что «могущество Божие актуально-бесконечно, потому что оно, будучи определённым, в то же время больше всякого конечного могущества»[19]. Но актуальная бесконечность самым непосредственным образом касается и человека, и здесь Флоренский цитирует Кантора: «не только абсолютный дух, но и мы можем иметь идею о бесконечном множестве»[20]. Более того, даже обычное понятие, по Флоренскому, есть бесконечность, потому что оно генерирует множество смыслов; но так как объём понятия, по существу дела, вполне определён и дан, то эта бесконечность не может быть ничем иным, как актуальной бесконечностью.

В конце концов, Павел Флоренский приходит к вполне мировоззренческому выводу, который близок и мыслям Г. Кантора: «Если мы ничто перед Абсолютом, то всё же мы – нравственно однородны с Ним, мы можем постигать Его, но не прямо, а в символах; мы носим в себе трансфинитное, сверх-конечное, мы – космос, – не являемся чем-то конечным, прямо противоположным Божеству, мы – трансфинитны, “середина между всем и ничем”». Далее: «Бесконечность раскрывающегося ведёт к возможности бесконечного раскрытия личности, сверх всякой данной ценности, т.е. к признанию за личностью, помимо бесконечности актуальной, ещё и бесконечности потенциальной. Если личность в одном смысле есть бесконечность в акте, то в другом – она бесконечность в потенции. Выражаясь богословскими терминами, скажем: у личности не только образ Божий, но ещё и подобие Божие, не только данность бесконечности, но и бесконечность данности»[21].

С методической точки зрения творчество Павла Флоренского интересно и тем, что он придаёт исключительное значение необычным и из ряда вон выходящим явлениям. В контексте математики это можно толковать, как не совсем обычные знания и задачи, в которых обнаруживаются подвох, парадокс, противоречие, софистика и т.п. При этом необычность появляется не только непосредственно в контексте самой «чистой» математики, но и в ракурсе психологии (психологических особенностей понимания и восприятия), философии (онтологического смысла для внутреннего мира субъекта) и даже богословия («математическая помощь» в уяснении предельных вопросов бытия) и т.д. Именно эти исключительные задачи настраивают человека на не совсем обычный лад, заставляют занять особенный ракурс, «выбивают из колеи». Назовём данный способ подачи материала «эвристическим методом».

Широко использовали и используют потенциал математических образов и христианские подвижники. Вот как однажды лаконично и образно высказался оптинский старец Амвросий (1812–1891): «Мы должны жить на земле так, как колесо вертится: только чуть одной точкой касаться

[18] *Флоренский П.* Детям моим. – М., 1992. – С. 189–190.

[19] *Флоренский П.* Сочинения в 4-х т. Том 1. – М., 1994. – С. 79–128.

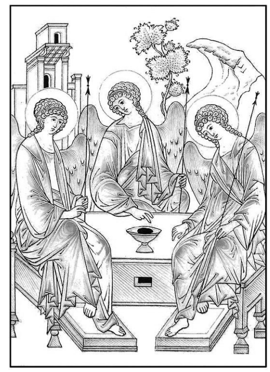
[20] Под потенциальной бесконечностью понимают нечто беспредельное, необъятное, «неопределённое» (апейрон Анаксимандра), её нередко называют «дурной бесконечностью» (Гегель).

[21] *Флоренский П.* Сочинения в 4-х т. Том 1. – М., 1994. – С. 283.

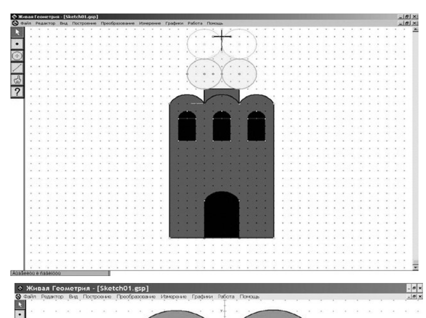
земли, а остальным непрестанно вверх стремиться; а мы, как заляжем на землю, и встать не можем». Другой старец, Преподобный Авва Дорофей (VI в.), даёт такой глубокий образ взаимодействия людей и Бога: «Представьте себе круг, середина которого называется центром, а отрезки, идущие от центра к окружности, называются радиусами. Теперь вникните, что я буду говорить: предположите, что круг сей есть мир, а самый центр круга – Бог; радиусы же, идущие от окружности к центру, суть пути жизни человеческой. Итак, насколько люди входят внутрь круга, желая приблизиться к Богу, настолько, по мере вхождения, они становятся ближе и к Богу, и друг к другу; и сколько приближаются к Богу и друг к другу, столько приближаются и к Богу. Так разумейте и об удалении. Когда удаляются от Бога и возвращаются ко внешнему, то очевидно, что в той мере, как они исходят от средоточия и удаляются от Бога, в той же мере удаляются и друг от друга; и сколько удаляются друг от друга, столько удаляются и от Бога».

