

ПРОБЛЕМНЫЙ ПОДХОД В ШКОЛЬНОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

Валерий Николаевич Клепиков,

кандидат педагогических наук, ведущий научный сотрудник ФГБНУ «Институт изучения детства, семьи и воспитания» РАО, учитель математики, физики и этики МБОУ СШ № 6 г. Обнинска, Klepikovvn@mail.ru

- гуманитаризация • проблемный подход • познание • понимание
- проблематизация • проблемное поле

В XXI ВЕКЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПРОЦЕСС В ШКОЛЕ НЕВОЗМОЖНО МЫСЛИТЬ БЕЗ ПРОБЛЕМНОГО ПОДХОДА. ЭТО СВЯЗАНО В ПЕРВУЮ ОЧЕРЕДЬ С ТЕМ, ЧТО СЕГОДНЯШНЯЯ ЖИЗНЬ СТАВИТ ЧЕЛОВЕКА В ТАКИЕ РАМКИ (ЭКОНОМИЧЕСКИЕ, ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ, СОЦИАЛЬНЫЕ, ЖИТЕЙСКИЕ И Т.П.), ЧТО БЕЗ СООТВЕТСТВУЮЩИХ ПРОБЛЕМНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ ОН ПРОСТО НЕ ВЫЖИВЕТ. СОВРЕМЕННАЯ ШКОЛА ПРИЗВАНА ВООРУЖИТЬ УЧАЩЕГОСЯ ДАННЫМИ КОМПЕТЕНЦИЯМИ И НАУЧИТЬ ОСОЗНАННОМУ ПРИМЕНЕНИЮ ИХ В УЧЁБЕ И ЖИЗНИ. ЗНАЧИМАЯ РОЛЬ В ЭТОМ ВОПРОСЕ ПРИНАДЛЕЖИТ МАТЕМАТИКЕ.

«Всё возникает в силу противоположности»
(Гераклит)

С вступлением в силу ФГОС второго поколения всё более актуальным в современном образовании становится *проблемный подход*. Почему именно проблемный подход? Это связано с тем, что в последние десятилетия отечественное образование нацелено на гуманитаризацию процесса познания. Как отмечает исследователь творческого мышления В.М. Розин: именно гуманитаризация подразумевает выявление того, «что непонятно, а также различные странности, противоречия и проблемы»¹. Более того, гуманитаризация инициирует разработку не абстрактных или утилитарных для школьника тем и проблем по типу «математика ради сдачи ЕГЭ», «математика для естественных наук», «математика ради математики» и т.п., а тех, которые, например, языком, средствами математики говорят что-то о его внутреннем мире, формируют, расширяют и углубляют этот мир.

Существенным достижением учёных в этом контексте явилось то, что был выделен важнейший гуманитарный компонент акта познания – *феномен понимания* (С.Л. Рубинштейн, А.Ф. Лосев, М.К. Мамардашвили, В.П. Зинченко, В.М. Розин и др.), т.е. наметилось более-менее чёткое различие между процессами познания и понимания², где приоритет отдаётся именно процессу понимания.

В узком аспекте познание не предполагает проблемности, так как «до тебя уже всё известно, расставлено по полочкам и все противоречия устранены». Поэтому познание преимущественно происходит в режиме субъект–объектного взаимодействия, когда внутренний мир учащегося не имеет особой значимости. Отсюда ориентация на «среднего ученика». Главное – эффективно и быстро наполнить «живой объект» нужными знаниями, умениями и навыками. Здесь требуются в основном логические процедуры, такие как символизация, алгоритмизация, дефиниция, синтез, анализ, дедукция, индукция, суждение, умозаключение, классификация, систематизация, доказательство и т.п., которые в известной степени может воспроизводить и робот. В подобном режиме до сих пор работает достаточно большое количество современных педагогов.

Понимание же требует актуализации внутриличностных ресурсов учащегося, подразумевающих задатки, настрой, интерес, интуицию, эмпатию, внешний и внутренний диалог, искусство вопрошания, умение выявить проти-

¹ Розин В.М. Мышление и творчество. – М., 2006. – С. 43.

² Клепиков В.Н. Феномен понимания в современной школе // Школьные технологии. – 2017. – № 3.

