

# В поиске путей развития математической грамотности учащихся<sup>1</sup>

**Рослова Лариса  
Олеговна**

кандидат педагогических наук, руководитель Центра развития образования Российской академии образования, roslova@raop.ru

**Ключевые слова:** исследование PISA, оценка математической грамотности, анализ результатов, виды познавательной деятельности, уровни математической грамотности.

Цель исследования PISA оценить готовность учащихся к применению математики в повседневной жизни. Результаты исследования, проводимого циклами в 3 года, дают ответы на два главных вопроса:

- изменяется ли состояние российского математического образования с позиций международных стандартов, которые базируются на компетентностном подходе;
- в каком направлении целесообразно совершенствовать российское математическое образование?

Ответ на первый из них напрямую следует из результатов исследования 2015 года: положительные тенденции в результатах российских учащихся 15-летнего возраста по всем направлениям математической грамотности за 15 лет участия России в исследовании PISA впервые позволили им оказаться в интервале значений, статистически значимо не отличающихся от среднего результата по странам ОЭСР. Для ответа на второй вопрос следует провести анализ результатов по различным критериям, выделенным в исследовании.

Математическая грамотность, согласно используемому в исследовании определению, — это способность человека формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она включает в себя умения использовать математические понятия, процедуры и факты для описания объектов и явлений окружающей действительности, проводить математические рассуждения, высказывать обоснованные суждения.

В исследовании PISA выделены 6 уровней математической грамотности. В соответствии с этой шкалой 81% российских 15-летних учащихся продемонстрировали готовность адекватно применять математические знания и умения, они достигли порогового, 2-го уровня, или превысили его. Для сравнения: в странах ОЭСР таких учащихся 77%. Для понимания динамики процесса отметим, что с 2003 года число учащихся с низким уровнем математической грамотности (ниже 2-го уровня) уменьшилось с 30 до 19%.

Что касается группы наиболее успешных, то 9% российских учащихся обладают высоким уровнем математической грамотности (5–6-й уровень). Они могут

<sup>1</sup> Статья базируется на материалах, предоставленных Центром оценки качества образования ФГБНУ «ИСПО РАО», который является национальным координатором международного исследования PIRLS в России.

осмыслить, обобщить и использовать информацию, полученную ими на основе исследования и моделирования сложных проблемных ситуаций, могут использовать информацию из разных источников, представленную при этом в различной форме. Для сравнения: в странах ОЭСР 10,4% учащихся продемонстрировали самые высокие уровни математической грамотности, а в группе лидирующих стран — от 25% до 35%. Здесь огорчают не только отставание от стран ОЭСР и большой разрыв между показателем россиян и лидеров исследования, но и динамика процесса: за период с 2003 года число 15-летних учащихся с высоким уровнем математической грамотности увеличилось незначительно с 7 до 9%.

Попытаемся разобраться, почему это происходит, каких компонентов математической подготовки недостаёт нашим учащимся. Для этого рассмотрим отдельно группу заданий, при выполнении которых российские учащиеся демонстрируют высокие результаты, и группу заданий с низкими результатами.

**Что проверяют задания, при выполнении которых российские учащиеся демонстрируют высокие результаты.**

Одним из критериев оценки заданий в исследовании PISA является *вид познавательной деятельности*. Их три:

- *формулировать ситуации математики* включает способность распознавать и выявлять возможности использовать математику, принять имеющуюся ситуацию и трансформировать её в форму, поддающуюся математической обработке, создавать математическую модель, отражающую особенности описанной ситуации;

- *применять математику* включает способность применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения и инструменты для получения решения или выводов;

- *интерпретировать* включает способность размышлять над математическим решением или результатами, интерпретировать и оценивать их в контексте реальной проблемы.