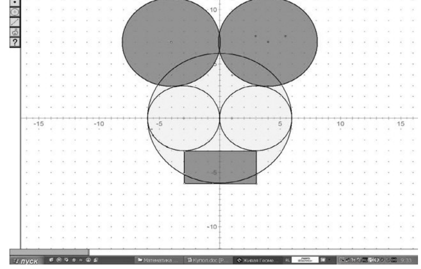
Высшую геометрию сакральных форм являет нам, конечно же, русская икона. Пока наш глаз нечувствителен к восприятию ритма и мелодики рисунка, в иконописи мы видим изображение плоскостное, статическое, даже архаическое. Когда же на древнюю икону мы смотрим как на математически-ритмическую композицию, она предстаёт перед нами как особый род духовного искусства, соотносимого скорее с музыкальными и поэтическими произведениями, чем с обычной трёхмерной живописью. Иконописец пишет икону в ритме и мелодии, которую находит в своей благостной (настроенной на благодать) душе. Духовные объёмы иконописец создаёт не натуралистической лепкой формы «под скульптуру», а выражает мелодией ритма линий[22].

Русский иконописец находит не только наиболее ритмически сгармонированное изображение, но и открывает новую форму – *сакральную форму*. Например, именно русским завоеванием в иконописи явилась «серповидная» форма изображения фигур. «Но многие линии эпохи Рублёва найдены мастерами не у природы, а в сфере идеальных представлений о формах: укажем для примера на изящную *серповидность*, какой нельзя найти ни в эвклидовой, ни в высшей геометрии. Откуда она родом? Ей так легко выражать небесное и божественное. В этой области мы стоим в самом начале интересного национально-психологического анализа, который откроет нам детали самой интимной деятельности русской души[23]», – пишет В.Н. Щепкин.



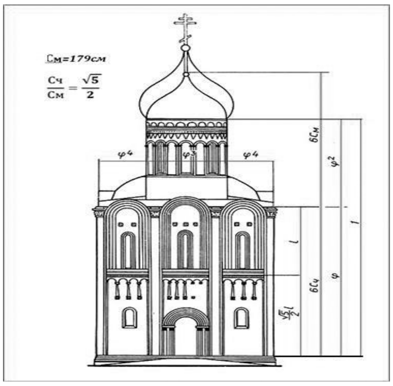
Ещё одной самобытной сакральной формой является *луковичная форма* купола православного храма. И с этой формой можно вполне работать на уроках или элективных занятиях в школе. В ходе терпеливого, настойчивого, компетентного обращениями с формами наступает момент изумления, озарения, благоговения. Например, при изучении тем «Окружность» и «Уравнение окружности» можно с помощью компьютерных технологий заниматься построениями нижеприведённых моделей.





[22] *Неаполитанский С.М., Матвеев С.А.* Сакральная геометрия. – СПб., 2004. – С. 11..

[23] Троица Андрея Рублева. – М., 1989. – С. 60.



Конечно, более плодотворным вариантом построения храма является тот, который подразумевает наличие «живых» компетентностей самостоятельно начертить храм с помощью циркуля и линейки, используя, например, закономерности «золотого сечения». Так, принимая высоту белокаменной части церкви (от цоколя до купола) за целое, т.е. за единицу, мы получаем ряд золотого сечения: $1; \varphi^1; \varphi^2; \varphi^3; \varphi^4 \ldots$ и т.д., который определяет силуэт архитектурного сооружения. И тем самым мы вступаем в пространство «сакральной геометрии», где каждая линия, штрих что-то значит, имеет сущностный смысл. Так постепенно мы насыщаем абстрактные математические формы национальными коннотациями и мотивами, т.е. придаём математике то или иное *национальное звучание*.

Смеем утверждать, что сакральный подход к математике органичен российскому менталитету. Наш замечательный русский философ и филолог А.Ф. Лосев (1893–1988) считал, что русскому миропониманию чуждо стремление к абстрактной, чисто интеллектуальной систематизации взглядов. Оно представляет собой внутреннее, интуитивное, даже мистическое познание сущего, его скрытых глубин, которые не могут быть сведены к логическим понятиям и определениям, поэтому воплощаются в символе и образе посредством силы воображения и внутренней жизненной подвижности. И продолжает: «Русские не допускают, что истина может быть открыта чисто рассудочным путём, что истина есть лишь суждение. И никакая гносеология, никакая методология не в силах поколебать того дорационального убеждения русских, что постижение сущего даётся лишь цельной жизни духа, лишь полноте жизни»[24].