воречие и проблему, умение погрузиться и прожить материал, задействуя различные контексты (житейский, научный, исторический, культурный, философский и т.п.), умение перевести материал на «свой язык» и дать ему личностную интерпретацию, умение встроить новый материал в индивидуальную ценностно-смысловую картину мира. Понимание осуществляется в режиме субъект–субъектного взаимодействия, когда субъекты образовательного процесса в своей активности равноправны и равноценны. Современные ФГОСы второго поколения рекомендуют именно такой подход к образовательной деятельности.

Действительно, современные дети стремятся не только нечто познать, но и главное – *понять*. Как отмечал В.В. Розанов: «Понимание не есть только знание, потому что нередко, много зная, мы ничего не понимаем; и оно не есть также наука, как система знаний об одном...»³. Понимание отвечает глубинным интенциями человека. Оказывается, что можно запоминать, систематизировать и передавать значительное количество знаний, но быть абсолютно к ним безразличным. Понимание же – глубоко личностный акт: я сам должен прожить явление знания, за меня это сделать никто не может. И если я что-то понял, я не могу своё знание передать другому – он должен понять сам, своими силами и отчасти по-своему. Поэтому, заостряя проблему, говорят: научить нельзя – можно только научиться.

Однако научение предполагает *преодоление*, которое в процессе познания принципиально неустранимо. Что же необходимо преодолевать? Конечно же, препятствия: противоречия, нестыковки, несоответствия, разногласия, логические разрывы, дефицит информации, невнимательность и т.п., которые ждут человека почти на каждом шаге познавательного процесса. Как пишет российский философ Э.В. Ильенков: «Препятствие – это каждый раз индивидуально и случайно, потому никакой набор заранее

заданных алгоритмов действия обеспечить разрешения противоречия не может. Действие должно варьиро-

ваться по ходу своего свершения, должна осуществляться непрерывная коррекция траектории движения, направленного на предмет–цель...»⁴. Известный философ эпохи Возрождения Я. Бёме ещё больше заостряет проблему: «Никакая вещь без противности не может и самой себе открыться. Что не имеет ничего противоположного, то исходит только из себя, но не входит в себя опять; а что не входит в себя, то есть в то, откуда оно первоначально вышло, то не знает ничего о своём происхождении»⁵.

Таким образом, философами был установлен следующий диалектический закон: всем объектам действительности (предметам, процессам, явлениям, их свойствам и состояниям) присуща внутренняя противоречивость, именно она составляет источник и движущую силу их развития. В связи с этим развитие любого объекта есть процесс возникновения, развёртывания и разрешения противоречий – тем самым утверждается спиралевидность процесса развития. Это обусловлено тем, что каждый объект действительности заключает в себе единство противоположностей, он есть единство устойчивости и изменчивости, положительного и отрицательного, отмирающего и нарождающегося, исчезающего и проявляющегося и т.п. Противоречие, действующее как причинная обусловленность, пройдя этап развёртывания, разрешается переходом объекта в новое качественное состояние, что представляет высший момент в развитии противоречия, которое в конце концов приводит к его разрешению (если таковое в принципе возможно) и, может быть, обнаружению нового.

Важно добавить, что преодоление противоречий влияет не только на развитие интеллекта человека, но и на его личность в целом. Как отмечал Г.В.Ф. Гегель: «Истинная мера величия и силы личности определяется тем, насколько велика и сильна противоположность, которую преодолевает дух, чтобы возвратиться к своему внутреннему единству. Интенсивность и глубина субъективности обнаруживается тем больше, чем сильнее, чем бесконечно многообразнее тянут её в разные стороны обстоятельства, чем более раздирают её те противоречия, под гнётом которых она должна оставаться

³ Розанов В.В. О понимании. – СПб., 1994. – С. 529.

⁴ Ильенков Э.В. Философия культуры. – М., 1991. – С. 109.

⁵ Бёме Я. Christosophia или путь ко Христу. – СПб, 1994. – С. 146.

непоколебимой внутри самой себя»⁶. Это наблюдение остаётся актуальным и в XXI веке, раздираемым внутренними противоречиями, катаклизмами и различного рода вызовами.

Конечно, наиболее востребованным является решение общечеловеческих, глобальных проблем. Однако выявление всечеловеческой проблемы – дело непростое. Немецкий философ Ф. Ницше писал, что великая проблема подобна драгоценному камню: тысячи людей проходят мимо, пока наконец один не поднимет его. Многие учёные говорят: увидеть и сформулировать проблему часто важнее и труднее, чем её решить, а решение поставленной проблемы уже как бы техническая задача. Более того, часто проблему удаётся ясно сформулировать только тогда, когда уже намечено её решение. Даже если проблема поставлена, в ходе творческого поиска – открывая, уточняя, обобщая вновь открывшиеся возможности – исследователь конкретизирует и видоизменяет её. Умение вычленив проблему – интегрирующее свойство, характеризующее творческий потенциал человека. Вырабатывается это свойство постепенно. Однако с помощью специальных методик можно значительно ускорить его развитие.