По данному критерию можно выявить некоторую закономерность, рассматривая задания, которые выполняются нашими учащимися наиболее успешно. Среди выделенных заданий 7 относятся к виду деятельности «применять» и 2 задания к виду деятельности «формулировать», и ни одно задание

этой группы не относится к виду деятельности «интерпретировать». Можно сделать вывод, что наилучших успехов российские школьники добиваются там, где надо применять знания, и им не удаётся превысить средние показатели там, где требуется интерпретация. Следовательно, они испытывают затруднения там, где надо выполнить перевод математического решения в контекст реальной проблемы, оценить реальность и разумность решения или провести рассуждения в контексте проблемы, разработать объяснение или аргументацию с учётом контекста проблемы.

Проанализируем задачу из рассматриваемой нами категории заданий, выполненных российскими участниками существенно лучше среднего уровня.

**Задание «Сумасшедшие муравьи»**

Область математического содержания: количество.

Познавательная деятельность: применять.

Контекст: научная деятельность.

Уровень — 3.

Результаты: РФ 66% (61% в 2012 году), средний процент 57.

Если не обращать внимания на вводный текст, который задаёт контекст, то это просто стандартная школьная задача на нахождение процента от заданной величины. Более того, задача может быть решена, даже если вводный текст не будет прочитан вовсе. Результат требуется округлить, при этом вычисления вполне могут быть произведены устно при определённой тренировке в виде традиционных устных упражнений, практикуемых нашими учителями в начале урока.

Можно сделать вывод, что такого рода задание базового уровня выполняют две трети российских школьников. И хотя имеет место прирост в 5% по сравнению с 2012 годом, что не может не радовать, результат нельзя считать удовлетворительным, так как получается, что треть россиян будут в скором времени лишены возможности правильно пользоваться кредитами и следить за выплачиваемыми налогами.

Следующее задание интересно тем, что оно нетрадиционно для наших систем задач.

**Задание «Штрафы»**

Область математического содержания: количество.

Познавательная деятельность: применять.

Контекст: общественная жизнь.

Уровень 3.

Результаты: РФ 63% (60% в 2012 году), средний процент 53.

Суть задания в том, чтобы в конкретной заданной ситуации воспользоваться некоторым правилом, которое представлено в табличной форме. Задано максимально разрешённое значение некоторой величины и конкретное её значение; в таблице по некоторым интервалам представлены правила, по которым считают величину штрафа в каждом случае. Таким образом, надо выполнить следующие действия:

- 1) вычислить величину превышения максимально допустимого значения;
- 2) по таблице найти строку, соответствующую этому значению превышения;
- 3) прочитать правило, по которому начисляется штраф, или разобрать приведённый ниже в таблице конкретный пример;
- 4) составить по приведённому правилу формулу для вычисления величины штрафа;
- 5) выполнить вычисления по формуле.

Принципиально сложного в задании ничего нет, и такого рода ситуации могут встречаться в реальной жизни достаточно часто, однако оно довольно разнообразно и по видам действий, и по их количеству. Справились с заданием, как и с предыдущим, примерно две трети учащихся. Прирост по сравнению с 2012 годом нельзя считать значительным, что и закономерно в силу отсутствия подобного рода задач в наших учебниках и учебных материалах, в том числе и для подготовки к ГИА.

Учитывая результаты и изложенные соображения, приходится делать вывод о том, что для одной трети учащихся применение математических знаний в реальных ситуациях представляет серьёзную проблему. А значит, надо искать время, методы, а также и содержание для того, чтобы обучать этому в школе, а не надеяться на то, что с годами всё придёт само собой. Возможно, частично помогут мероприятия, связанные с внедрением проблематики по финансовой грамотности, поскольку она имеет непосредственное отношение к задачам на вычисление налогов и штрафов.

***Что проверяют задания, при выполнении которых российские учащиеся демонстрируют низкие результаты.***

К заданиям с низкими результатами отнесены те задания, в которых российские участ-

ники показали результаты ниже средних процентов по всей выборке стран-участниц не менее чем на 5%.

В этой группе 9 заданий с уровнем сложности от 3 до 6. Представлены все три названных выше вида деятельности, причём равномерно. Представлены все 4 контекста, выделенные в исследовании: личная жизнь, образование/профессиональная деятельность, общественная жизнь и научная деятельность (вопросы теории). Таким образом, по этим критериям закономерности выделить не удаётся.

