

## Визуализация математических понятий

**Татьяна Павловна Пушкарёва,**

докторант кафедры прикладной математики Института космических и информационных технологий Сибирского федерального университета, кандидат физико-математических наук, доцент

**Вера Владимировна Калитина,** аспирант кафедры прикладной математики

Института космических и информационных технологий Сибирского федерального университета

• обучение математике учащихся химико-биологического профиля • математическая абстракция • создание образов математических понятий •

В настоящее время в связи с появлением и стремительным развитием вычислительной техники и программного обеспечения отмечается широкое внедрение математических методов в химию, биологию, социально-экономические науки и даже в спортивные. Математика как учебный предмет уверенно проникает в гуманитарное образование. Поэтому вопрос о том, надо ли изучать её в профильных нематематических классах, не стоит, хотя в некоторых странах ученики старших отделений с литературной специализацией математику не проходят совсем.

Проведённые опросы показывают, что математика занимает весьма значительное место на всех ступенях среднего образования: она обязательна за редким исключением; в большинстве стран число недельных часов, отведённых математике в неспециализированных отделениях, колеблется от 4 до 6; 3 часа в неделю представляет более редкий случай, а 2 и менее — лишь исключение. Это составляет от 9 до 20 % всех классных часов<sup>1</sup>.

Остановимся более подробно на математическом обучении школьников, выбравших химико-биологическое направление.

Учащиеся этого профиля ориентированы на получение специальностей, в которых математика играет вспомогательную

роль. То есть содержание математики для них является средством, инструментом для описания процессов и явлений других наук: химии, биологии, географии, физкультуры и спорта. В математическом содержании для этих профилей особую роль играет прикладная составляющая, которая определяется спецификой профиля, а значит, для каждого профиля должна быть своя.

Для определения уровня школьной подготовки по математике в Красноярском государственном педагогическом университете им. В.П. Астафьева проводится тестирование (входной контроль) студентов первого курса, поступивших на естественно-научные и спортивные факультеты. Учащимся предлагается тест, содержащий вопросы по:

- элементарной математике (действия с простыми и смешанными дробями, умножение и деление чисел со степенями, использование формул возведения в квадрат суммы и разности двух чисел, решение квадратных уравнений и т.п.);
- математическому анализу (понятие производной, производные суммы, разности, произведения, частного, понятие определённого интеграла);
- геометрии (основные свойства треугольников и четырёхугольников);
- тригонометрии (свойства тригонометрических функций);
- элементам комбинаторики (определения и формулы для числа перестановок, сочетаний, размещений).

<sup>1</sup> Шевкин А.В. Сорок три. Обзор федерального перечня школьных учебников по математике на 2006/07 учебный год // Вестник учебной и детской литературы. 2006. №1.

Вопросы для теста составлены на основе примерной программы среднего общего образования базового уровня математики для естественно-научного профиля (подписанной в ноябре 2004 г.). Максимальное число баллов — 100.

Результаты тестирования (средний балл) приведены в таблице 1.

Таблица 1

**Результаты тестирования  
по математике студентов факультета  
естествознания**

Факультет	2009	2010
Химия (25 чел)	40	36
Биология (25 чел.)	45	40

Как видно из таблицы, уровень математической подготовки абитуриентов с нематематическим профилем очень низкий. Более того, отмечается тенденция его снижения. Выявлены основные причины, вызывающие трудности при изучении математики:

- нет связи между программами по математике для старшеклассников нематематического профиля и для студентов первого курса нематематического факультета, в частности педагогического вуза;
- математика не является профильным предметом для выделенной категории учащихся, а значит, как следствие, отсутствует мотивация к её изучению;
- при отборе и структурировании содержания дисциплины и методов обучения не учитываются психофизиологические качества учащихся;
- недостаточно учебников по математике, соответствующих потребностям будущей профессиональной деятельности учащихся;
- особенность восприятия математической абстракции.

Для решения перечисленных проблем требуется расширение форм сотрудничества *общеобразовательной школы — науки — образования — экономики и производства*. При этом главной проблемой является согласование школьного базового и профильного образования с вузовским, т.е. необходимо разработать и реализовать сквозные программы математического обучения как по вертикали, так и по горизонтали.