Приведём в контексте наших размышлений пример существенной общечеловеческой проблемы нашего времени. Как известно, современное образование, особенно благодаря компьютерным технологиям, всё больше и больше увеличивает объём получаемого знания и, соответственно, объём социокультурной памяти человечества. Но в соответствии с логическим законом: увеличение объёма понятия приводит к уменьшению его содержания. Например, понятие четырёхугольника является менее содержательным, чем понятие квадрата. Значит, с известными оговорками, получая значительно большее количество информации, учащийся далеко не всегда успевает осмыслить её содержание или попросту её понять, тем более память человека имеет определённые границы. Одним из выходов может быть свёртывание информации путём постановки различного рода проблем. И тогда знания как бы по спирали или по типу воронки накручиваются на них по степени важности и формируют проблем-

ное поле, отражающее личностное мировоззрение или индивидуальную картину мира человека. Благодаря такой упаковке знаний человек не вспоминает тот или иной объём информации, а как бы раскручивает, исходя из закодированного проблемного сгустка.

Может быть, впервые интерес к постановке познавательных проблем в отечественном образовании резко возрос после мысли В.И. Вернадского о необходимости междисциплинарного подхода к решению научных задач: «Дело в том, что рост научного знания в XX веке быстро стирает грани между отдельными науками. Мы всё дальше специализируемся не по наукам, а по проблемам. Это позволяет, с одной стороны, чрезвычайно углубляться в изучаемое явление, а с другой – расширить его охват со всех точек зрения»⁷. Однако до сих пор проблема современного образования состоит в том, что раздробленность процесса познания на отдельные учебные дисциплины приводит к фрагментарности картины мира⁸, которую строит учащийся. Этот раздробленный мир дидактичен, но не жизнеспособен, его освоение делает учащегося рассудочным, но не разумным (В.П. Зинченко).

Когда проблема рассматривается как начало, как отправной пункт мышления, не следует представлять себе это так, будто она должна быть всегда дана в готовом виде предварительно, до мышления, и мыслительный процесс начинается лишь после того, как она установлена. Сама постановка проблемы является актом мышления, который требует часто большой и сложной мыслительной работы. Сформулировать проблему – значит уже подняться до известного её понимания, наметить гипотезу, путь и метод для её разрешения. «Поэтому первый признак мыслящего человека – это видеть проблемы там, где они есть. Проницательно-уму многое проблематично; только для того, кто не привык самостоятельно мыслить, не существует проблем; всё представляется само

⁶ Вернадский В.И. Размышления натуралиста. – М., 1977. – Кн. 2. – С. 54.

⁷ Клепиков В.Н. Формирование математической картины мира в современном школьном образовании // Педагогика. – 2017. № 3.

⁸ Клепиков В.Н. Формирование математической картины мира в современном школьном образовании // Педагогика. – 2017. № 3.

собой разумеющимся лишь тому, чей разум ещё бездействует. Возникновение вопросов – первый признак начинающейся работы мысли и зарождающегося понимания»⁹. Именно поэтому на уроках математики особенно ценится ситуация, когда ребята постепенно в ходе размышлений сами поставили и сформулировали проблему.

Предположительно в начальных классах проблемность аккумулируется в точках удивления (точка удивления – это неожиданный взгляд на обычное, на общепринятое), в средних классах – в антиномиях (антиномия – это противоречащие друг другу высказывания об одном и том же, но делаемые в дополнительных ситуациях и с разных точек зрения), в старших – в парадоксах (парадокс – это необычное, даже невероятное сочетание различных точек зрения, реализуемое в суждениях и доказательствах, и убедительное для большинства участников диалога). Во всех возрастах урок нацелен не только на знание или на эмоциональное отношение к предмету исследования, а именно – на понимание. Поэтому, начиная с начальных классов, важно формировать у детей вопросительность, неоднозначность и парадоксальность видения математических понятий. Нужно уметь «заразить» ребят поиском путей решения возникшей проблемы. А это достигается благодаря вызреванию индивидуальных смыслов. Отсюда главное для проблемного урока математики – это вычленение адекватного смысла, близкого возрастным особенностям ребят.

