ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА КРУЖКА «КОНСТРУИРОВАНИЕ ИЗ БУМАГИ»

Надежда Вениаминовна Гуфранова, учитель изобразительного искусства средней общеобразовательной школы пос. Круглое Поле Тукаевского муниципального района Республики Татарстан

Кружок «Конструирование на бумаге» дополняет основные занятия по математике, служит средством развития способностей учащихся, с его помощью педагог организует и интересный досуг.

I. Пояснительная записка

В 1994 году мной предложена программа по курсу «Конструирование из бумаги», рассмотренная и утверждённая в том же году ДДТ-15 г. Набережные Челны.

Программа охватывает технику работы с бумагой — от простого складывания листа в технике оригами до формирования выкроек-развёрток выпуклых и звёздчатых многогранников, архитектурных моделей, моделей кораблей, машин и различной техники.

Исследования учёных говорят о тесной связи развития координированных движений рук, пространственного мышления и воображения с восстановлением, укреплением здоровья и ускорением общего развития детей.

II. Основные направления содержания деятельности

Кружок «Конструирование из бумаги» работает в нашей школе несколько лет. Посещают его в основном учащиеся 9–11 классов. Здесь школьники учатся работать с чертёжными инструментами и бумагой. Но знакомство с элементами графической грамотности начинается в 1-м классе. За период обучения с 1-го по 8 класс учащиеся знакомятся (на уровне узнавания) с понятиями: рисунок, схема, чертёж, эскиз, технологическая карта; деталь, узел, и другими. Они приобретают умения: работать с чертёжными инструментами; вычерчивать линии чертежа различного начертания и назначения;

строить параллельные и перпендикулярные прямые, делить отрезок прямой и окружность на равные части; вычерчивать плоские фигуры.

Следовательно, ученики, начиная заниматься в кружке «Конструирование из бумаги», начинают приобретать знания и навыки не на «пустом месте», так как некоторые представления о понятиях, терминах и графических операциях у школьников уже имеются. Но, несмотря на некоторый начальный графический опыт у них, я предлагаю на первых занятиях проработать, закрепить и вывести на уровень навыков освоение простейших «модульных» тем графики; линии чертежа; построение перпендикулярных и параллельных прямых; деление отрезков в заданном отношении; деление окружности на равные части. Одновременно повторяем названия основных чертёжных инструментов, и показываю приёмы работы с ними.

Если какие-то темы неизвестны или неясны учащимся, то подробно объясняю на доске либо индивидуально самые трудные места. Если у школьника что-то получается недостаточно хорошо, плохо или вообще не получается, то не упрекаю его — наоборот, подбадриваю «У нас всё ещё впереди»... Ведь на первых занятиях начинает формироваться отношение школьника к кружку, к учителю, а иногда это сливается в общую оценку. Поэтому уделяю максимальное внимание первым занятиям. Их важнейшие составляющие — комфортный для всех психологический климат и высокий профессиональный уровень, особенно с позиций методического и воспитательного аспектов.

Очень важен для вводных занятий ещё один этап, главная задача которого — пробудить, поддержать и развить у человека 13–17 лет интерес к миру бумаги, к её свойствам, технологиям и возможностям. Необходимо найти яркие, впечатляющие примеры. Начать можно с поговорки: «Один рисунок стоит тысячи слов, а один макет — тысячи рисунков». Можно также продемонстрировать модели самолётов, кораблей, архитектурных сооружений, многогранников и других интересных и увлекательных для школьников объектов, сделанных учащимися в предыдущие годы.

На таких примерах можно убедительно и доходчиво показать, что образ в голове автора и его графическое отображение — первый этап создания сложных и красивых вещей, что на большом пути проектирования «от идеи до изделия» неотъемлемыми формами представления идей и информации являются графические формы — графика: схемы, наброски, эскизы, чертежи, наглядные изображения (с использованием цвета или без него), выполненные вручную или на компьютере.

В дальнейшем, обучая школьников на кружке, активно использую наброски, рисунки и эскизы в процессе их учебного творчества — например, при создании «авторских» проектов и вариантов изделий на занятиях по конструированию из бумаги.

Для школьника, занимающегося на кружке «Конструирование из бумаги», бумага становится пластическим материалом. Дети узнают, что из бумаги можно создать различные изделия, макеты, упаковки. Изделия из бумаги пустотелые и представляют собой «скорлупу» изображаемого объекта. Такой вид творчества нисколько не исключает широких возможностей в изучении формы предмета, а в некоторых случаях, наоборот, помогает осмыслить ту или иную пластическую основу.

Технология изделий из бумаги имеет ряд специфических особенностей. Создаётся изделие на основе конструкции. Она представляет собой систему рёбер жёсткости, получаемых в результате сгиба листа по прямой линии. Создавая сложные формы, не обойтись без сгибов криволинейного характера, которые выполняют только с помощью резака.

Учитель кроме «умных» рук должен иметь следующие профессионально-ориентированные личностные качества:

1) творческий подход к решению проблемы, развитые типы мышления — пространственное, образное, логическое и техническое, художественный вкус и эстетическую восприимчивость;

2) самостоятельность, инициативность, трудолюбие, терпение и чувство юмора (желательно);

3) графическая подготовка руководителя кружка: умение чётко, быстро и правильно дать графическое изображение на доске или бумаге.

