

Почему наши дети не знают математику?

Галина Вячеславовна Кондратьева,

*доцент кафедры геометрии Московского государственного областного университета,
кандидат педагогических наук*

• школьное математическое образование • история развития • подготовка учащихся •

Сегодня математика многим учащимся даётся с большим трудом. Невысокий уровень школьного математического образования отмечается как специалистами, так и широкой общественностью. Ситуация вызывает особую тревогу, так как уровень математической подготовки сегодняшних школьников окажет в дальнейшем влияние на процессы модернизации в нашей стране, определяя самую главную составляющую научно-технического прогресса — человеческий фактор. Для исправления положения дел периодически выдвигаются самые разные, часто взаимно исключающие предложения. Но пока идут дискуссии, положение с обучением математики не улучшается.

«Золотое время» школьной математики

При этом современная ситуация особенно удручает ещё и потому, что в относительно недавней истории нашей школы было «золотое время» математики. Учащиеся без репетиторов поступали в вузы и достойно справлялись со сложными математическими задачами на выпускных экзаменах, а всё мировое сообщество признавало победу нашей страны за школьными партами. Именно 1950-е годы стали триумфом отечественной системы школьного математического образования. Конечно, вряд ли было бы правильно сегодня в век новых информационных технологий взять за образец преподавания материалы более чем полувековой давности. Но возможно и нужно попытаться разобраться в том, почему дело с преподаванием математики тогда обстояло значительно лучше, чем сегодня.

Констатируя высокие достижения в области математического образования 1950-х гг., важно понять основополагающую базу данных успехов. Это время, признанное промежуточком процветания и благополучия в системе математического образования, было консервативным этапом, на котором творчески использовалось то, что было создано ранее трудами предшествующих поколений. Действительно, учебники А.П. Киселёва, используемые в советской школе, получили широкое распространение в средних учебных заведениях ещё в начале XX века, а разрабатывались в последней четверти XIX века. Так, первый учебник А.П. Киселёва по арифметике был издан в 1884 году, по геометрии — в 1892 году, по алгебре — в 1888 году. Сборники задач Н.А. Шапошникова, Н.К. Вальцова и Н.А. Рыбкина, по которым учились в 1930–1950-е гг. советские школьники, были также созданы во второй половине XIX века. Именно тогда, в XIX веке, и было определено содержание традиционного курса математики, разработаны вопросы организации обучения математике (структура урока, организация самостоятельной работы и повторения, проверка знаний и т.п.), заложена основа для эффективного развития отечественного математического образования.

Перенесённые в советское время на обучение широких народных масс методические разработки педагогов второй половины XIX века дали потрясающий эффект. Школьное математическое образование в СССР было признано лучшим в мире. Итак, причины успехов в области преподавания математики — это распространение на широкие массы элитарного гимназичес-

кого образования. Ведь обучение в средних учебных заведениях до революции было доступно лишь избранным. Но избранным не в смысле способностей и талантов, а в смысле социального положения.

Место математики в школьном курсе

Каким же было школьное математическое образование до революции? Проведём сравнительный анализ преподавания математики в современной школе и дореволюционных средних учебных заведениях по трём основным показателям: время на обучение, содержание образования, результаты обучения.

В качестве примера возьмём классическую гимназию и реальное училище конца XIX века, с одной стороны, и современную школу, с другой. Классическая мужская гимназия была учебным заведением среднего звена, выпускные экзамены в которой (экзамены на аттестат зрелости) засчитывались как приёмные в университет. Выпускники гимназий в основном были ориентированы на карьеру чиновников, юристов, педагогов средней и высшей школы и т.п. Реальное училище также принадлежало к числу средних учебных заведений, но выпускникам не давалось право на поступление в университет. Выпускники реальных училищ были ориентированы в основной массе на инженерно-техническую работу, банковскую деятельность и т.п. Это были люди «реального дела»: торговцы, промышленники.