Конечно, современная школа в первую очередь должна готовить учащегося к самостоятельному решению встающих перед ним проблем, формируя адекватное отношение к себе, положительные личностные качества, развивая его познавательные потребности и возможности, обеспечивая подготовку к будущей трудовой деятельности и профессии. Поэтому проблемный под-

⁹ Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии: в 2-х т. Т. 1. – М., 1989. – С. 374.

¹⁰ Лобастов Г.В. Философия как фундаментальная педагогическая теория // Философские исследования. – 1999. – № 2. – С. 14.

¹¹ Гегель Г.В.Ф. Наука логики. – Т. 2. – М., 1971. – С. 65.

ход насущно необходим, так как он формирует творческую личность, способную находить решения в различных проблемных ситуа-

циях, умеющую совершать саморегуляцию, самокритику, самокоррекцию, делать самоанализ, стремящуюся к саморазвитию и самосовершенствованию. Постоянная постановка и успешное преодоление противоречивых ситуаций приводит к тому, что учащийся не пасует перед жизненными проблемами, а стремится их разрешить. Войдя в жизнь, молодой человек будет более защищён от негативных стрессов и разрушительных цивилизационных вызовов. В результате мы будем иметь дело с творческой личностью, всегда способной к напряжённой деятельности, проблемному поиску и достижению поставленных целей.

Сложность включения в образовательный процесс проблемного подхода заключается в том, что современные учебники изложены таким образом, что полностью исключают противоречия. Решая упражнения, предложенные в подобных учебниках, учащиеся часто должны лишь припомнить известный им алгоритм решения и реализовать его. На практике это нередко приводит к тому, что они оказываются неспособны решать задания нестандартного типа и с видоизменённым условием. «Однако учебник только тогда становится обучающим, когда он побуждает и вынуждает учащегося усматривать объективные противоречия и их разрешать, т.е. заставляет в материале предмета фиксировать различия, видеть основания его развития до противоречия и вынуждает осуществлять движение отождествления его противоположных моментов»¹⁰. Поэтому наиболее эффективным является такой процесс познания, когда учитель не даёт учащимся готовые знания, изложенные в учебнике, но создаёт условия для самостоятельного обнаружения и постановки познавательных проблем, поощряет исследовательскую активность школьников, стимулирует их стремление к личностному росту.

О значении противоречий пронизательно писал ещё немецкий философ Г.В.Ф. Гегель: «Противоречие есть корень всякого движения и жизненности, лишь поскольку нечто имеет в самом себе противоречие, оно движется, имеет побуждение и деятельно»¹¹. А русский философ-педагог Г.С. Батищев считал, что противоречие состоит из двух взаимно исключающих друг друга суждений об одном и том же предме-

те в одном и том же отношении и именно противоречие «делает систему самодвижущимся органическим целым»¹². Более того, противоречие даёт толчок к продуктивному и эвристическому мышлению.

Безусловно, что преодоление противоречий – это основа любого продуктивного мышления. Как считает замечательный русский философ А.Ф. Лосев, мышление непосредственно связано с противоречиями: «Мыслить предмет – это уметь отличать его от всего другого, но вместе с этим отличением также и соединять его со всем прочим, преодолевая возможные на этом пути противоречия и противоположности»¹³. Отечественный психолог и философ С.Л. Рубинштейн, считая проблемность неотъемлемой чертой познания, отмечал: «Бесконечность взаимосвязанности всего сущего образует онтологическую основу проблемности познания, а в проблемности познания берёт своё начало мышление...»¹⁴.

Любая наука развивается именно посредством её проблематизации. На Парижском международном математическом конгрессе 1900 года Д. Гильберт сформулировал 23 математические проблемы (некоторые из которых до сих пор не решены), которые оказали определяющее влияние на развитие математики XX века. Для нашего исследования существенным является то, что в ходе познания происходит актуализация и преодоление субъективных и объективных противоречий. Вот тут и необходима интригующая проблематизация учебного материала, которая «цепляет ребёнка за живое». В этой связи очень важно в ходе подготовки проблемных уроков намечать «проблемное поле» или целенаправленно созданную учителем линию (цепь) проблемных ситуаций, которые будут в течение заданного времени постепенно раскрываться.