Эти качества со временем переходят к кружковцам: у них развивается логическое и пространственное мышление, художественный и эстетический вкус, аккуратность, точность, глазомер. По итогам занятия кружка «конструирование из бумаги» выявляются качества личности:

- восприятия (целостности и структурности образа);
- внимания (концентрации и устойчивости);
- памяти (зрительной и кинестетической);
- мышления (пространственного, креативного).

Ученики, занимающиеся на кружке «Конструирование из бумаги», лучше усваивают такие предметы, как: черчение, геометрия, инженерная графика, физика; они поступают в технические учебные заведения и успешно занимаются.

III. Учебная программа

Программа рассчитана на 1 год.

Программа составлена по принципу последовательного усложнения техники выполнения моделей, как в целом по курсу, от раздела к разделу, так и внутри каждого раздела от первых до последних моделей. Поэтому программа может быть предложена для детей разных возрастов — от 5-го класса до 11-го. Основные положения программы, последовательность разделов и их содержание остаются для детей всех возрастных групп одинаковыми, изменяется степень сложности выполнения задания. Так, например, для 5-го класса макет танка оканчивается составлением выкройки четырёхугольной призмы, ствола-цилиндра, ленты-траки, а для 10-го класса модель танка требует более детального, творческого подхода.

Годовая учебная программа рассчитана на 132 часа. Программа включает следующие разделы:

• знакомство с математическим изобразительным искусством;
• теория техники моделирования;
• практические задания;
• знания, с которыми учащиеся знакомятся в процессе обучения;
• умения и навыки, которыми учащийся овладевает при применении полученных знаний;
• техническое задание, упражнения и практические задачи, которые учащийся выполняет, применяя полученные знания, умения и навыки;
• наглядные пособия и оборудование;
• межпредметные связи.

N п/п	Разделы	Форма занятий	Количество часов		
			всего 132	в том числе	
				теория 37	практика 93
I	Математическое изобразительное искусство	Учебные занятия	14	7	7
II	Свойства бумаги, графические приёмы	Учебные занятия	28	10	18
III	Жёсткое конструирование: Многогранники	Учебные занятия	28	7	21
IV	Жёсткое конструирование: Техническое моделирование	Учебные занятия	24	4	20
V	Жёсткое конструирование: Архитектура	Учебные занятия, экскурсии.	38	11	27

I. Математическое изобразительное искусство

N п/п	Темы занятий	Количество часов		
		всего 14	в том числе	
			теория 7	практика 7
1	Вводное занятие. ТБ	2	2	-
2	Тесселяция	2	1	1
3–4	Невозможные фигуры	4	1	3
5	Лента Мёбиуса	2	1	1
6	Фракталы	2	1	1
7	Многогранники.	2	1	1

II. Свойства бумаги, графические приёмы

N п/п	Темы занятий	Количество часов		
		Всего 28	в том числе	
			теория 10	практика 18
8	Общие сведения: Виды и свойства бумаги Подготовка к занятиям Форма листа бумаги для моделей	2	1	1
9	Деление окружности на равные части	2	1	1
10–11	Развертки геометрических тел	4	1	3
12–13	Приёмы фактуризации и декорирования поверхностей	4	1	3
14	Приёмы соединения бумаги	2	1	1
15	Принципы оформления работы	2	1	1
16	Моделирование маски	2	1	1
17	Моделирование лампы	2	1	1
18–19	Ваза	4	1	3
20–21	Изготовление цветов	4	1	3

III. Многогранники

N п/п	Темы занятий	Количество часов		
		всего 28	в том числе	
			теория 7	практика 21
22	Построение основных многоугольников с помощью циркуля и линейки. Изготовление шаблонов	2	1	1
23	Номограммы равностороннего треугольника, квадрата и пентагона. Ребристый шар	2	1	1
24–25	Моделирование платоновых тел. Составление выкройки. Основные приёмы работы с бумагой	4	1	3
26–27	Моделирование архимедовых тел. Составление выкройки. Основные приёмы работы с бумагой	4	1	3
28–31	Моделирование многогранников. Моделирование звёздчатых многогранников. Принципы моделирования. Составление чертежей отдельных деталей и единой выкройки	8	1	7
32	Игрушки, собранные без клея на основе додекаэдра	2	1	1
33–34	Моделирование природных кристаллов	4	1	3
35	Игрушки на основе додекаэдра, его половинки и икосаэдра	2	-	2

IV. Техническое моделирование

N п/п	Темы занятий	Количество часов		
		всего 24	в том числе	
			теория 4	практика 20
36–37	Макеты самолёта	4	1	3
38–40	Макеты парусника	6	1	5
41–43	Макеты грузовой машины	6	1	5
44–47	Макеты танка	8	1	7

V. Архитектура

N п/п	Темы занятий	Количество часов		
		всего 38	в том числе	
			Теория 11	Практика 27
48	Знакомство с архитектурой	2	2	—
49–51	Архитектура Казани. Казанский Кремль Макет Кремля	6	2	4
52–54	Архитектура Казани. Башня Сююмбике Макет башни Сююмбике	6	2	4
55–57	Архитектура Москвы. Кремль. Макет Спасской башни	6	2	4
58–60	Архитектура Москвы. Колокольня. Макет колокольни	6	1	5
61–65	Архитектура Санкт-Петербурга. Творческая работа	10	2	8
66	Экскурсия	2	—	2

IV. Условия реализации программы.

1. Подготовка подробного учебного плана с учётом необходимого разнообразия (по тематике, сложности и трудоёмкости) и доступности техники выполнения моделей, постепенного нарастания их сложности и трудоёмкости.