По наблюдению учёных, в зависимости от интеллектуальных способностей разным ученикам требуется разное время для овладения одним и тем же учебным материалом. Однако традиционно организованный учебный процесс игнорирует эту реальность и требует, чтобы ученики выучили материал к заданному сроку, одинаковому для всех. Но многие не успевают сделать это и потому не могут полностью усвоить материал. Недостаток времени является главной причиной «хромяющих» знаний.

В мировой педагогике инновации связывают с лично-ориентированным обучением. Оно ориентируется не на учителя, а на ученика, не на передачу готовых знаний, а на методы и способы их добывания.

Под лично-ориентированным обучением понимается определённым образом спроектированная организация процесса обучения, создающая условия для развития у учащихся способности к самообразованию, самообучению, самовоспитанию, позволяющая более полно проявить и реализовать свои возможности в соответствии с подготовкой, способностями и психофизиологическими особенностями личности. Основной целью лично-ориентированного обучения является создание условий, обеспечивающих мотивацию к образованию и развитию личности обучаемого.

Главное место в такой системе занимает проблема усвоения знаний, включающая задачи определения объёма усваиваемой информации, уровня и темпа усвоения и т.п.

Как известно, основой усвоения знаний является активная мыслительная деятельность учащихся, направляемая преподавателем<sup>2</sup>. Процесс учебного познания складывается из нескольких этапов:

- восприятие объекта, которое связано с выделением этого объекта из фона и определением его существенных свойств;
- осмысление, в результате которого происходит выделение наиболее существенных связей и отношений;
- формирование знаний, предполагающее запоминание выделенных

<sup>2</sup> Немов Р.С. Психология. Учеб.: В 3 кн. Кн. 2. Психология образования; М.: Просвещение, 1995. 496 с.

свойств и отношений в результате многократного их восприятия и фиксации.

воспроизведение воспринятых и понятых существенных свойств и отношений;

- преобразование, связанное либо с включением нового знания в тезаурус, либо с использованием его в качестве средства построения или выделения другого нового знания.

То есть знание проходит путь от первичного осмысления и буквального воспроизведения к пониманию и далее применению знаний в знакомых и новых условиях; оцениванию самим учеником полезности, новизны этого знания<sup>3</sup>.

Первый, а значит, самый важный процесс познания — восприятие информации. Именно на нём мы и хотим остановиться в данном исследовании.

Восприятие — это отражение человеком предмета или явления в целом при непосредственном воздействии его на органы чувств. Так же как и ощущение, восприятие относится, преимущественно, к тому анализатору, через который окружающая действительность влияет на нервную систему субъекта. Восприятие — совокупность ощущений.

Тем не менее, под восприятием понимается значительно больше, чем просто сумма ощущений, приобретаемых при взаимодействии с предметом. Воспринимая некоторый объект, человек знает, что тот имеет характерные особенности и связывается с определённым словом. Особую проблему представляет восприятие математической информации, поскольку каждый символ математического языка — это абстракция.

В самом широком смысле слова абстракция означает возможность рассмотрения предметов и процессов с какой-либо одной точки зрения и отвлечения от других сторон, моментов и обстоятельств. В окружающем мире все предметы и явления находятся в различных взаимосвязях и отношениях друг с другом. Одни из них имеют существенный, устойчивый характер, другие — несущественный, случайный. Чтобы понять сущность

ими, необходимо отделить существенные связи от несущественных, отвлечься от второстепенных обстоятельств, в чём и состоит процесс абстрагирования.

В результате возникают понятия, категории, законы, в которых как раз и отображаются существенные стороны реальной действительности. Являясь отвлечениями от определённых сторон вещей и явлений, научные абстракции воспроизводят действительность в обобщённом виде.

Чтобы понять, что соответствует математическому знанию в реальном мире, или, иначе говоря, каков тот специфический объект, который служит предметом исследования математики, надо понять, какую сторону действительности отображает математика, как совершается процесс абстрагирования в этой науке.

Профессиональный язык математических символов и формул часто непонятен школьникам, особенно тем, кто не учится в классах физико-математического профиля. Невозможность представить, увидеть математические объекты в реальности порождает определённые трудности в усвоении курса математики.

По мнению З.И. Калмыковой, абстрактный учебный материал, прежде всего, требует конкретизации, и этой цели соответствуют различные виды наглядности — от предметной до весьма абстрактной, условно-знаковой. «При восприятии наглядного материала человек может охватить единым взглядом все компоненты, входящие в целое, проследить возможные связи между ними, произвести категоризацию по степени значимости, общности, что служит основой не только для более глубокого понимания сущности новой информации, но и для её перевода в долговременную память».