Проблематизация материала происходит уже на уровне детских вопросов. Вот некоторые из них: А можно ли поддержать в руке треугольник (двумерную фигуру)? Зачем в одной из аксиом геометрии говорится о существовании треугольника, равного данному, разве это не очевидно? Если точки нульмерны, то разве могут из них состоять геометрические фигуры? Чем отличаются «доля» и «часть»? А всегда ли «целое» и «всё» («весь», «вся» и т.д.) совпадают?

Мы возводим 1 метр в квадрат, а можно ли с точки зрения математики 1 рубль возвести в квадрат, что получится? Зачем нам строить перпендикуляр с помощью циркуля, когда мы легко можем его построить с помощью угольника? Почему абсцисса вершины параболы принадлежит одновременно и промежутку возрастания, и промежутку убывания функции? Как это понять: человечество с развитием вычислительной техники будет вечно приближаться к точному значению какого-либо иррационального числа, но никогда его не найдёт? Можно ли считать число π в чём-то непредсказуемым, а цифры после запятой расположенными случайным образом? Почему многие иррациональные числа можно отложить относительно единицы, а число π (трансцендентное число) нельзя? Можно ли как-то перейти от иррациональных чисел к рациональным, и наоборот? А если к бесконечности прибавить число или ещё бесконечность, что будет? А каких чисел по количеству больше: натуральных или целых? Что «бесконечнее» прямая или луч? Если мы построим график функции

$$y = \frac{(x+4)(x-2)}{(x-2)},$$

то наша «прямая» окажется без точки (2; 6), т.е. получается «разрыв»; однако, как могут две прямые, лежащие на одной линии и «двигаясь навстречу друг другу», не совпасть? Имеет ли в математике смысл скорость, равная 300 001 км/с (т.е. скорость, большая скорости света)? Можно ли считать предметы с помощью иррациональных чисел?

Принципиально важно на основе детских вопросов научиться формулировать проблемы. Например, ребёнок задаёт вопрос: а можно ли поддержать в руке треугольник (двумерную фигуру). В этой связи возникает проблема существования и соответствия нульмерного (точка), одномерного, двумерного и трёхмерного измерений. Ученик задаёт вопрос: можно ли как-то перейти от иррациональных чисел к рациональным и наоборот. Здесь напрашивается проблема несоизмеримости ве-

¹² Батищев Г.С. Под ред. В.А. Лекторского. – М., 2009. – С. 190.

¹³ Лосев А.Ф. Страсть к диалектике. – М., 1990. – С. 25.

¹⁴ Рубинштейн С.Л. Проблемы общей психологии. – М.: Педагогика, 1973. – С. 14.

личин. Учащийся формулирует вопрос: зачем в одной из аксиом геометрии говорится о существовании треугольника, равного данному, разве это не очевидно. Здесь можно опереться на проблему существования треугольника в евклидовой и неевклидовой геометриях (как известно, в неевклидовой геометрии треугольник «искажается»). Ученик задаёт вопрос: можно ли с помощью циркуля и линейки построить правильный семиугольник. В этой связи возникает проблема деления окружности на n -ое количество равных частей. Старшеклассник задаёт вопрос: почему многие иррациональные числа можно отложить относительно единицы, а число π (трансцендентное число) нельзя. Собственно здесь возникает проблематика квадратуры круга. Безусловно, что серьёзные математические проблемы не могут быть разрешены или хотя бы поняты только на уроке, требуется подключение внеурочного времени и создание полновесных проектных работ и исследований.

Нельзя не сказать, что в математике существуют не только субъективные проблемы, но и объективные. Выдающийся учёный-педагог А.Н. Колмогоров подчёркивал, что строго аксиоматическое изложение геометрии в школьном курсе невозможно, отсюда и возникновение «естественных» противоречий¹⁵. Другими словами, не может быть «чисто логического доказательства». Например, геометрическая фигура в учебниках подаётся как то, что есть на рисунке, т.е. как нечто конкретное, даже «материальное» (одномерное, двумерное или трёхмерное), и вместе с тем как множество (нульмерных) точек, т.е. как нечто совершенно абстрактное. Поэтому абсолютной строгости в школьном курсе геометрии быть не может: нужно держаться «достаточно» уровня строгости, не исключающего опоры на наглядную очевидность. Таким образом, соединённые в геометрии противоположности взаимно проникают: наглядность входит в доказательства и определения, которые, в свою очередь, придают наглядности большую точность.