2. Подготовка методических материалов: слайдов, плакатов, шаблонов, выкроек-развёрток, образцовых детских моделей.

3. Обеспечение тематической литературой кружковцев через школьную библиотеку, интернет.

4. Обеспечение цветной и обычной бумагой в наборе, клеем и другими расходными материалами.

5. Коллективное и индивидуальное участие учащихся в тематических выставках, смотрах, конкурсах.

6. Непрерывное самообразование и творческая работа педагога.

7. Передача опыта заинтересованным в этом преподавателям и любителям бумажного моделирования через семинары, конференции.

V. Литература

1. Гончар В. Альбом «Кристаллы», М.: Аллегро-Пресс, 1994.

2. Гончар В. Модели многогранников. М.: Аким, 1997.

3. Гончар В. Игрушки из бумаги. М.: Аким, 1997.

4. Журнал «Оригами. Искусство складывания из бумаги». Номера за 96–99 годы.

5. Афонькин С.Ю., Афонькина Е.Ю. Уроки оригами в школе и дома, М.: Аким, 1997.

6. Хлямова Т.В. Звёздное небо. М.: Аким, 1997.

7. Пудова В.П., Лежнёва Л.В. Легенды о цветах. М.: Аким, 1997.

8. Ашкинузе В.Г., Многоугольники и многогранники. Энциклопедия элементарной математики. Кн. IV (Геометрия). М.: Физматгиз, 1963. С. 382–447.

9. Люстерник Л. А. Выпуклые фигуры и многогранники. М.: Гостехиздат, 1956.

10 Александров А. Д. Выпуклые многогранники. М.— Л.: Гостехиздат, 1950..

I. Математическое изобразительное искусство

Математика владеет не только истиной,
но и высшей красотой — красотой отточенной и строгой,
возвышенно чистой и стремящейся к подлинному совершенству,
которое свойственно лишь величайшим образцам искусства

Бертран Рассел

I. Исторически, математика играла важную роль в изобразительном искусстве, в частности при изображении перспективы, подразумевающем реалистичное изображение трёхмерной сцены на плоском холсте или листе бумаги. Согласно современным взглядам, математика и изобразительное искусство — очень удалённые друг от друга дисциплины, первая — аналитическая, вторая — эмоциональная. Математика не играет очевидной роли в большинстве работ современного искусства, и, фактически, многие художники редко или вообще никогда не используют перспективы. Однако есть много художников, у которых математика находится в центре внимания. Несколько значительных фигур в изобразительном искусстве проложили дорогу этим индивидуумам.

Вообще-то не существует каких-либо правил или ограничений на использование различных тем в математическом искусстве. Однако, есть несколько тем, которые достаточно часто используются художниками. Среди них есть использование многогранников, тесселяций, невозможных фигур, лент Мёбиуса, искажённых или необычных систем перспективы, а также фракталов.

Одна из частых тем математического искусства — использование многогранников, которые изучены достаточно давно. Платон (427–348 до н.е.) описал пять правильных многогранников, которые также иногда называются телами Платона. Однако открыты они раньше Платона, и детали открытия правильных многогранников остаются загадкой.

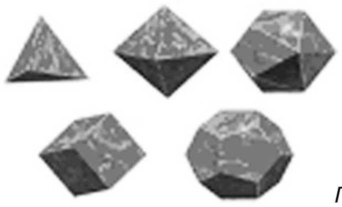
Первые упоминания о многогранниках известны ещё за три тысячи лет до нашей эры в Египте и Вавилоне. Но теория многогранников является и современным разделом математики. Она тесно связана с топологией, теорией графов, имеет большое значение как для теоретических исследований по геометрии, так и для практических приложений в других разделах математики, например, в алгебре, теории чисел, прикладной математике — линейном программировании, теории оптимального управления.

Многогранники имеют красивые формы, например, правильные, полуправильные и звездчатые многогранники. Они обладают богатой историей, которая связана с именами таких учёных, как Пифагор, Евклид, Архимед. Многогранники выделяются необычными свойствами, самое яркое из которых формулируется в теореме Эйлера о числе граней, вершин и рёбер выпуклого многогранника: ***для любого выпуклого многогранника справедливо соотношение Г+В-Р=2, где Г — число граней, В — число вершин, Р — число рёбер данного многогранника.*** Теорему Эйлера историки математики называют первой теоремой топологии — крупного раздела современной математики.

С древнейших времён наши представления о красоте связаны с симметрией. Наверное, этим объясняется интерес человека к многогранникам — удивительным символам симметрии, привлекавшим внимание выдающихся мыслителей.

История правильных многогранников уходит в глубокую древность. Правильными многогранниками занимались Пифагор и его ученики. Их поражала красота, совершенство, гармония этих фигур. Пифагорейцы считали правильные многогранники божественными фигурами и использовали в философских сочинениях: первоосновам бытия — огню, земле, воздуху, воде придавалась форма соответственно тетраэдра, куба, октаэдра, икосаэдра, а вся Вселенная имела форму додекаэдра. Позже учение пифагорейцев о правильных многогранниках изложил другой древнегреческий учёный, философ-идеалист Платон.