Как в гимназию, так и в реальное училище дети должны были приходить уже подготовленными. Существовали специальные под-

готовительные классы. Математика (арифметика, алгебра, геометрия, тригонометрия) преподавалась и в гимназии, и в реальном училище. Некоторое отличие было в подходах к изложению. Преподавание в классической гимназии строилось на основе систематического изучения теории. Обучение математике в реальном училище должно было опираться на практическое применение полученных знаний. Здесь более детально отработывалось решение задач: учащиеся реальных училищ должны были в дальнейшем активно использовать математические знания в своей профессии. Время, отводимое на математику в данных учебных заведениях, заметно отличалось (табл. 1).

В реальном училище дополнительно ко времени на математику прилагались и часы на черчение (по 2 часа) в 4, 5, 6 классах, где занимались решением задач на построение. Если учитывать только часы на математику, то на неё отводилось в реальном училище 18% учебного времени. Если учитывать ещё и часы черчения, то получается около 21,5% всего учебного времени.

Федеральный базисный учебный план современной школы предполагает две возможности изучения математики в старших классах: на базовом и профильном уровнях. Для тех, кто не связывает своё будущее с математикой и тех, кому математические знания необходимы в будущей профессии (табл. 2).

Из данных таблиц следует, что в настоящее время математика в базовом курсе занимает практически такое же место, какое она

Таблица 1¹

	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс	5 класс	6 класс	7 класс	8 класс	Время на математику ко всему учебному времени (%)
Время на обучение математике в гимназии 1890 г.	4	4	3	4	4	4	3	2	12,3%
Время на обучение математике в реальном училище 1888 г.	4	5	5	5 +2	5 +2	4 +2	3	—	18% 21,5% (с черчением)

¹ Данные для таблицы взяты из: Горбунов П.Е. Новые учебные планы и примерные программы (утвержденные 20 июля 1890 года) мужских гимназий и прогимназий. М., 1891. 167 с. Сборник постановлений по Министерству народного просвещения. СПб. Т. 10. 1490 с.

Таблица 2

	4 класс	5 класс	6 класс	7 класс	8 класс	9 класс	10 класс	11 класс	Время на математику ко всему учебному времени (%)
Базисный учебный план современной школы	4	5	5	5	5	5	4	4	13,8%
Примерный учебный план физико-математического профиля	4	5	5	5	5	5	6	6	15,5%

занимала в классической гимназии. В современной школе 13,8% от всего учебного времени (базовый курс), в классической гимназии 12,3% учебного времени. При этом показательно, что в отличие от современной школы в гимназии был весьма значителен отсев учащихся из-за неуспеваемости. Практически в каждом классе находились неуспевающие по математике ученики, которые ежегодно отчислялись. Когда в 1930-е гг. советская школа взяла за основу курс математики классической гимназии, то прежде всего было увеличено количество часов на преподавание математики. Это обеспечило возможность для освоения элитного когда-то курса математики широкому кругу детей трудящихся. Благодаря высокому уровню школьного математического образования наша страна стала впоследствии высокоразвитым государством с самыми передовыми технологиями.

Ведущая роль математики в школьном курсе, заложенная ещё в 1930-е гг., продержалась в нашей школе достаточно долго. В 1950-е гг., «золотое время школьной математики», на её обучение отводился 21% от всего учебного времени². По типовому плану 1985 г. время было несколько снижено (до 19,8%)³. Однако в начале 1990-х в связи с лозунгом «гуманитаризации» позиции математики были уже значительно ослаб-

лены (17,4%)⁴. При этом содержание курса математики значительно расширилось по сравнению с дореволюционной школой.

Математика готовых указаний

Сегодня курс математики дополнен по сравнению с курсом конца XIX века многими новыми линиями: функциональной линией в алгебре (реформа математического образования начала XX века), элементами математического анализа и аналитической геометрии, векторами (реформа А.Н. Колмогорова), недавно вошедшими в школьный курс элементами теории вероятностей и т.д.

Во второй половине XIX в. педагоги отказались от расширения содержания математического образования. «Многознайство», считали педагоги прошлого, только снижает воспитательную силу курсов. «Состав учебного курса и объём преподаваемого предмета определяются не принципом полезности и пригодности знаний в жизни, а требованиями общего образования..., которое достигается не «возможно широким» развитием преподаваемых знаний, хотя бы и самых полезных в жизни, а постепенным приучением детей к сосредоточенному, основательному и сознательному труду. ... при такой постановке ... учащиеся будут предохранены от поверхностного многознайства»⁵.