Важно отметить, что проблематизация материала уже имплицитно содержится

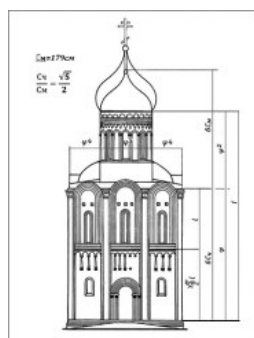
в математических понятиях, особенно, в триадных конструк-

циях, которые моделируют диалектическую триаду «тезис – антитезис – синтез»: фигура – число – величина, точка – прямая – фигура, равное – неравное – подобное, целое – часть – доля, обычная пропорция – геометрическая пропорция – золотая пропорция, случайное – закономерное – вероятностное, симметричное – антисимметричное – асимметричное, конечное – бесконечное – предел, соответствие – функция – закономерность, аргумент – функция – производная и т.п. Последнее понятие в данных триадах как бы синтезирует (с известными оговорками) некоторые свойства предыдущих двух понятий и создаёт проблемную ситуацию: как интегрировать первые два понятия в третьем. Особо интересны случаи, когда одна геометрическая фигура в пределе переходит в другую, например, правильный многоугольник с бесконечным числом сторон трансформируется в круг.

Проблематизация материала может рассматриваться в трёх аспектах. Это, во-первых, когда одна мысль исключает другую мысль, т.е. мы имеем по отношению к одному и тому же объекту тезис и антитезис, которые затем могут «разрешиться» в синтезе. Например, понятия «конечное» и «бесконечное», которые парадоксально используются в апориях древнегреческой математики Зенона, синтезируются в понятии «предел». Во-вторых, когда проблема отражает противоречие между знанием и «знанием незнания». Это обычная ситуация на уроке, когда при объяснении новой темы нащупывается граница между знанием и незнанием в зоне ближайшего развития в ходе предъявления соответствующих примеров и задач, для решения которых не хватает определённых знаний. В-третьих, когда проблема выражает несоответствие между желательным уровнем (т.е. с точки зрения определённых показателей, теории, идеала) и действительным (имеющимся на практике). Это тот случай, когда ребёнок отстаёт в своём развитии и это отставание необходимо в определённые сроки преодолеть.

Например, можно просто и последовательно изучать тему «Пропорция», а можно задать следующим проблемным сквозным вопросом (для нескольких тем): как разделить целое на наиболее гармоничные части.

¹⁵ Колмогоров А.Н. Школьный курс геометрии // Математика в школе. – 1998. – № 2. – С. 4.



В этом случае мы задействуем триаду: обычная пропорция – геометрическая пропорция – золотая пропорция. Для практической реализации полученных знаний можно взять, например, здание православного или древнегреческого храма и постараться чисто математически (на основе строгих вычислений) все его части сгармонизировать между собой.

В процессе формулирования проблемы важное значение имеет постановка вопросов (их, так сказать, целостная продуманная «архитектоника»), или так называемое «искусство вопрошания». «Вопросы могут быть ясно выражены или не высказаны, чётко определены или подразумеваться. Постановка проблемы есть, прежде всего, процесс поиска взаимосвязанных вопросов, которые, сменяя друг друга, приближают исследователя к наиболее адекватной фиксации неизвестного и способов превращения его в известное»¹⁶. Проблемные вопросы «нащупывают» объект познания, более того, моделируют, делают его для сознания явным, оформленным, дифференцированным. Поэтому и говорят, что правильно поставленные вопросы – это уже «половина дела».

При этом для учащегося важно найти и поставить именно *свой вопрос*, погрузившись предварительно в выбранную проблематику. С помощью вопросов ученик как бы в онемевшую (объективированную) информацию вдыхает жизнь, придаёт ей нужную креативную форму (проблема, парадокс, противоречие, неожиданный ракурс и т.п.), заставляет говорить её различными голосами (например, в контексте различных культур и мировоззрений). В этот момент объект исследования «оживает», начинает транслировать смыслы и значения. Именно

с этого, своего вопроса для него собственно «всё и начнётся». Другими словами, формируется личностная позиция на изучаемый предмет самого ребёнка.