Вот, например, как описывает свою встречу с геометрической теоремой в детстве А.Ф. Лосев: «Когда я понял, что сумма углов треугольника равняется двум прямым углам, я почувствовал в этом нечто своё личное, бесконечно родное, чего никто у меня не отнимет. И среди многочисленных волнений жизни и мысли я нашёл в этом приют. Геометрия, если я её изучил и понял, – моя родная и близкая, всегда ласковая и всегда приятная наука… Знающая любовь и любящие знания всегда хоть чуть-чуть, но обязательно несут в себе стремление к небывалому»[25]. Разве не достиг в этот момент А.Ф. Лосев сакрального уровня переживания в математике?

Опыт А.Ф. Лосева и наш многолетний педагогический опыт говорят о том, что именно в ходе глубоко-личностного погружения происходит сакрализация знания, воспроизводство его как некоего таинства. Здесь нам помогает следующий принцип: мироздание погружено в Тайну, которую необходимо признать и невозможно окончательно разгадать, и перед которой важно научиться испытывать *благоговение* (В.В. Налимов). Вот здесь и возникает необходимость в слове «*духовное*»[26]. Духовность появляется, как искра, в момент *события*, *встречи* знания и незнания, относительного и абсолютного, временного и вечного. И это, повторимся, не только *изумление* плюс *озарение*, но и *глубочайшее прозрение, благоговение*.

В мире математики мы (учащиеся, педагоги, учёные) переживаем такие *духовно-нравственные чувства и эмоции*, как состояние полноты, порядка, целостности, гармонии, совершенства, идеальности, симметрии, ясности, логической стройности, точности, строгости, доказательности, бесконечности, парадоксальности, визуальной и интеллектуальной обозримости, изящества, интеллектуальной сосредоточенности, напряжённого размышления, концентрированного внимания и т.д. Все перечисленные чувства, эмоции и состояния мы собрали за многие годы преподавания математики в средней школе, а также обнаруживали в высказываниях математиков различных эпох, начиная с Древней Греции до наших дней.

[24] *Лосев А.Ф.* Страсть к диалектике. – М., 1990. – С. 71.

[25] Там же. – С. 28.

[26] *Клепиков В.Н.* Духовно-нравственное воспитание на уроках математики // Педагогика. – 2015. – № 10. – С. 54–58.

Завершая краткий исторический экскурс, продемонстрируем, как сакральные знания отразились в мироощущении русского философа Николая Бердяева (1874–1948): «Личность есть микрокосм, целый универсум. Личность не может быть частью в отношении к какому-нибудь целому, космическому или социальному, она обладает самоценностью... Личность есть единство во множестве, охватывающее универсум. Поэтому существование личности есть парадокс... Личность есть живое противоречие между личным и социальным, между формой и содержанием, между свободой и судьбой, между конечным и бесконечным... Личность есть, прежде всего, антиномическое сочетание конечного и бесконечного. Личность потерялась бы, если бы в ней исчезли границы и сдерживающие формы, если бы она расплылась в космической бесконечности»[27].

В каком-то смысле Николай Бердяев, используя математические знания, в своём высказывании синтезирует самое главное для духовного бытия человека: личность есть микрокосм (часть эквивалентна целому), личность парадоксальна (противоречивое сочетание конечного и бесконечного), личность есть единство во множестве (существование актуальной бесконечности), личность способна охватить универсум и одновременно имеет форму (тайна воспроизводства человеком актуальной бесконечности в жизни и творчестве). Таким образом, в этом высказывании русский мыслитель органично выходит на уровень сакрального осмысления человека и Целого мира в их глубинном взаимодействии. И если мы начинаем в школе решать задачи в контексте, например, концептов «часть» и «целое», то желательно выдерживать следующую концептуальную линию:

- *целое* может складываться из *частей* (например, 5 + 4 = 9);
- *целое* может быть получено с помощью возведения *части* в степень (например, $3^2 = 9$);
- *целое* и *часть* могут соотноситься друг с другом посредством доли (доля $^1/_4$ связывает часть – 15 и целое – 60) и результатом будет пропорция;
- *целое* (единичный отрезок) и *часть* невозможно задать, выделить, соотнести, обнаружить, если мы имеем дело с иррациональными числами;
- *целое* и *часть* соотносятся наиболее гармоничным образом посредством «золотого сечения»:

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x};$$

- бесконечное число *частей* может стремиться к *целому* (например, сумма последовательности 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + ... стремится к пределу, равному 1);
- *целое* и *часть* могут взаимодействовать друг с другом посредством дифференцирования и интегрирования

$$\int f'(x)dx = f(x);$$

- *целое* и *часть* могут соотноситься друг с другом вероятностным образом

$$(P(A) = \frac{m}{n},$$

где m – число благоприятствующих событию A исходов, n – число всех элементарных равновозможных исходов, при этом степень достоверного события равна 1);
- *целое* и *часть* взаимодействуют посредством фрактального самоподобия (например, площадь «ковра Серпинского» вычисляется по формуле:

$$S = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 8\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^2 + 64\cdot\left(\frac{1}{27}\right)^2 + \ldots = 1$$

и т.д.

В истории математики каверзные задачи – «задача на квадратуру круга», «задача на трисекцию угла», «задача на удвоение куба», «задача на деление отрезка в крайнем и среднем отношении», «задача на вычисление площади криволинейной фигуры», «задача на построение правильного пятиугольника или семиугольника», «23 проблемы Гильберта» и т.п. – нацеливали математиков на решение новых, более сложных проблем, и тем самым «заставляли» непрерывно развиваться.

Важно отметить, что выбираемые и создаваемые задачи и примеры важно отрефлексировать, понять, в чём трудность, необычность их решения или в чём «закавыка» и, самое главное, куда эта «закавыка» выво-

[27] *Бердяев Н.* Философия свободного духа. – М., 1994. – С. 297, 303.

дит – на какую *идею*. В этой связи очень важно проводить различия между задачами с помощью таких оценочных слов, как: необычная, занимательная, нестандартная, нешаблонная, неожиданная, удивительная, смешная, непривычная, парадоксальная, противоречивая, софистическая, особая и т.п. Все эти градации существенны при выявлени эмоций, чувств и состояний, которые переживает ребёнок.

А главными *методическими идеями, способствующими сакрализации математики,* могут быть следующие: «идея трансформации одной фигуры (формы) в другую», «идея изменения параметров математического объекта (от нулевого до бесконечно большого)», «идея комбинирования частей математического объекта для создания оптимальной или эвристической формы целого», «идея влияния математических открытий на жизнь их создателя», «идея рассмотрения математического объекта в пределе (многоугольник – круг)», «идея философической и мировоззренческой интерпретации результатов математической деятельности», «идея мысленного эксперимента», «идея культурно-исторической интерпретации» и т.д.

И последнее… Из вышесказанного становится понятным, что сакральные глубины математики становятся завораживающими, когда мы начинаем задумываться о бесконечно малых и бесконечно больших величинах, сопрягая их со своей личностью и Целым мира. Бесконечно малая величина, как часть (дискретность), стремящаяся к нулю и точке, одновременно стремится и к Целому, актуальной бесконечности, единой линии (непрерывному), к некоему сокровенному единству с другими бесконечно малыми величинами. Но самое судьбоносное с бесконечно малой величиной происходит на границе «ничто и всего»: превратиться в ничто и полностью слиться с единым и всеохватывающим Целым, окончательно потеряв себя, или всё-же сохранить себя, почувствовав экзистенциональное одиночество (мягче – уединение) и вечную недосягаемость Целого? Или: стремиться сосуществовать на границе того и другого, в постоянном балансировании или противоборстве? Отвечая на эти вопросы, мы выбираем ту или иную мировоззренческую позицию, ту или иную стратегию жизни.

И здесь-то математика становится очень и очень конкретной, прагматичной и даже очень жизненной наукой, существенно влияющей на развитие и становление мировоззрения человека. И как тут не вспомнить ещё одно, может быть, примеряющее высказывание выдающегося немецкого математика Давида Гильберта (1862–1943): «Бесконечность! Ничто не двигало так глубоко человеческий разум. Математика есть единая симфония бесконечного».

Итак, математику в школе имеет смысл изучать только тогда, когда она сориентирована на духовную вертикаль, благодаря которой возможно трансцендирование, т.е. выход на принципиально иной уровень понимания изучаемого предмета, мира и себя. Духовная вертикаль подразумевает, что математические термины мы рассматриваем не только как понятия, но и как *ценности (иерархию ценностей)*, близкие духовному миру человека. При этом сакрализация знаний происходит в ходе проникновенного решения и создания необычных задач, примеров, а в результате – в чувствовании и понимании тонкой диалектики целого и части, конечного и бесконечного, рационального и иррационального, пропорционального и непропорционального, непрерывного и дискретного, симметричного и асимметричного и т.д. ❑