И именно поэтому во второй половине XIX века не были включены в курс средних учебных заведений элементы теории вероятностей, понятие функции. Хотя сторонники изучения элементов теории вероятностей в средних учебных заведениях были (К.Д. Краевич, Ф.И. Симашко).

Имеющая место сегодня мозаичность курса математики вызывает много вопросов.

² Подсчитано по данным из журнала «Советская педагогика», 1967. № 6.

³ Подсчитано по работе Ю.М. Колягина «Русская школа и математическое образование»: Наша гордость и наша боль. М.: Просвещение. 2001. С. 256.

⁴ Подсчитано по источнику: Бюллетень Государственного Комитета СССР по народному образованию. 1990. № 1. С. 17–18.

⁵ Боголюбов Н. Цель и средства нравственного воспитания // Педагогический Сборник. 1868. С. 446.

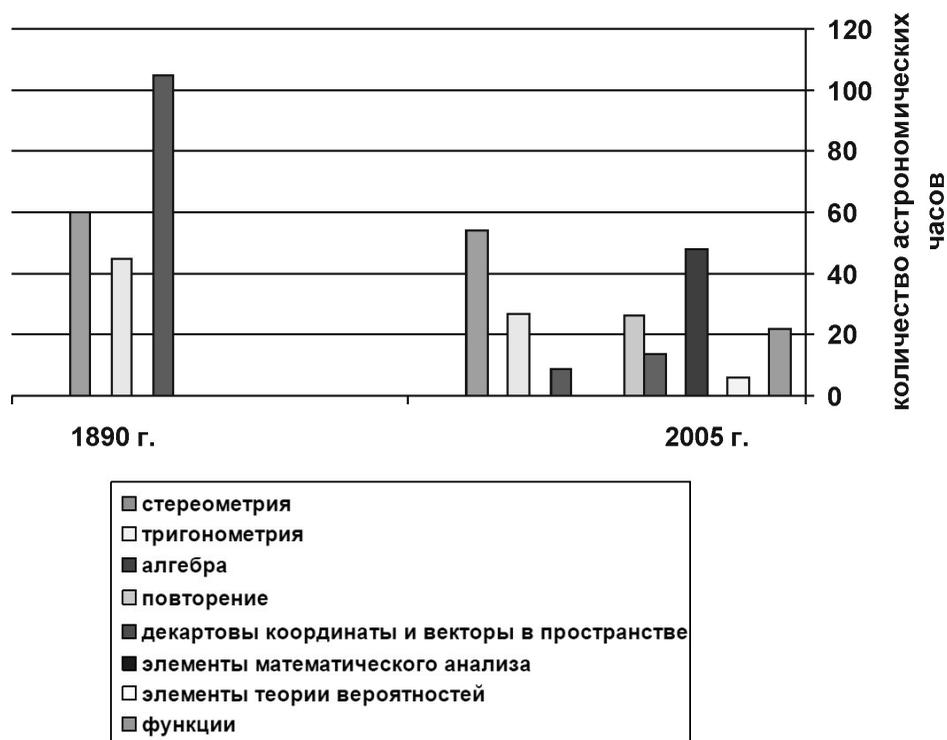


Рис. 1. Содержание курса математики в старших классах (XIX и XXI века)

Конечно, курс XIX в. содержал устаревший материал (например, вычисления значений логарифмов с помощью таблиц, задач на сложные проценты и ещё многое другое), который исключался постепенно из программ. Но всё исключение устаревшего не покрывает вносимого нового. Поэтому сегодня предполагается, что ряд новых тем и ряд вопросов прежних программ могут быть даны ознакомительно.

Снижение требований чётко просматривается уже на уровне *программного компонента*. Так, в программе классических гимназий XIX века преобладали формулировки: исследование, измерение, свойства, решение задач, иногда «решение несложных задач». В базовом обязательном минимуме современной школы преобладают формулировки: формулы, понятия, решение простейших уравнений (систем и т.д.). Явно снижается роль доказательства в преподавании математики. Отметим, что именно доказательность курса была особенно важна для классических гимназий XIX века, выпускники которых в большинстве своём не планировали становиться инженерами или математиками. Именно развитие культуры мышления ставила во главу угла старая школа.