Влияние знаменитого греческого мыслителя Платона сказалось и на «Началах» Евклида. В этой книге, которая на протяжении веков была единственным учебником геометрии, дано описание «идеальных» линий и «идеальных» фигур. Самая идеальная линия — прямая и самый идеальный многоугольник — правильный многоугольник, иными словами, многоугольник, *имеющий равные стороны и равные углы*. Простейшим правильным многоугольником можно считать равносторонний треугольник, поскольку он имеет наименьшее число сторон, которое может ограничивать часть плоскости. Интересно, что «Начала» Евклида открываются описанием построения правильного треугольника и заканчиваются изучением пяти правильных многогранных тел! Каждый из этих пяти многогранников имеет гранями правильные многоугольники одного типа. В наше время они известны под именем пяти *платоновых тел*.



Платоновы тела

Платоновыми телами называются *правильные однородные выпуклые многогранники,* то есть выпуклые многогранники, все грани и углы которых равны, причём грани — правильные многоугольники. Платоновы тела — трёхмерный аналог плоских правильных многоугольников.

Общую картину интересующих нас правильных многоугольников наряду с равносторонним (правильным) треугольником составляют: квадрат (четыре стороны), пентагон (пять сторон), гексагон (шесть сторон), октагон (восемь сторон) и декагон (десять сторон): при этом все стороны и все углы каждого из них должны быть равны между собой. *Гексаэдр* (шесть граней), обычно называемый *кубом*, имеет квадратные грани: грани *октаэдра* (восемь граней) — равносторонние треугольники; все грани *додекаэдра* (двенадцать граней) — пентагоны: наконец, гранями *икосаэдра* являются двадцать равносторонних треугольников. «Начала» Евклида завершаются доказательством того, что существуют пять, и только пять правильных многогранников.

Доказательство того, что существует ровно пять правильных выпуклых многогранников, очень простое. Рассмотрим развертку вершины такого многогранника. Каждая вершина может принадлежать трём и более граням.

Сначала рассмотрим случай, когда грани многогранника — равносторонние треугольники. Поскольку внутренний угол равностороннего треугольника равен 60°, три таких угла дадут в развертке 180°. Если теперь склеить развертку в многогранный угол, получится тетраэдр — многогранник, в каждой вершине которого встречаются три правильные треугольные грани.

Если добавить к развертке вершины ещё один треугольник, в сумме получится 240°. Это развертка вершины октаэдра. Добавление пятого треугольника даст угол 300° — мы получаем развертку вершины икосаэдра. Если же добавить ещё один, шестой треугольник, сумма углов станет равной 360° — эта развертка, очевидно, не может соответствовать ни одному выпуклому многограннику.

Теперь перейдём к квадратным граням. Развертка из трёх квадратных граней имеет угол 3х90°=270° — получается вершина куба, который также называют гексаэдром. Добавление ещё одного квадрата увеличит угол до 360° — этой развертке уже не соответствует никакой выпуклый многогранник.

Три пятиугольные грани дают угол развертки 3*72°=216 — вершина додекаэдра. Если добавить ещё один пятиугольник, получим больше 360° — поэтому останавливаемся.

Для шестиугольников уже три грани дают угол развертки 3*120°=360°, поэтому правильного выпуклого многогранника с шестиугольными гранями не существует. Если же грань имеет ещё больше углов, то развертка будет иметь ещё больший угол. Значит, правильных выпуклых многогранников с гранями, имеющими шесть и более углов, не существует.

Таким образом, мы убедились, что существует лишь пять выпуклых правильных многогранников — тетраэдр, октаэдр и икосаэдр с треугольными гранями, куб (гексаэдр) с квадратными гранями и додекаэдр с пятиугольными гранями.

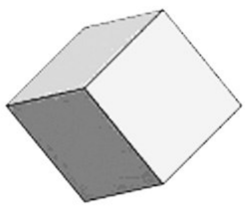
Дадим определение правильного многогранника. Правильным многогранником является выпуклый многогранник, у которого двугранные углы при всех вершинах равны между собой, а грани являются равными правильными многоугольниками. Можно также доказать, что в каждой из вершин правильного многогранника сходится одно и то же число граней и одно и то же число рёбер.

Принято считать, что в природе существует пять правильных многогранников.

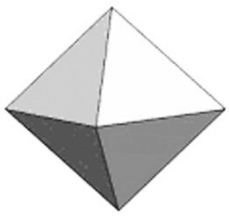
Это количество можно считать незначительным по сравнению с количеством правильных многоугольников, то есть для каждого целого $n>2$ существует один правильный n-угольник.

Название правильных многогранников определяет число их граней:

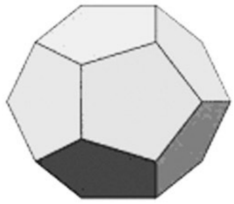
тетраэдр (4 грани)



гексаэдр (6 граней)



октаэдр (8 граней)



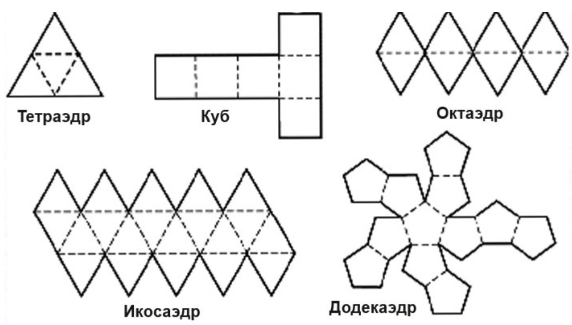
додекаэдр (12 граней)

иикосаэдр (20 граней)

С греческого «хедрон» переводится как грань, «тетра», «гекса» и т. д. — указанные числа граней. Грани тетраэдра, октаэдра и икосаэдра — правильные треугольники, куба — квадраты, додекаэдра — правильные пятиугольники.