Важно отметить, что в группу заданий с низкими результатами попали отдельные вопросы различных заданий, то есть не было задания, которое целиком оказалось бы выполненным плохо. Это означает, что каждая описанная ситуация, постановка проблемы внутри этой ситуации учащимся была понятна, и не она привела к затруднениям.

Проблема лежит в другой плоскости: *все* задания этой группы принадлежат к одной области математического содержания «*Неопределённость и данные*». Области содержания «*Изменение и зависимости*», «*Пространство и форма*» и «*Количество*» в этом смысле являются более благополучными. Возможно, на это повлияли акценты, сделанные за последние годы в ОГЭ: я имею в виду акценты на формирование вычислительных умений, работу с формулами и «возврат» геометрии. При этом включение заданий по вероятностно-статистической линии не повлияло на ситуацию в сторону её улучшения. Более того, имеет место одно малоприятное наблюдение: в 2012 году 5 из 9 заданий этой группы выполнялись российскими учащимися лучше на 2–8%, чем в 2015 году.

В число задач с низкими результатами попали задания, в которых речь идёт о работе с информацией, представленной в таблице. При этом надо отметить, что результаты их выполнения не просто ниже средних международных результатов, но и невысоки по абсолютному значению. Задания на чтение таблиц представлены среди заданий ГИА-9, однако экзаменационные задания, как правило, проще. Они состоят в том, чтобы извлечь информацию, содержащуюся в таблице, при этом интерпретация информации или её преобразование, не говоря уже об использовании для нахождения иных величин, не требуется, достаточно найденное значение записать в от-

вет. Видимо, в этом причина снижения результата в одном из двух заданий, представленных ниже.

*Задание «Данные о занятости», вопрос 2*

Область математического содержания: неопределённость и данные. Познавательная деятельность: применять.

Контекст: общественная жизнь.

Уровень 5.

Результаты: РФ 22% (20% в 2012 году), средний процент 29.

В задании требуется разобраться с введённым в нём понятием «рабочая сила» и найти с помощью таблицы этот показатель для определённой территории, для чего надо просуммировать величины из двух клеток одной строки таблицы. С такого рода данными и похожими таблицами учащиеся могли встречаться в курсе географии, в задачниках по математике таких заданий нет или почти нет. Возможно, принципиально то, что надо вычислить сумму по определённым клеткам строки. Чаще случается, что если находят сумму, то по всей строке.

*Задание «Данные о занятости», вопрос 4*

Область математического содержания: неопределённость и данные.

Познавательная деятельность: формулировать.

Контекст: общественная жизнь.

Уровень 3.

Результаты: РФ 39% (43% в 2012 году), средний процент 44.

В этом задании требуется извлечь необходимую информацию из таблицы и преобразовать её в заданном контексте: прикинуть плотность населения, исходя из визуальной оценки площади фигуры и численности населения. Довольно необычное задание на прикидку и сравнение 4 значений. В наших задачниках, сборниках и экзаменах аналогичных заданий нет.

Есть здесь и ещё одно соображение. Эти задания отнесены к разным уровням: первое к пятому, что говорит о том, что оно имеет довольно высокую сложность; второе к третьему, то есть это несложное задание, близкое по этому критерию к базовому. Получается, что сложное задание стали выполнять лучше, а менее сложное хуже. Такое изменение может быть вызвано методическими причинами. Например тем, что то содержание обучения, которое предлагается учащимся последние годы, а также и методические подходы

к его преподаванию положительно воспринимаются более сильными учащимися и негативно более слабыми: для одних создаются условия для того, чтобы справляться с более сложными задачами, для других трудности, которые не позволяют освоить то, с чем они справлялись ранее.

Интересно сравнить результаты двух уже рассмотренных заданий по работе с таблицами (задание «Данные о занятости») с результатами ещё одного задания, суть которого также в извлечении информации, но представленной на гистограмме (задание «Налоги»).

*Задание «Налоги»*

Область математического содержания: неопределённость и данные.