Именно визуализация математического материала, с нашей точки зрения, поможет облегчить понимание математики и повысить качество знаний по данной дисциплине.

Проведённые исследования и анализ литературы показали, что к основным факторам, влияющим на уровень восприятия информации, относятся:

<sup>3</sup> Роберт И.В. Информатика и образование. 2003. № 1. С. 2–9.

явлений объективного мира, законы, которые управляют

1. *Личностные характеристики учащегося (уровень интеллекта, память и т.п.).*

2. *Ведущий канал восприятия информации.*

Известно, что всех людей в зависимости от способа восприятия ими информации можно разделить на следующие типы: визуалы, аудиалы, кинестетики и дигиталы.

*Визуалы* воспринимают информационный поток через органы зрения. Они «видят» информацию. Восприятие учебного материала, математических объектов, в качестве которых могут выступать математические понятия, определения, процессы становится продуктивнее, если визуал видит одновременно с объяснением учителя графики, таблицы, рисунки, схемы, иллюстрации, фотографии или учебные фильмы. Он быстрее и качественнее запоминает то, что видел. Для визуалов можно создать презентацию или записать макрос, показывающий правильное выполнение задания, правильное действие. Облегчить запоминание правил поможет схемы-опоры.

*Аудиалы* основываются на слуховых ощущениях и лучше усваивают устное объяснение, подробное, с причинно-следственными связями. Даже хорошо выучив урок, они будут отвечать с продолжительными паузами, если последовательность вопросов не соответствует логике изложения материала.

*Кинестетики* задействуют другие виды ощущений — обоняние, осязание, двигательные и т. д. Их главный инструмент восприятия — тело, а главный способ восприятия — движение, действие. Кинестетикам сложно долго слушать и только смотреть. Чтобы понять новое, им необходимо сделать, повторить действие руками. Если это справочная информация, то для запоминания её надо записать собственноручно. Таким учащимся можно предложить составить конспект, выписать новые понятия, определения. «Просто рассказ» для них лишён смысла. Учитель математики может предложить им задания на исследование, на нахождение нескольких способов решения или задания с чёткими инструкциями по их выполнению.

Последняя категория — *дискретны* — встречается очень редко и её можно назвать

«мечтой учителей математики». Дискретны производят логическое осмысление с помощью знаков, цифр, логических выводов. Для них очень важно, чтобы задание имело логические связи, переходы от одного этапа к другому. Обязательна также мотивация к выполнению задания, которое должно быть ценностным для ученика и опираться на уже имеющиеся знания (дискрету необходимо видеть его функциональность и полезность).

### 1. Объём тезауруса

С помощью органов чувств (зрение, слух, обоняние, осязание, вкус) и мозга (устройство управления) человек воспринимает информацию в виде образа, который формируется на основе существующего в памяти тезауруса.

Тезаурус — это совокупность образов объектов и понятий, интерпретаций событий сформированных органами чувств и отражённых на основе принятой человеком системы метрик (меры). Объём тезауруса можно определить как количество информации, которое знание может распознать и породить. Тезаурус является характеристикой знания, единица измерения его объёма — 1 бит.

Как формируется знание? Из теории управления следует, что субъект, получая некоторое воздействие от окружающего мира в виде сообщения (этап возникновения информации), воспринимает её (этап восприятия) на основе тезаурусного распознавания и отражения. Если в сообщении есть новые понятия, отсутствующие в тезаурусе, то человек не в состоянии извлечь из сообщения информацию. Также отсутствует информация в банальном сообщении, т.е. в случае, когда объём тезауруса превосходит данные в сообщении.

Информация, «понятная» приёмнику, т.е. прошедшая через семантический фильтр и отобранная им, запоминается. Запоминание характеризуется как «перекодирование» сигнала из алфавита процессов, протекающих во времени, в алфавит состояний объектов в пространстве (в памяти). В этом случае происходит увеличение объёма тезауруса, а значит и объёма знаний.

## 2. Формы представления информации

Наши исследования связаны с формами представления математической информации. Поскольку основными объектами математического языка являются символы, знаки, формулы, значит, необходимо выявить, в каком виде следует представить математические тексты учащимся, чтобы повысить уровень усвоения математики.

