PI_4_2012_ °.qxd 12.02.2013 16:07 Page 89

МАТЕМАТИКА В ВУЗЕ: КВАНТОВАНИЕ ТЕКСТА И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ (НА ПРИМЕРЕ ТЕМЫ «МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ»). Для студентов вузов

Татьяна Черняева
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Иркутский государственный университет путей сообщения»
chetn2005@yandex.ru

Определение матрицы

Матрицей называется упорядоченная по строкам и столбцам совокупность чисел. Числа, входящие в состав матрицы, — это *элементы матрицы.*

Для обозначения матрицы используются сдвоенные вертикальные чёрточки или круглые скобки. Например:

$$\begin{Vmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 2 & 7 & 11 \\ 38 & 4 & 6 \end{Vmatrix} \text{ или } \begin{pmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 2 & 7 & 11 \\ 38 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

Размерность матриц

Каждая матрица имеет свою размерность. Размерность матрицы определяется числом строк и столбцов матрицы.

$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ — матрица размерностью 2×2 (2 строки и 2 столбца),

$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ — матрица размерностью 3×3.

Квадратная матрица

Квадратной называется матрица, в которой число строк совпадает с числом столбцов.

Пример квадратной матрицы: $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$. (1.1)
Её порядок равен двум.

Диагонали матрицы

В матрице $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ элементы $a_{11}a_{22}$ образуют главную диагональ, элементы $a_{11}a_{22}$ образуют побочную диагональ.

Определители

Каждой квадратной матрице порядка *n* можно однозначно поставить в соответствие число, которое называется *определителем n-го порядка* данной матрицы.

Определители второго порядка

Определителем второго порядка, соответствующим матрице (1.1), называется число, равное $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$ и обозначаемое символом $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$, или можно ввести обозначение $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$.

Тогда
$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}. \quad (1.2)$$

Элементы, составляющие матрицу данного определителя, называются *элементами этого определителя.*

Вычисление определителя второго порядка

Определитель второго порядка равен произведению элементов, стоящих на главной диагонали, минус произведение элементов, стоящих на побочной диагонали.

Равенство нулю определителя

Утверждение: для того, чтобы определитель второго порядка был равен нулю, необходимо и достаточно, чтобы элементы его строк (или соответственно его столбцов) были пропорциональны.

Определители третьего порядка

Квадратная матрица, состоящая из девяти элементов:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}. \quad (1.3)$$

Её называют квадратной матрицей третьего порядка.

Определителем третьего порядка, соответствующим матрице (1.3), называется число, равное сумме произведений

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{21}a_{12}a_{33} - a_{32}a_{23}a_{11} \quad (1.4)$$

Такая сумма представляет определитель, который обозначается символом

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} +$$
$$+ a_{12}a_{23}a_{31} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{21}a_{12}a_{33} - a_{32}a_{23}a_{11}. \quad (1.5)$$

Задания в тестовой форме

Вашему вниманию предлагаются задания, в которых может быть один, два, три и большее число правильных ответов. Нажимайте на клавиши с номерами всех правильных ответов:

1. МАТРИЦЫ

1) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$

3) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$

4) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

5) $\begin{Vmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 2 & 7 & 11 \\ 38 & 4 & 6 \end{Vmatrix}$

6) $\begin{pmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 2 & 7 & 11 \\ 38 & 4 & 6 \end{pmatrix}$

2. УПОРЯДОЧЕННАЯ ПО СТРОКАМ И СТОЛБЦАМ СОВОКУПНОСТЬ ЧИСЕЛ НАЗЫВАЕТСЯ

1) матрицей
2) диагональю
3) определителем
4) значением определителя

3. МАТРИЦА СОСТОИТ ИЗ

1) чисел
2) элементов
3) знаков
4) словосочетаний

4. ЕСЛИ ЧИСЛО СТРОК {равно числу столбцов, больше числа столбцов, меньше числа столбцов}, ТО МАТРИЦА НАЗЫВАЕТСЯ

1) квадратной
2) прямоугольной

5. ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ВТОРОГО ПОРЯДКА РАВЕН НУЛЮ, ЕСЛИ

1) строки пропорциональны
2) столбцы пропорциональны
3) число строк равно числу столбцов
4) число строк не равно числу столбцов

6. МАТРИЦА { $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ } СОСТОИТ ИЗ

1) двух
2) трёх
3) четырёх
4) пяти
5) шести
6) девяти

ЭЛЕМЕНТОВ

МАТРИЦА { $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, } $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$

1) квадратная
2) прямоугольная

7. $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$

1) матрица
2) определитель
3) квадратная матрица
4) главная диагональ
5) побочная диагональ

8. ЕСЛИ {строки, столбцы} ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ, ТО ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ
1) равен нулю
2) положителен
3) отрицателен

9. МАТРИЦА – СОВОКУПНОСТЬ ЧИСЕЛ
1) упорядоченная по строкам и столбцам
2) переставляемая по строкам
3) переставляемая по столбцам

10. ЧИСЛО, РАВНОЕ $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$, НАЗЫВАЕТСЯ
1) определителем второго порядка, соответствующим матрице
2) матрицей

11. ЧИСЛО, РАВНОЕ $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$, ЕСТЬ

1) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$
2) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$

12. ЧИСЛО, РАВНОЕ $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$

$\{a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{21}a_{12}a_{33} - a_{32}a_{23}a_{11}\}$, ЕСТЬ

1) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$

2) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ 4) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

12а. ЧИСЛО, РАВНОЕ

$$a_{11}a_{22}a_{33}+a_{21}a_{32}a_{13}+a_{12}a_{23}a_{31}-a_{31}a_{22}a_{13}-a_{21}a_{12}a_{33}-a_{32}a_{23}a_{11}$$

ЕСТЬ

5) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$

6) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ 8) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

13. ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ $\begin{pmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 2 & 7 & 11 \\ 38 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ РАВЕН

1) 5
2) 0
3) –5
4) 1000
5) 1026
6) –1000
7) –1026

14. ПРОИЗВЕДЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ, СТОЯЩИХ НА ГЛАВНОЙ ДИАГОНАЛИ, МИНУС ПРОИЗВЕДЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ, СТОЯЩИХ НА ПОБОЧНОЙ ДИАГОНАЛИ, ДАЁТ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ

1) второго
2) первого
3) третьего

ПОРЯДКА

15. ПРОИЗВЕДЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ, СТОЯЩИХ НА ГЛАВНОЙ ДИАГОНАЛИ, МИНУС ПРОИЗВЕДЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ, СТОЯЩИХ НА ПОБОЧНОЙ ДИАГОНАЛИ, ДАЁТ

1) определитель второго
2) матрицу второго
3) определитель третьего
4) матрицу третьего

ПОРЯДКА

16. УПОРЯДОЧЕННАЯ ПО СТРОКАМ И СТОЛБЦАМ СОВОКУПНОСТЬ ЧИСЕЛ НАЗЫВАЕТСЯ ______________.