Вершины любого правильного многогранника лежат на сфере (что вряд ли вызовет удивление, если вспомнить, что вершины любого правильного многоугольника лежат на окружности). Помимо этой сферы, называемой «описанной сферой», имеются ещё две важные сферы. Одна из них, «срединная сфера», проходит через середины всех рёбер, а другая, «вписанная сфера», касается всех граней в их центрах. Все три сферы имеют общий центр, который называется центром многогранника.

Платон соотносил эти тела с четырьмя элементами: огонь — тетраэдр, воздух — октаэдр, вода — икосаэдр, земля — куб. Далее, он писал, что существует пятая комбинация, которой Бог ограничил Мир, это додекаэдр.

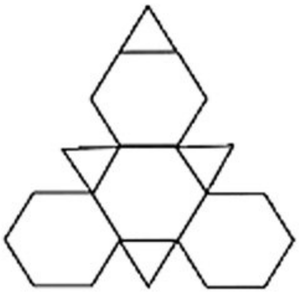


II. Тела Архимеда

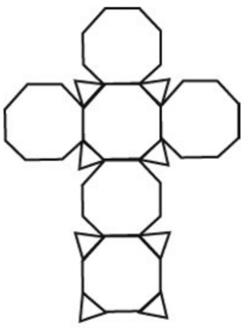
Правильным многогранником называется многогранник, у которого все грани правильные, равные многоугольники, и все двугранные углы равны. Но есть и такие многогранники, у которых все многогранные углы равны, а грани — правильные, но разноименные правильные многоугольники. Многогранники такого типа называются равноугольно полуправильными многогранниками. Впервые многогранники такого типа открыл Архимед (290/280–212/211 до н.э) Существует 13 или 14 архимедовых тел (число неточное, поскольку псевдоромбокубоктаэдр иногда не причисляют к этому семейству многогранников). Так же как правильные многогранники называют Платоновыми, полуправильные многогранники называют Архимедовыми. Записи Архимеда об этих многогранниках были утеряны вместе с фигурами многогранников. Они были открыты вновь лишь в эпоху Ренессанса, и описание всех 13 многогранников впервые опубликовано в книге Иоганна Кеплера «Harmonices Mundi» в 1619 году, почти через две тысячи лет после смерти Архимеда». Кеплер первым дал им те названия, под которыми они известны поныне. Это усечённый тетраэдр, усечённый оксаэдр, усечённый икосаэдр, усечённый куб, усечённый додекаэдр, кубооктаэдр, икосододекаэдр, усечённый кубооктаэдр усечённый икосододекаэдр, ромбокубооктаэдр, ромбоикосододекаэдр, «плосконосый» (курносый) куб, «плосконосый» (курносый) додекаэдр.

(Труд самого Архимеда утрачен; как полагают, его рукопись погибла во время знаменитого пожара Александрийской библиотеки, столь едко описанного в пьесе Бернарда Шоу «Цезарь и Клеопатра».) Ссылки на эту работу имеются в рукописях математика Паппа, который жил в III в. н. э.

Множество архимедовых тел можно разбить на несколько групп. Первую из них составят пять многогранников, которые получаются из платоновых тел в результате их усечения. Усечённое тело есть не что иное, как тело с отрезанной верхушкой. *Усечением* называется удаление некоторых частей тел, а в нашем случае — удаление всех частей, расположенных около вершин, вместе с самими вершинами. Для платоновых тел это можно сделать таким образом, что и получающиеся новые грани, и остающиеся части старых будут правильными многоугольниками. К примеру, тетраэдр можно усечь так, что его четыре треугольные грани превратятся в четыре гексагональные, а к ним добавятся четыре правильные треугольные грани. Так могут быть получены пять архимедовых тел: *усечённый тетраэдр, усечённый гексаэдр (куб), усечённый октаэдр, усечённый додекаэдр и усечённый икосаэдр.*

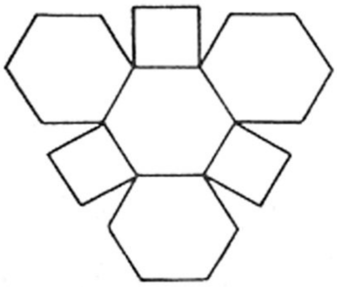


Усечённый тетраэдр



Усечённый куб

Усечённый октаэдр

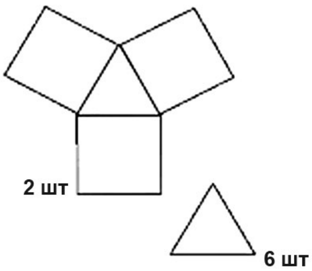


Усечённый икосаэдр

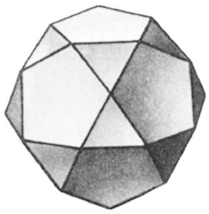
Состоит из 32 граней, из которых 12 — правильные пятиугольники и 20 — правильные шестиугольники.

Усечённый додекаэдр

Другую группу составляют всего два тела, именуемых также квазиправильными многогранниками. Частица «квази» подчёркивает, что грани этих многогранников представляют собой правильные многоугольники всего двух типов, причём каждая грань одного типа окружена многоугольниками другого типа. Эти два тела носят названия *кубооктаэдр* и *икосододекаэдр*.



