Михаил Яковлевич Арест,

магистр математики, доктор психологии, г. Хайфа, Израиль

КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ В ДЕТСКОМ САДУ

Многие из нас помнят, что в старших классах при изучении стереометрии учительница математики приносила в класс геометрические тела: многогранники и круглые тела. В курсе стереометрии перед нами ставились три основные задачи:

1) расчёт величин площадей поверхностей и объёмов в пространственных геометрических фигурах;

2) построение сечений с помощью секущих плоскостей и решение разных задач, связанных с этими сечениями;

3) построение различных комбинаций из геометрических тел: одни многогранники вписаны в другие, одни круглые тела вписаны в другие, круглые тела вписаны в многогранники и т.д.

При решении всех этих задач мы сталкивались со следующими трудностями:

1. Как с помощью нарисованной плоской геометрической фигуры увидеть в ней пространственную геометрическую фигуру?

2. Как провести секущую плоскость, проходящую через заданные точки и после этого увидеть сечение?

3. Как увидеть комбинацию геометрических тел?

Трудности появлялись потому, что у нас не развивали пространственное воображение.

Что же касается геометрических тел, то последнее воспоминание, которое у нас оставалось, было связано с конструкторами, в которых указанные геометрические тела рассматривались, как строительный материал, а не геометрическое тело.

Происходило так, потому что те, кто занимались математическим образованием детского сада, не слышали высказывание Ф. Энгельса о том, что пространственные материальные формы и количественные отношения между ними составляют основу математики[1]. Все знали, что изучение математики начинается с применения математической символики. А тот уровень познания, о котором говорил Ф. Энгельс, относился к сенсорному познавательному уровню, которым серьёзно никто не занимался. Почему же именно в настоящее время понадобилось вернуться к сенсорному познавательному уровню?

Особенность сенсорного познания математики и роль пространственных материальных тел

В настоящее время начинаем понимать важнейшее значение раннего развития. Зная, что математическое образование принципиально строится на символическом познавательном уровне, некоторые из разработчиков («Стосчет» Н. Зайцева, карточки с точками и цифрами Г. Домана) пытаются распространить символический уровень на раннее развитие. Понятно, что системно им это сделать не удаётся: попробуйте символически объяснить алгебру и геометрию, а также основы анализа младшим дошкольникам? Поэтому они пытаются перенести часть программы начальной школы в детский сад.

Казалось бы, мы имеем дело с пропедевтикой основных математических понятий, которые готовят ребёнка к пониманию математики в начальной школе. На самом деле это далеко не так: переступая через сенсорный уровень познания, мы форсируем переход на абстракцию и при этом теряем образность на простейшем уровне на материальном образе.

Непрерывное математическое образование настойчиво требует от нас изменить подход к познавательному развитию. Это означает смену концепции в познавательном развитии. Если до сих пор источник такого развития находился вне ребёнка и таким источником были родители, воспитатели детского сада, учителя, то новая концепция требует, чтобы ребёнок был собственным источником познавательного развития.

Таким образом, в новой концепции мы должны создать обстановку, где ребёнок будет занят процессом познания самостоятельно. При переходе ко второй концепции развития процесс познания движется по пространственной спирали: сенсорное, образное, символическое, понятийное познание.

Математическое образование в детском саду является не дошкольным, а базовым. Поэтому вместо привычного термина «дошкольное образование» правильнее употреблять термин «школа начального развития», введённый к.п.н. Т. Акбашевым.

---

[1] *Ф. Энгельс.* Диалектика природы. М.: Госполитиздат, 1953.

Склеивание и рассечение

Операции с кубом

Кубом мы назовём обычный куб с длиной ребра не меньше 3 см. Поставим задачу: построить куб с помощью соединения двух одинаковых фигур. В результате получаем новые фигуры: прямоугольный параллелепипед и треугольную призму, в основании которой находится прямоугольный равнобедренный треугольник.

Поставим новую задачу: построить куб соединением трёх одинаковых пространственных тел. В этом случае мы получим специфическую четырёхугольную пирамиду, величина которой составляет треть от величины куба. Впервые такую пирамиду по заказу автора этой статьи получил его сын программист Марк Арест. Такая пирамида, как деталь конструктора, никем ранее не производилась.

Можно поставить задачу о разрезании куба на большее число одинаковых частей. Возможность и невозможность в решении такой задачи будет развивать пространственное воображение детей на этапе раннего развития.

От многоугольной пирамиды к цилиндру и конусу

Мы начнём с конструирования призм, в основании которых находится правильный многоугольник, используя при этом призмы, в основании которых находится равнобедренный треугольник с меняющимся углом при вершине, но постоянными боковыми сторонами.

Первая треугольная призма представляет призму высотой 10 см, в основании которой находится равнобедренный треугольник с углом 120° при вершине и с боковыми сторонами 5 см. Из трёх таких призм составляется призма, в основании которой находится правильный треугольник со стороной 8,7 см.

Вторая треугольная призма представляет призму высотой 10 см, в основании которой находится равнобедренный треугольник с углом 90° при вершине и с боковыми сторонами 5 см. Из четырёх таких призм составляется призма, в основании которой находится квадрат со стороной 7,1 см.

Третья треугольная призма представляет призму высотой 10 см, в основании которой находится равнобедренный треугольник с углом 72° при вершине и с боковыми сторонами 5 см. Из пяти таких призм составляется призма, в основании которой находится правильный пятиугольник со стороной 5,9 см.