Познавательная деятельность: применять.

Контекст: общественная жизнь.

Уровень 4.

Результаты: РФ 32% (24% в 2012 году), средний процент 39.

Задание на чтение гистограммы: правильное извлечение информации с учётом заданного неравенством условия, что приводит к суммированию данных по двум столбцам гистограммы. Хотя оно и выполнено примерно на том же уровне, что и задание «Данные о занятости», однако здесь очевиден заметный прирост по сравнению с 2012 годом. Действительно, гистограммы стали появляться в наших учебниках математики совсем недавно только с введением вероятностно-статистической линии, которое произошло в 2004 году.

Проанализируем задание, связанное со статистическими характеристиками.

*Задание «Прыжки в воду»*

Область математического содержания: неопределённость и данные.

Познавательная деятельность: интерпретировать.

Контекст: общественная жизнь.

Уровень 4.

Результаты: РФ 33% (37% в 2012 году), средний процент 41.

Задание проверяет понимание свойств среднего арифметического, правда, используется словосочетание «среднее значение», понимание зависимости изменения среднего значения от распределения значений в наборе данных. Кроме отсутствия привычного термина, в задании много текста, что делает его более сложным. Снова видим снижение результата: в 2012 году задание выполнено лучше на 4%.

Интересно проанализировать и сравнить 2 задания, связанные с проверкой умения преобразовывать информацию, переформулировать, структурировать её, применять для этого логические рассуждения или, возможно, моделировать схематически.

*Задание «Анализ на грипп», вопрос 1*

Область математического содержания: неопределённость и данные.

Познавательная деятельность: интерпретировать.

Контекст: научная деятельность.

Уровень 4.

Результаты: РФ 26% (34% в 2012 году), средний процент 42.

Задание направлено на проверку умения структурировать информацию, делить данные на непересекающиеся множества, интерпретировать и переформулировать информацию, после чего выбирать требуемую. Задание средней сложности по международной шкале, но явно нестандартное для российских учащихся. Можно считать его проверкой на наличие у учащихся логики и здравого смысла. Странно, но результат существенно ниже результата 2012 года на 8%. Получается, что за 3 года потеряно какое-то необходимое качество, ведь шаблонные задания стали выполнять даже несколько лучше. Значит ли это, что умение размышлять стало менее востребованным?

*Задание «Анализ на грипп», вопрос 4*

Область математического содержания: неопределённость и данные.

Познавательная деятельность: формулировать.

Контекст: научная деятельность.

Уровень 5.

Результаты: РФ 12% (9% в 2012 году), средний процент 20.

Сложное задание на определение шанса на основе статистики. Для чего требуется не только сложить шансы двух независимых событий, но, прежде этого, структурировать информацию, разделив на непересекающиеся множества (с этим справилось, как видно из предыдущего задания, около четверти учащихся), а затем и вычислить проценты от процентов. Понятно, что справиться могут только хорошо подготовленные учащиеся, и приятно, что их число не уменьшилось за 3 года, а даже чуть-чуть возросло; огорчает, что их существенно меньше среднего по всем странам-участницам.

Перейдем к элементам теории вероятностей. Понятие вероятности продолжает оставаться новым для российской школы, поэтому особенно интересно посмотреть, как происходит освоение этого материала, какова тенденция здесь. Приходится отмечать, что пока все задания попадают в область заданий, результаты выполнения которых нашими учащимися ниже средних по исследованию.

Проанализируем 2 задания.

*Задание «Наклейки»*

Область математического содержания: неопределённость и данные.

Познавательная деятельность: формулировать.

Контекст: профессиональная деятельность.

Уровень 5.

Результаты: РФ 16% (18% в 2012 году), средний процент 21.