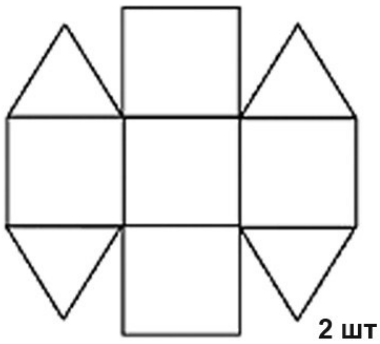
Кубооктаэдр



Икосододекаэдр

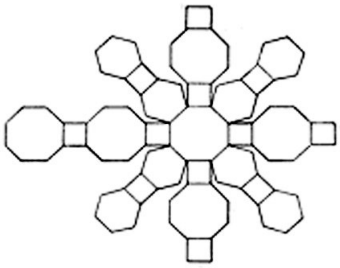
Имеет 12 граней — правильные пятиугольники и 20 граней — правильные треугольники.

Два последующих многогранника называются *ромбокубооктаэдром* и *ромбоикосододекаэдром*. Иногда их называют также «малым ромбокубооктаэдром» и «малым ромбоикосододекаэдром» в отличие от *большого ромбокубооктаэдра* и *большого ромбоикосододекаэдра*. Если процесс усечения применить к двум квазиправильным телам — кубооктаэдру и икосододекаэдру, то новые полученные грани будут в лучшем случае прямоугольниками, но не квадратами. Однако дальнейшие модификации могут превратить эти прямоугольники в квадраты. Вот почему некоторые авторы называют большой ромбокубооктаэдр и большой ромбоикосододекаэдр «усечённым кубооктаэдром» и «усечённым икосододекаэдром» соответственно. Приставка «ромбо» указывает на особый способ получения квадратных граней, который был применён для построения этих двух тел из двух квазиправильных многогранников. Это даёт нам право опустить определение «малые» перед названиями двух ранее введённых тел.



Ромбокубооктаэдр

Ромбоикосододекаэдр



Ромбоусечённый кубооктаэдр

Ромбоусечённый икосододекаэдр

Наконец существуют две так называемые курносые модификации — одна для куба, другая — для додекаэдра. Для каждой из них характерно несколько повёрнутое положение граней, что даёт возможность построить два различных варианта одного и того же «курносого» многогранника (каждый из них представляет собой как бы зеркальное отражение другого). Такие варианты, отличающиеся друг от друга, как правая рука отличается от левой, называются *энантиоморфными*.

III. Кеплер-Пуансо

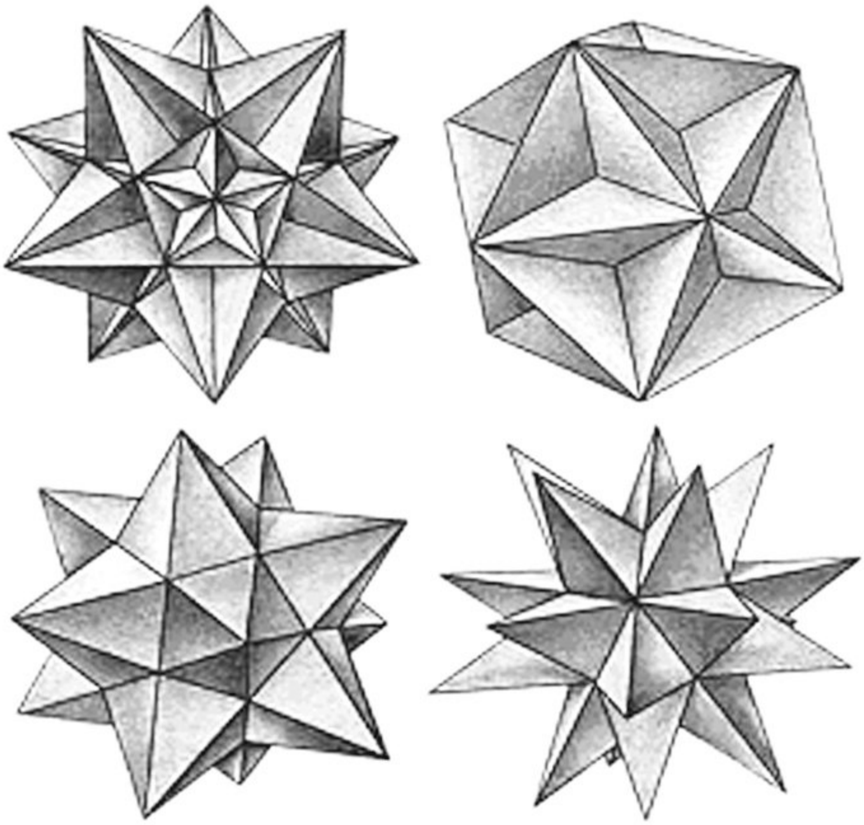
Кроме полуправильных многогранников из правильных многогранников — Платоновых тел, можно получить так называемые правильные звездчатые многогранники. Их всего четыре, они называются также телами Кеплера-Пуансо. Кеплер Иоганн (Kepler I,1571—1630гг.) — немецкий астроном. Открыл законы движения планет. В 1596 году Кеплер предложил правило, по которому вокруг сферы Земли описывается додекаэдр, а в неё вписывается икосаэдр. Кеплер в 1619 г. в книге «Мировая гармония» («Harmonice Mundi») дал исчерпывающее описание всего набора архимедовых тел — многогранников, каждая грань которых представляет собой правильный многоугольник, а все вершины находятся в эквивалентном положении. Архимедовы тела состоят не менее чем из двух различных типов многоугольников, в отличие от пяти Платоновых тел, все грани которых одинаковы (Кеплер открыл малый додекаэдр, названный им колючим или ежом, и большой додекаэдр. Пуансо открыл два других правильных звёздчатых многогранника, двойственных соответственно первые два тетраэдра, прошедших один сквозь другой, образуют восьмигранник. Иоганн Кеплер присвоил этой фигуре имя «стелла октангула» — «восьмиугольная звезда». Она встречается и в природе: это так называемый двойной кристалл. Мы вынуждены признать «стеллу октангулу» правильным многогранником: ведь все её грани — правильные треугольники одинакового размера и все углы между ними равны!