Начинать обучение математике, с нашей точки зрения, следует с создания образов математических понятий. Воспринимаемый предмет человек неизменно связывает с определённым словом. Например, понятие процента даётся как сотая часть числа. Для запоминания учащиеся должны создать образ этого понятия. Но как можно представить часть числа? Образ объекта — развивающаяся структура. Вначале образ обозначается как отдельный фрагмент мира и заносится в тезаурус. В дальнейшем он формируется в зависимости от распознавания сходных фрагментов.

Чтобы помочь учащимся создать образы абстрактных математических понятий, мы сделали видеоролики в программе Macromedia Flash. На рис.1 представлен фрагмент видеоролика, помогающий создать образ простой дроби.

После того, как учащиеся усвоят основные понятия, можно переходить к свойствам этих понятий и действиям над ними. И свойства, и действия описываются словами, т.е. представляют собой математические тек-



Рис. 1. Фрагмент видеоролика на тему «Простые дроби»

ты. Создание любого текста заключается в информационном представлении сведений об окружающем мире — об объектах, их состояниях, смены этих состояний и их поведении при отсутствии или наличии действующих сил.

*Текст* — описание поведения объекта/объектов, фиксации их состояний во времени (в прошлом, настоящем, будущем.) Одномерный текст — сообщения в виде последовательности нулей и единиц. Пример — алгоритм Машины Поста, телетайпная лента, перфолента и пр.

Двумерный текст — представление сообщений на листе бумаги слева направо и сверху вниз. Он отображает код динамического сообщения в виде устной речи. Процесс обучения должен осуществляться по принципам лично-ориентированного подхода в рамках свободно выбираемой учащимся собственной образовательной траектории. Этому требованию удовлетворяет трёхмерный текст. Его использование позволяет не только найти нужную информацию, но и сформировать текст по своему усмотрению, пропуская те фрагменты, которые учащемуся кажутся избыточными, уже знакомыми или не представляющими интереса с позиции изучаемой темы. Это позволяет более осознанно воспринимать сложную информацию.

Трёхмерный текст — это сжатое представление плоского текста с использованием третьей (как бы скрытой) координаты. Информация из третьего измерения появляется в тексте путём его локального сворачивания/разворачивания. Трёхмерный текст — это текст, сопровождаемый всплывающими контекстными объектами (появление на плоскости текстовых или мультимедийных фрагментов из третьей размерности) с целью визуализации понятий плоского текста (рис. 2).

Устная речь или звуковое сообщение — это трёхмерное отображение объективной реальности, а значит, при его кодировании в текст мы проецируем его на плоскость. Трёхмерные объекты дают более реалистичную картину и более полное восприятие (формирование образа).

Кроме привычного нам двумерного и трёх-

— это форма

объективная реальность

## Информация — это образы отображенной материи.

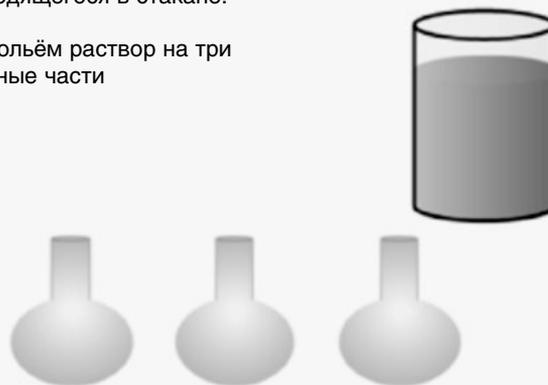
*Рис. 2. Пример трёхмерного текста с всплывающими текстовыми подсказками*

мерного представления текста существует ещё одна форма — графическая. Очень часто математическую информацию удобно представлять в виде блок-схем.

Проведённые исследования показали, что для повышения уровня восприятия и запоминания математической информации необходимо представлять математические понятия с помощью анимаций для создания образов, а затем свойства понятий и действия над ними в виде трёхмерного текста. А для увеличения объёма запоминаемой информации — использовать несколько способов передачи информации одновременно, учитывая тип канала восприятия каждого учащегося. □

Для проведения опыта нам необходимо  $2/3$  раствора, находящегося в стакане.

Разольём раствор на три равные части



*Рис. 3. Пример всплывающей подсказки в виде мультимедийного фрагмента*