Задача требует применения понятия вероятности случайного события и вычисления вероятности случайного события. Она похожа на те задачи, что есть в банке ОГЭ, однако несколько сложнее своих аналогов, поскольку чтобы определить вероятность наступления заданного события, требуется выполнить вычисления для нахождения и общего числа исходов, и числа благоприятных исходов. Здесь нельзя исключать и возможность ошибок вычислительного характера, столь «любимых» нашими учащимися, которые принято списывать на невнимательность. Правда, это задание имеет высокий 5-й уровень, что говорит о том, что выполняют его наиболее подготовленные учащиеся. Следовательно, причина не в этом. К снижению результатов может приводить и такой фактор, как недостаточное разнообразие задачного материала банка задач ОГЭ и отсутствие динамики в его развитии за последние годы.

*Задание «Лотереи»*

Область математического содержания: неопределённость и данные.

Познавательная деятельность: интерпретировать

Контекст: общественная жизнь.

Уровень 4.

Результаты: РФ 15% (13% в 2012 году), средний процент 32.

Задача на проверку сути понятия вероятности, применённого к конкретной ситуации выигрыша в лотерее, причём качественного понимания, а не вычисления по формуле, ве-

роятность как понятие, а не формула. Большого шага вперёд нет, сильных стало чуть больше, однако отрыв от среднего по всей выборке очень велик.

Интересно, что аналогичная ей задача, но на традиционный сюжет с бросанием монеты и выпадением «орла» и «решки», имеет более высокий процент решения, несмотря на то, что монету бросают 4 раза. Действительно, это каноническая ситуация, которая хорошо отрабатывается на уроках. Задание отнесено к наименьшему уровню 1.

#### *Задание «Бросание монет»*

Область математического содержания: неопределённость и данные.

Познавательная деятельность: интерпретировать.

Контекст: личная жизнь.

Уровень 1.

Результаты: РФ 72% (74% в 2012 году), средний процент 76.

Формально оно не относится к данной группе, поскольку его результат ниже среднего на 4%. И в общем ситуацию с теорией вероятностей и статистикой можно было бы охарактеризовать как топтание на месте, если бы это задание не иллюстрировало опасную тенденцию: максимальный результат за все годы наблюдений был достигнут нашими учащимися в 2006 году и составил 80%, с тех пор процент выполнения неуклонно снижается.

Каким же будет после проведённого нами анализа ответ на второй вопрос? Общие результаты говорят о том, что для решения задач, которые могут возникнуть в практических ситуациях, недостаточно создания лишь теоретической базы. Целесообразно предлагать учащимся не только типичные учебные задачи, характерные для традиционных курсов математики, но и близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащимся средствами математики. Нужно найти место реальным задачам в процессе обучения, расширить «банк» та-

ких задач и наработать необходимый методический опыт.

Для этих целей можно привлекать любые сюжеты и контексты, лишь бы они описывали ситуации из окружающего мира, наиболее близкие к личному миру учащихся, и вызывали у них интерес. Это может быть личная и школьная жизнь (повседневные дела вроде покупок и приготовления пищи, игры и спорт, здоровье, то есть всё, что попадает в сферу их личных интересов), профессиональная (трудовая) деятельность (измерения, подсчёты стоимости, заработная плата, заказ материалов для строительства, ремонта и т.п.), повседневная жизнь местного общества, региона (обмен валюты и денежные вклады в банке, транспорт и средства передвижения), страны (выборы и экология) и даже мира (демографические вопросы). Главное в таких задачах подлинность в использовании математики, в противовес надуманности и условности сюжетов традиционных текстовых задач, а также специально подобранные числовые данные. При этом не надо забывать, что контексты должны соотноситься с возрастом и познавательными возможностями учащихся.

Целесообразно также предлагать такие задания, которые требуют для своего решения не только прямого применения изученных математических процедур, поскольку последнее вполне сносно осваивается нашими учащимися. Надо создавать задания, требующие распознавания математического содержания в реальной ситуации и перевода этой ситуации на язык математики, работы с моделями, выявления закономерностей, связей между величинами, перевода математического решения в контекст реальной проблемы, оценивания полученного решения на его реалистичность и правдоподобие, на интерпретацию и оценку полученного результата, создание аргументации. Такая совокупность заданий формирует мышление учащихся и работает на развитие их познавательной деятельности, что не сможет не отразиться и на уровне их математической грамотности.