Грани большого икосаэдра — пересекающиеся треугольники. Вершины большого икосаэдра совпадают с вершинами описанного икосаэдра.

Грани большого додекаэдра — пересекающиеся пятиугольники. Вершины большого додекаэдра совпадают с вершинами описанного икосаэдра.

Грани малого звездчатого додекаэдра — пентаграммы, так же как и у большого звездчатого додекаэдра. У каждой вершины соединяются пять граней.

Грани большого звездчатого додекаэдра — пентаграммы. У каждой вершины соединяются три грани. Вершины большого звездчатого додекаэдра совпадают с вершинами описанного додекаэдра.



IV. Лента Мёбиуса

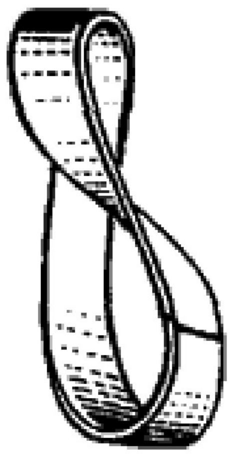
Лента Мёбиуса (Мёbius strip) — трёхмерная поверхность, имеющая только одну сторону и одну границу, обладающая математическим свойством неориентируемости. Она была открыта независимо одновременно двумя математиками из Германии Августом Фердинандом Мёбиусом (August Ferdinand Мёbius) и Иоганном Бенедиктом Листингом (Johann Benedict Listing) в 1858 году.

Модель ленты Мёбиуса может быть легко создана из полоски бумаги, повернув один из концов полоски вполоборота и соединив его с другим концом в замкнутую фигуру. Если начать рисовать карандашом линию на поверхности ленты, то линия уйдёт в глубь фигуры и пройдёт под начальной точкой линии, как уйдя на «другую сторону» ленты. Если продолжать линию, то она вернётся в начальную точку. При этом длина нарисованной линии будет вдвое больше длины полоски бумаги. Этот пример показывает, что у ленты Мёбиуса лишь одна сторона и одна граница.

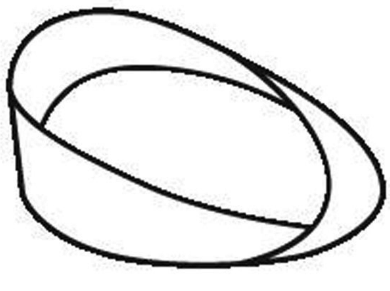
В Евклидовом пространстве, фактически, существует два типа ленты Мёбиуса, развёрнутой вполоборота: одна — развёрнутая по часовой стрелке, другая — против часовой стрелки.

Лента Мёбиуса вдохновила многих художников на создание известных скульптур и картин. Голландский художник М.К. Эшер создал несколько литографий с использованием ленты. Один из известнейших примеров — литография «Лента Мёбиуса II», в которой красные муравьи бесконечно ползут по ленте.

Также лента Мёбиуса часто используется в изображениях различных логотипов и торговых марках. Самый яркий пример — международный символ повторного использования.