Педагогами неоднократно отмечалось, что «цель математического курса состоит ... в образовании духа посредством математики»⁶. Любые внешне блестящие математические результаты учеников не признавались удовлетворительными, если не достигалась воспитательная цель обучения. «Какая польза будет от школы, если ученик выучится в ней только считать! Всякий человек может выучиться считать и без школы, а занимающийся торговлей всегда отлично считает. Школа должна дать больше. Научив счёту, она должна заставить вдуматься в делаемые вычисления и этим подействовать на ученика, вызвать к деятельности его душу. Только тогда влияние школы будет прочно»⁷.

К сожалению, у нас имеет сегодня место не усложнение содержания, а скорее тенденция к его размыванию, что порождает угрозу постепенной утраты чёткой структуры предмета математики, превращению его в мозаичный набор достаточно слабо связанных между собой элементов, изучаемых ознакомительно.

⁶ Педагогический Сборник. 1878. № 10. С. 47.

⁷ Русский начальный учитель. Приложение. 1880. С. 23–23.

Причём данная тенденция проявляется как в целом в курсе математики, так и по отношению к отдельным его разделам.

В этой связи возникает вопрос: не ведёт ли сегодняшнее ослабление доказательности курса к усилению информационной функции обучения в ущерб воспитательной? Математика всегда считалась основой в формировании логики мышления. «Упрощённая» математика превращается в набор готовых указаний. Забыв через несколько лет после выхода из школы оказавшиеся ненужными формулы, человек остаётся с выработанной в годы учения способностью некритичного восприятия информации, лёгкой внушаемостью и уверенностью в получении полноценного среднего образования.

ЕГЭ и экзамены на аттестат зрелости

Введение ЕГЭ ещё более усилило крен в сторону «математики готовых указаний». Отметим, что экзамены на аттестат зрелости в гимназиях XIX в. были направлены не столько на знание конкретных формул и умения их применять, а прежде всего на проверку способности экзаменуемого к самостоятельному мышлению. В ряде задач по математике на испытаниях зрелости встречались задачи с противоречивым условием, задачи с недостаточным количеством данных. Считалось, что «для лица, держащего испытание зрелости, недостаточно ещё уметь решить задачу, недостаточно выказать умение вычислять и пользоваться теми или иными правилами, нужно ещё сознательно и критически отнестись к самой задаче, взвесить её условия и их взаимное соотношение и показать в случае надобности вследствие каких причин задача не может быть решена... Это уже придаёт несколько иной характер познаниям ученика, — придаёт им характер самостоятельности и зрелой осмысленности»⁸.

⁸ Козловский С.А. Сборник 200 задач, служивших в 1873–1903 гг. темами на экзаменах зрелости. Белая Церковь, 1903.

⁹ Отчет о письменных испытаниях зрелости, произведенных в 1891 году в гимназиях Московского учебного округа. М., 1893. С. 208–232.

Для обеспечения объективности все работы на аттестат зрелости проверялись не только педагогами школ, но и преподавателем

университета. Первым проверял работу свой учитель. Он не только исправлял ошибки, но и мог указать в рецензии, как учился экзаменуемый. Мнение преподавателя всегда учитывалось. Решение выносилось комиссией. Проверялись, разумеется, не только ответы, а прежде всего и решения. За не полностью решённую задачу могла быть выставлена положительная отметка, если выпускник продемонстрировал способность к самостоятельному мышлению. Вместо целого ряда задач выпускнику классической гимназии предлагалось только 4 задачи, соответственно по арифметике, алгебре, геометрии, тригонометрии.

Приведём для примера задания по математике, выполненные на испытаниях на аттестат зрелости в 1891 г. по Московскому учебному округу.

По алгебре

Некоторая сумма денег должна быть уплачена пяти- и двухкопеечными монетами. Числа дюймов, содержащихся в диаметрах монет того и другого достоинства, выражаются корнями уравнения

$$\lg 20x - \frac{1}{2} \lg (220x - 117) = 1 - \lg 5$$

(При десятичной системе логарифмов)

Если центры этих монет будут лежать на прямой линии, а самые монеты соприкасаться друг с другом, то длина прямой будет равняться одному футу. Сколько нужно было уплатить денег?