Например, в ходе освоения понятия «пропорция» завязываются следующие вопросы. Как зарождается пропорция? Из чего пропорция состоит? Из любого ли равенства можно получить пропорцию? Как она может изменяться, трансформироваться? Какие зависимости выражает? Может ли в пропорции быть три, четыре и более величин? Какие явления отражаются законом пропорции в жизни? Какие процессы отражает пропорция в естественно-математических науках? Какие закономерности отражает пропорция в гуманитарных науках? Какие слова являются синонимами пропорции? Всегда ли оптимальная сбалансированность объекта выражается равенством частей? Как разделить целое на наиболее гармоничные части? Как обычная пропорция перерождается в «золотую пропорцию»? Какие числа (константы) выражают «золотую пропорцию» и являются для нашего мироздания фундаментальными? Можно ли сказать, что «золотая пропорция» синтезирует в себе рациональное и иррациональное? Можно ли пропорцию назвать законом гармонии мира? Можно ли по аналогии с Пифагором («Всё есть число!») утверждать, что «Всё есть пропорция»?

Проблематизация подразумевает построение проблемной ситуации, которая создаёт на уроке творчески-поисковую напряжённость. С.Л. Рубинштейн отмечал: «Начальным моментом мыслительного процесса обычно является проблемная ситуация. Мыслить

¹⁶ Новиков А.М., Новиков Д.А. Методология. – М., 2007. – С. 144.

человек начинает, когда у него появляется потребность что-то понять. Мышление обычно начинается с проблемы или вопроса, с удивления или недоумения, с противоречия»¹⁷. Установлена определённая последовательность этапов продуктивной познавательной деятельности человека в условиях проблемной ситуации: проблемная ситуация – проблема – гипотеза(ы) – поиск способов подтверждения гипотезы – решение проблемы. Проблемная ситуация всегда сопровождается переживанием некоторого затруднения, дискомфорта. Она может носить стихийный характер, а может быть специально смоделирована педагогом.

Проектирование ситуаций как возможных образовательных событий предполагает, что педагог инициирует личностное самоопределение ученика путём его свободного выбора. Например, проблемная ситуация, связанная с пропорцией, может быть такой: смоделировать здание с учётом его пропорций (чтобы размеры самого здания, а также окон и дверей были не «на глазок», а математически обоснованными). Для ребят, которые учатся в художественной школе, может быть и такая проблемная ситуация: поместить на «картине» объект наиболее гармоничным образом.

При этом не всякая проблемная ситуация становится событием. Ситуация–событие – это значимая уникальная личностная встреча учителя и ученика, в которой заинтересованы оба и в процессе которой происходит их духовно-интеллектуальный рост. Событие всегда сопровождается обоюдными напряжёнными духовными усилиями, нахождением общих точек соприкосновения и порождением новых смыслов. Такие события являются открытыми, непредрешёнными, имеющими несколько путей развития.

Важнейшим методом обнаружения противоречий и конструирования проблемной ситуации является *диалог*. Именно с помощью диалога можно затянуть детей в пространство урока, а также найти определённые точки соприкосновения, взаимопонимания или расхождения. При этом диалог не дол-

жен становиться самоцелью, т.е. диалог ради диалога (или по-

просту «забалтыванием» проблемы урока). Это должен быть конструктивный диалог, нацеленный на созидание. В таком случае происходит не только столкновение или объединение различных понятий и мнений, но конструирование такой пластической образовательной модели, где данные противоречия творчески преодолеваются, приводятся к целостному единству.

При этом не нужно недооценивать и таких форм взаимодействия, как *монолог* и *молчание*. Опытный педагог всегда выдерживает паузу молчания. Он ждёт, когда проблема, гипотеза, вопрос, идея вызреют, и лишь затем продолжает урок. Бывает, что безмолвие, молчание красноречивее любого диалога говорят о главном, сокровенном. Многие педагоги согласятся, что минуты «напряжённого безмолвия» в их педагогической практике самые ценные и благородные. Но когда мысль у ребёнка созреет, необходимо обязательно дать возможность её высказать в монологе (устном или письменном), так как свою мысль он узнаёт, идентифицирует, утверждает именно через слово, посредством слова.

Например, результатом личностного усвоения пропорции может быть следующий мини-текст под названием «Всемирная гармония». «Отблески пропорции проявляются в мире каждое мгновение и повсюду, праздная жизнь, воспевая природу и красоту её проявлений. Она светится в чертах лица матери, склонившейся над ребёнком, шелестит совершенными по форме листьями на деревьях, удивляет затейливым узором чешуек на шишке или расположением лепестков на цветке. Её можно разглядеть в размерах зданий и школьной тетрадки, на живописных полотнах мастеров и в строении тельца юркой ящерицы, в бабушкином вязании или в сплетенях паутины. Она есть в отпечатках собственного пальца и в божьей коровке, присевшей на этот палец, в бесконечных кругах, побежавших от брошенного в воду камешка, или в спиральных завихрениях дальней галактики, мелькнувшей на экране компьютера. Она завораживает в формах арфы и саксофона, фортепиано и скрипки, утешает и радуется звуками музыки. И, в конце концов, она вдохновляет человека изучать гармонию, творить по её законам и создавать совершеннейшие творения».