Четвёртая треугольная призма представляет призму высотой 10 см, в основании которой находится равнобедренный треугольник с углом

60° при вершине и с боковыми сторонами 5 см. Из шести таких призм составляется призма, в основании которой находится правильный шестиугольник со стороной 5 см.

Пятая треугольная призма представляет призму высотой 10 см, в основании которой находится равнобедренный треугольник с углом 45° при вершине и с боковыми сторонами 5 см. Из восьми таких призм составляется призма, в основании которой находится правильный восьмиугольник со стороной 3,8 см.

Шестая треугольная призма представляет призму высотой 10 см, в основании которой находится равнобедренный треугольник с углом 40° при вершине и с боковыми сторонами 5 см. Из девяти таких призм составляется призма, в основании которой находится правильный девятиугольник со стороной 3,4 см.

Седьмая треугольная призма представляет призму высотой 10 см, в основании которой находится равнобедренный треугольник с углом 36° при вершине и с боковыми сторонами 5 см. Из десяти таких призм составляется призма, в основании которой находится правильный десятиугольник со стороной 3,1 см.

Восьмая треугольная призма представляет призму высотой 10 см, в основании которой находится равнобедренный треугольник с углом 30° при вершине и с боковыми сторонами 5 см. Из двенадцати таких призм составляется призма, в основании которой находится правильный двенадцатиугольник со стороной 2,6 см.

Теперь перейдём к построению многоугольных пирамид из треугольных пирамид, основание которых также составляет равнобедренный треугольник с меняющимся углом при вершине, но постоянными боковыми сторонами.

Первая треугольная пирамида представляет пирамиду высотой 10 см и боковым ребром 11,2, в основании которой находится равнобедренный треугольник с углом 120° при вершине и с боковыми сторонами 5см. Из трёх таких пирамид составляется пирамида, в основании которой находится правильный треугольник со стороной 8,7 см.

Вторая треугольная пирамида представляет пирамиду высотой 10 см и боковым ребром 11,2, в основании которой находится равнобедренный треугольник с углом 90° при вершине и с боковыми сторонами 5 см. Из четырёх таких пирамид составляется пирамида, в основании которой находится квадрат со стороной 7,1 см.

Третья треугольная пирамида представляет пирамиду высотой 10 см и боковым ребром 11,2, в основании которой находится равнобедренный треугольник с углом 72° при вершине и с боковыми сторонами

5 см. Из пяти таких призм составляется призма, в основании которой находится правильный пятиугольник со стороной 5,9 см.

Четвёртая треугольная пирамида представляет пирамиду высотой 10 см и боковым ребром 11,2, в основании которой находится равнобедренный треугольник с углом 60˚ при вершине и с боковыми сторонами 5 см. Из шести таких пирамид составляется пирамида, в основании которой находится правильный шестиугольник со стороной 5 см.

Пятая треугольная пирамида представляет пирамиду высотой 10 см и боковым ребром 11,2, в основании которой находится равнобедренный треугольник с углом 45˚ при вершине и с боковыми сторонами 5 см. Из восьми таких пирамид составляется пирамида, в основании которой находится правильный восьмиугольник со стороной 3,8 см.

Шестая треугольная призма представляет призму высотой 10 см, в основании которой находится равнобедренный треугольник с углом 40˚ при вершине и с боковыми сторонами 5 см. Из девяти таких пирамид составляется пирамида, в основании которой находится правильный девятиугольник со стороной 3,4 см.

Седьмая треугольная пирамида представляет пирамиду высотой 10 см и боковым ребром 11,2, в основании которой находится равнобедренный треугольник с углом 36˚ при вершине и с боковыми сторонами 5 см. Из десяти таких пирамид составляется пирамида, в основании которой находится правильный десятиугольник со стороной 3,1 см.

Восьмая треугольная пирамида представляет пирамиду высотой 10 см и боковым ребром 11,2, в основании которой находится равнобедренный треугольник с углом 30˚ при вершине и с боковыми сторонами 5 см. Из двенадцати таких пирамид составляется пирамида, в основании которой находится правильный двенадцатиугольник со стороной 2,6 см.

Пропедевтическое значение конструкторов

Многоугольная призма постепенно переходит в цилиндр, а многоугольная пирамида в конус. В таком движении становится понятным, что угольность является мерой сложности: чем больше угольность, тем сложнее призма и пирамида. Мера гладкости (антиугольность) измеряется угольностью. Если количество углов выражает шаг продвижения призмы к цилиндру и пирамиды к конусу, то такая постепенность пропедевтик подводит к пониманию производной. Таким образом, указанные пространственные тела подводят дошкольников к основному понятию анализа «производной». Кроме того, конструктор позволяет определить количественные отношения между величинами разных углов. Нахождение такой связи становится пропедевтикой к пониманию тригонометрии. Конструктор знакомит детей с основными представителями большого тригонометрического круга. Знакомство детей с правильными многоугольниками — пропедевтика для понимания планиметрии.

Таким образом, можно заключить, что предложенные конструкторы позволяют познакомить детей в детском саду с многогранниками, их строением и связью с круглыми телами, а также знать величину объёма пирамиды. Предложенные конструкторы — пропедевтика к пониманию важнейшего понятия анализа предела через последовательность геометрических фигур.