По геометрии

Правильная пирамида, объём которой $V = 36$ куб. дюймов, а боковые грани наклонены к её квадратному основанию под углом в 45° , пересечена плоскостью, перпендикулярной к высоте и отстоящей на $\frac{1}{3}$ высоты, считая от вершины. Определить объём усечённого конуса, основаниями которого будут служить круги, описанные около основания пирамиды и около означенного сечения её ($\pi = 22/7$).

По тригонометрии

Разность двух сторон треугольника $a - b = 2\frac{1}{2}$ фута; углы, противоположные этим сторонам, соответственно равны $67^\circ 22' 48''$ и $28^\circ 4'$. Найти площадь треугольника⁹.

Естественно, возникает вопрос об объективности проводимых испытаний. Сегодня общество весьма охотно обсуждает вопросы коррупции в образовании. Понятно, что подобная ситуация не является открытием нашего времени. И в XIX веке присылаемые в запечатанных пакетах варианты экзаменационных работ выкрадывались, печати подделывались, а самими материалами гимназии торговали, предлагая их другим гимназиям, причём зачастую это делалось через прислугу директоров гимназий. Думается, при особом желании, смекалке и материальных средствах всегда можно было обойти самую изощрённую систему контроля. Но учебные учреждения не были ориентированы на стопроцентную успеваемость, поэтому неудовлетворительные баллы были возможны и при итоговых испытаниях.

Экзамены на аттестат зрелости как итоговые испытания за курс средней школы совершенствовались уже в XX столетии. Они были взяты на вооружение советской школой и сохранили лучшее из того, что было наработано ещё в XIX веке (обеспечение объективности оценки значительным числом лиц, проверявших работу; внимание, прежде всего, к решению задачи, а не к правильному ответу и др.). Система контроля достаточно неплохо работала до тех пор, пока с провозглашением обязательного среднего образования уже в 1970-х гг. не был взят курс на стопроцентную успеваемость любыми средствами.

Значительные сбои в работе системы выпускного контроля в школах и вступительного в вузах, проявившиеся в фактах коррупции и злоупотреблений, привели к идее ЕГЭ. Уже на этапе экспериментальной проверки обнаружилось многочисленных недостатков нововведения, на которые указывали наши известные учёные и педагоги. Но к ним не прислушивались. Введение ЕГЭ всё-таки состоялось: ныне это уже не эксперимент, а реальная практика. Поэтому теперь требуется приложить максимум усилий, чтобы по возможности преодолеть или как-то компенсировать имеющиеся недостатки.

Два экзамена в одном: XIX и XXI вв.

К сожалению, основная нагрузка, вся черновая работа при этом ложится на учителей

школ. Введение ЕГЭ требует весьма значительных корректировок в учебном процессе и должного материального обеспечения, по крайней мере, учебной литературой. Особые трудности — у учителей математики, именно перед ними стоят две разноплановые задачи. С одной стороны, необходимо подготовить всех учащихся к сдаче ЕГЭ (только математика и русский язык являются обязательными предметами для сдачи ЕГЭ). С другой стороны, важно обеспечить высокий уровень для учащихся, которые рассматривают ЕГЭ как пропуск в соответствующий вуз.

Сегодня мало известно, что экзамены на аттестат зрелости в гимназиях XIX в. так же, как и сейчас ЕГЭ, являлись вступительными экзаменами в университет. Приравнение выпускных экзаменов за курс гимназий к вступительным в университет состоялось в 1873 г. и мотивировалось необходимостью усиления контроля за уровнем подготовки поступающих в университеты. Однако совмещение двух экзаменов в XIX в. произошло более удачно, прежде всего, потому, что гимназии давали элитарное образование. Каждый год по итогам переводных экзаменов проходило отчисление неуспевающих. Очевидно, что до выпускного класса доходили лишь самые способные ученики. Или же ученики, родители которых могли позволить оплатить занятия с репетиторами. Педагогу XIX в. не нужно было бороться за стопроцентную успеваемость учащихся. Отсев считался нормой. Кроме того, в университеты XIX в. не было такого конкурса, как в некоторые современные учебные заведения. Поэтому и уровень экзаменационных заданий, в чём можно убедиться из приведённого выше примера, был несоизмерим с современными задачами С5–6.