¹⁷ Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии: в 2-х т. Т. 1. – М., 1989. – С. 369.

Другим важным методом является проблемный поиск. Проблемный поиск, как правило, начинается с проблемной ситуации и постановки ясной проблемы. При этом проблемный поиск не происходит линейно и предзаданно. Как правило, имеются несколько путей достижения цели, т.е. решения проблемы. С субъективной точки зрения каждый идёт *своим путём*. Но не всякий поиск является проблемным. Если учитель даёт задание ученикам, предварительно указав алгоритм его выполнения, то даже самостоятельный поиск не будет проблемным. Однако вследствие возникновения проблемной ситуации учащийся находится в состоянии той или иной степени неопределённости, что мобилизует силы и заставляет её как-то преодолеть. Суть поисковой активности, достигаемой при проблемном подходе, заключается в том, что ученик должен анализировать фактический материал и оперировать им так, чтобы самому получить из него новую информацию и пути возможного продвижения. Другими словами, это расширение, углубление знаний при помощи ранее усвоенных знаний или новое применение прежних знаний. Нового применения прежних знаний не может дать ни учитель, ни книга, оно ищется и находится учеником, поставленным в проблемную ситуацию. Таким образом, деятельность, осуществляемая при решении проблемы, сходна с творческой деятельностью, осуществляемой учёным-исследователем.

При всей важности общеобразовательных уроков далеко не всегда удаётся достигнуть проблемного уровня постижения материала, в частности – из-за элементарной нехватки времени. Поэтому обычных уроков математики недостаточно для формирования опыта решения познавательных проблем. Очевидно, что для этого необходимо активно подключать внеурочную деятельность: НОУ, элективные занятия, кружки и т.п. Незаменимое значение имеют школьные, городские, региональные и федеральные научно-практические конференции для учащихся средней школы. На них обычно собираются и общаются крайне заинтересованные юные исследователи, что резко повышает уровень творческого взаимодействия ребят. Немаловажно, что достижения ребят на научно-практических конференциях

учитываются при поступлении их в высшие учебные заведения.

Приведём примерные темы исследовательских работ, связанных с пропорцией: «Пропорция в науке, искусстве и жизни», «От числа к пропорции: исторический экскурс», «Как обычная пропорция превращается в золотую», «Золотая пропорция в математике, этике и эстетике», «Исследование трактата Луки Пачоли “О божественной пропорции”», «Использование золотой пропорции в искусстве эпохи Возрождения», «Получение и интерпретация золотых констант, выведенных из формулы красоты», «Ряд золотого сечения в архитектуре (западной и отечественной)», «Всё есть пропорция». Добавим, что немаловажно, чтобы в названии тем была некоторая интрига (проблема), которая в последующем стала бы движущей силой исследования.

Итак, в XXI веке образовательный процесс в школе невозможно мыслить без проблемного подхода. Это связано в первую очередь с тем, что современные экономические, социальные, экологические и другие проблемы ставят человека в такие рамки, что без соответствующих проблемно ориентированных компетенций (выявление проблемы, конструктивное сомнение, формулировка гипотезы, моделирование, исследование, прогнозирование и т.п.) он просто не выживет. Современная школа призвана вооружить учащегося данными компетенциями и научить осознанному применению их в учёбе и жизни.

И ещё небольшое лирико-романтическое пожелание или напутствие ребятам (в помощь учителю) от замечательного отечественного философа-энциклопедиста А.Ф. Лосева, который очень любил математику: «Беритесь за ум, бросайтесь в живую мысль, в живую науку, в интимно-трепетное ощущение перехода от незнания к знанию и от бездействия к делу, в эту бесконечную золотистую даль вечной проблемности, трудной и глубокой, но простой, здоровой и усадительной... Весельём и силой заряжен живой ум!»¹⁸.

¹⁸ Лосев А.Ф. Дерзание духа. – М., 1988. – С. 6.