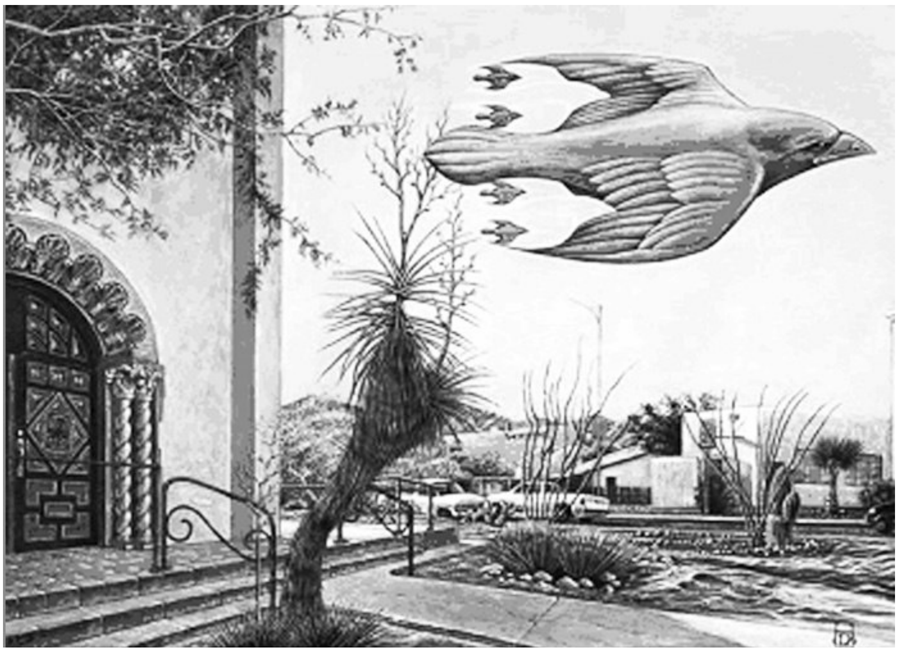
Кельтская лента Мёбиуса



Лента Мёбиуса, сделанная из листа бумаги и клейкой ленты

V. Тесселляции

Тесселляции, известные также как покрытие плоскости плитками (tiling), являются коллекциями фигур, которые покрывают всю математическую плоскость, совмещаясь друг с другом без наложений и пробелов. Правильные тесселляции состоят из фигур в виде правильных многоугольников, при совмещении которых все углы имеют одинаковую форму. Существует всего три многоугольника, пригодных для использования в правильных тесселляциях. Это — правильный треугольник, квадрат и правильный шестиугольник. Полуправильными тесселляциями называют такие тесселляции, в которых использованы правильные многоугольники двух или трёх типов и все вершины одинаковы. Существует всего восемь полуправильных тесселляций. Вместе три правильных тесселляции и восемь полуправильных носят название Архимедовых. Тесселляции, в которых отдельные плитки являются узнаваемыми фигурами, являются одной из основных тем творчества Эшера. В его записных книгах содержатся более 130 вариантов тесселляций.[3] Он использовал их в огромном количестве своих картин, среди которых «День и ночь» (1938), серия картин «Предел круга» I—IV, и знаменитые «Метаморфозы» I—III (1937—1968). Примеры ниже — картины современных авторов Холлистера Девида (Hollister David) и Роберта Фатауэра (Robert Fathauer).

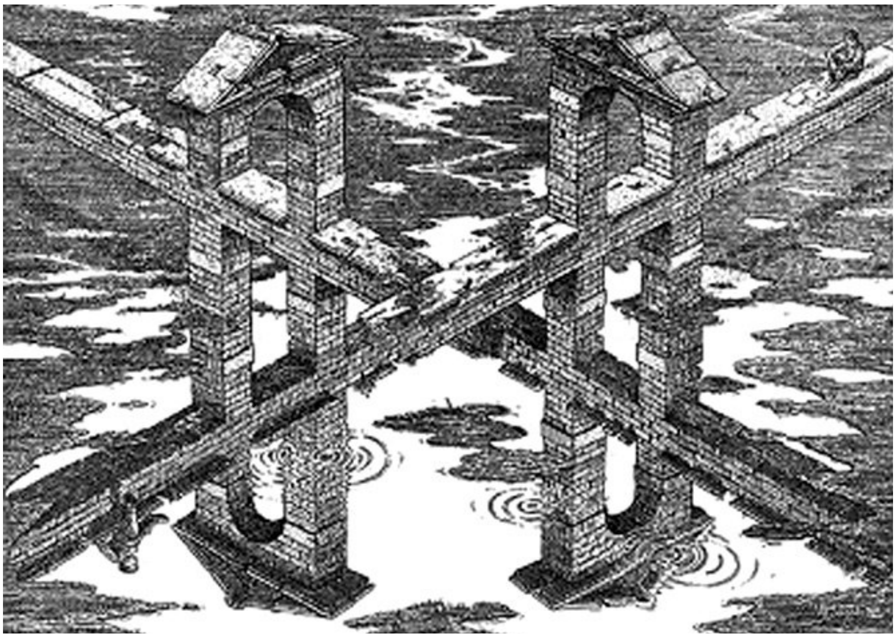


Hollister David «Семь птиц». На этой картине изображены семь птиц, две из которых изображены в негативе на фоне ландшафта города Ахо в Аризоне.

Последовательно уменьшающиеся фигуры птиц совмещаются друг с другом в виде фрактальной тесселляции. Хвостовые перья каждой птицы разделяют конструкцию пополам, отсекая примерно треть расстояния между кончиками крыльев. Каждая меньшая птица в свою очередь делит свою область аналогичным образом. Если этот процесс продолжать до бесконечности, получится набор точек, известный как множество Кантора, или Канторова пыль.

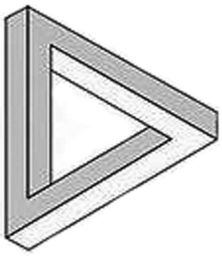
VI. Невозможные фигуры

Невозможные фигуры — эти фигура, изображённая в перспективе таким способом, чтобы выглядеть на первый взгляд обычной фигурой. Однако при более внимательном рассмотрении зритель понимает, что такая фигура не может существовать в трёхмерном пространстве. Эшер изобразил невозможные фигуры на своих известных картинах «Бельведер» (1958), «Восхождение и спуск» (1960) и «Водопад» (1961). Одним из примеров невозможной фигуры служит картина современного венгерского художника Иштвана Ороса (Istvan Orosz).



Istvan Orosz «Перекрёстки» (1999). Репродукция гравюры по металлу.

На картине изображены мосты, которые не могут существовать в трёхмерном пространстве. Например, есть отражения в воде, которые не могут быть исходными мостами.



Невозможные фигуры Эшлера