Современный учитель математики вынужден ловить двух зайцев: подготовить класс так, чтобы все выпускники справились с ЕГЭ, и работать с учащимися, которые планируют поступить в профильные вузы. При реализации последней задачи учитель должен восполнять пробелы в изучении многих тем, не представленных в школьной программе, но входящих в КИМы и проверяющих наличие высокого уровня подготовки выпускников. Например, задания с параметрами, задания на решение уравнений и неравенств нестандартными способами.

Работа учителя, ко всему прочему, осложняется тем, что методические материалы, разрабатываемые специально для подготовки к ЕГЭ, порой недостаточно отработаны. В них имеются как явные ошибки, опечатки, так и просто некорректные формулировки задач.

Это ставит в сложное положение и опытных педагогов, но в особенности начинающих учителей. Сложившаяся ситуация способствует тому, чтобы большинство преподавателей пошли по «пути наименьшего сопротивления», предпочтя сложному процессу формирования математической культуры тренинг, «натаскивание», механическое выполнение стандартных примеров. В результате математика превращается в набор готовых указаний, исчезает её глубокая мировоззренческая суть, которая значительно более необходима ученикам. Зато учитель обеспечивает сдачу ЕГЭ на минимальном уровне большинству выпускников и, соответственно, отвечает требованиями, предъявляемым руководством. А те, кто собирается в профильный вуз? Не будем лукавить, здесь решение проблемы реально видится в индивидуальных или групповых занятиях на курсах, с репетиторами. Для решения заданий части С требуется специальная, очень серьёзная подготовка.

В результате репетиторство только ещё более усиливает свои позиции, разворачивается экстернат, а вот влияние школы значительно ослабевает. И это хотя ещё и достаточно скрытая, но очень негативная тенденция. Перефразируя педагогов прошлого можно сказать: «Всякий человек может подготовиться к ЕГЭ и без школы... Школа должна дать больше. ... она должна заставить вдуматься в делаемые вычисления и этим подействовать на ученика, вызвать к деятельности его душу. Только тогда влияние школы будет прочно». Но сможет ли подготовка к ЕГЭ «вызвать к деятельности» душу ученика?

В результате существует реальная опасность, что современные преобразования могут не просто привести к искусственному упрощению системы школьного математического образования, но и снизить роль школы как социального института в целом. Однако современная ситуация всё ещё является бифуркационной. Направить разви-

тие школьного образования на восходящую ветвь возможно, поскольку в её основе заложен значительный положительный потенциал наших предшественников.

Старые традиции или перспектива будущего?

Конечно, сегодня не может идти речь о буквальном копировании системы математического образования ни 1950-х гг., ни конца XIX века. Думается, что, говоря о сохранении отечественных традиций в школьном математическом образовании, речь должна идти не о копировании, а о сохранении ведущих идей, определяющих стратегию развития. Действительно, многие идеи педагогов прошлого (о доказательной строгости, идейной законченности и структурной целостности курса) не потеряли своего значения и в настоящее время. Более того, возвращение к идейной основе, на практике подтвердившей свою эффективность, позволит сегодня изменить вектор развития образования. Ведь избежать опасности искусственного упрощения системы школьного математического образования можно, если сознательно и недекларативно вернуться к традиционным основам отечественного школьного образования, базирующегося на понимании системообразующего значения математики в школьном курсе при усилении значения воспитательных целей обучения.

Вышесказанное предполагает прежде всего:

- сохранение стабильности ядра содержания курса математики, постановку во главу угла *не обширности курса*, а чёткой последовательности и *логичной стройности*, предоставляющей возможность *раскрыть* начала изучаемой науки;
- уточнение времени на преподавание современного школьного курса математики;
- постепенный отход от практики «стопроцентной успеваемости», в том числе и на ЕГЭ, при чётком понимании того, что обеспечение объективности контроля определяется не формой его проведения, а ситуацией в обществе в целом. Даже самая эффективная проверка будет давать сбои, если она не подкреплена имеющимися социальными реалиями. □