

Математическая подготовка российского младшего школьника: характеристика достижений по результатам международного исследования TIMSS-2015¹

**Рыдзе Оксана
Анатольевна**

кандидат педагогических наук, старший научный сотрудник Центра начального общего образования ФГБНУ «Институт стратегии развития образования Российской академии образования», oxanarydze@mail.ru

Ключевые слова: международное сравнительное исследование, математическая подготовка, младший школьник, предметные умения, универсальные учебные действия, достижения, трудности.

В 2015 году российские четвероклассники в четвёртый раз приняли участие в международном сравнительном исследовании математической и естественнонаучной грамотности TIMSS². Главная особенность младших школьников этого года выпуска — они первыми прошли четырёхлетний цикл обучения по новому стандарту³. Особенность этого стандарта — ориентированность всей системы начального образования на формирование у младшего школьника умения учиться. Это нашло отражение в Примерной основной образовательной программе начального общего образования⁴: приоритетным в математическом образовании школьника становится развитие у него способности применять знания для решения учебно-познавательных, учебно-практических задач, готовности к самостоятельному учебному труду и самообразованию, поисковой деятельности. Следует отметить, что по сравнению с Обязательным минимумом содержания математического образования предыдущего стандарта в Примерной программе по математике появились новые темы: «Доля величины (половина, треть, четверть, десятая, сотая, тысячная)», «Способы проверки правильности вычислений», «Представление текста задачи (схема, таблица, диаграмма и другие модели)», «Оценка размеров геометрических объектов», «Чтение и за-

¹ Статья базируется на материалах, предоставленных Центром оценки качества образования ФГБНУ «ИСРО РАО», который является национальным координатором международного исследования TIMSS в России.

² Trends in Mathematics and Science Study.

³ Федеральный государственный стандарт начального общего образования: текст с изм. и доп./ Министерство образования и науки Российской Федерации. — М.: Просвещение, 2017.

⁴ Примерная основная образовательная программа начального общего образования. Одобрена решением от 8 апреля 2015. Протокол от № 1/15 (Реестр примерных основных общеобразовательных программ).

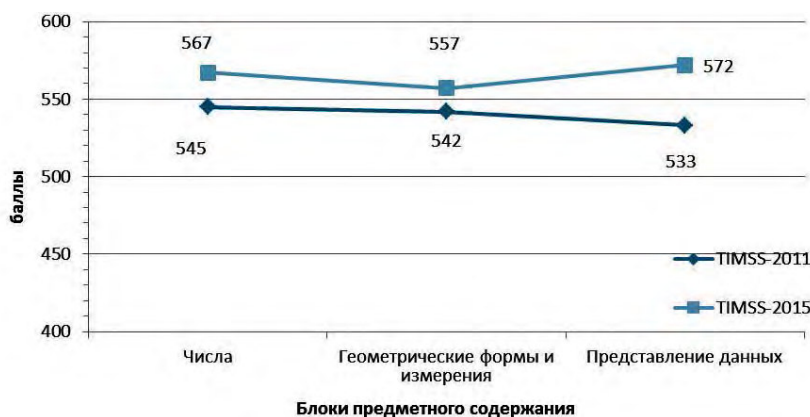


Диаграмма 1. Предметные результаты выполнения четвероклассниками математической части теста (в средних баллах)

полнение таблиц», «Чтение диаграммы»⁵. Всё это стало одной из основных причин улучшения предметных результатов российских четвероклассников. Выпускники начальной школы показали в 2015 году высокие результаты, которые, как и в 2011 году, сопоставимы, но ниже достижений лидирующих стран Восточной Азии. Общий средний балл российских школьников по тесту в 2015 году составил 564. Результат Российской Федерации всегда превышал средний показатель: 2003 года — 532 б., 2007 года — 544 б., 2011 года — 542 б., 2015 года — 564 б. Опережали российский десятилетних школьников учащиеся Сингапура, Гонконга, Республики Корея, Тайваня, Японии и Северной Ирландии.

Показатели стран-лидеров говорят о том, что на сегодняшний день важно оценить и учесть в дальнейшем, в изучении какого предметного содержания наши школьники добились особых успехов, где скрыт потенциал совершенствования математической подготовки, за счёт каких достижений школьники могут преодолевать трудности и достигать более высоких результатов.

Ниже на диаграмме представлены данные о выполнении теста по основным блокам, выделенным в содержании разработчиками исследования TIMSS: Числа (50% всего объёма заданий), Геометрические формы и измерения

геометрических величин (35%), Представление данных (15%)⁶ (диаграмма 1).

Из диаграммы видна положительная динамика изменений по всем блокам предметного содержания исследования. Охарактеризуем подробнее результаты выполнения заданий теста. Для удобства представим их в соответствии с разделами программы курса математики (1–4-е классы) (табл. 1).

При описании результатов по разделам представим следующие позиции:

- умения четвероклассников, проявившиеся на самом высоком уровне;
- дефицитные умения и предпосылки трудностей;
- пример задания, которое отражает специфику блока теста и позволяет увидеть, в чём проявляются успешность или недостатки в математической подготовке младших школьников;
- комментарий и методические рекомендации по использованию результатов.

Числа и величины

Наиболее успешно российские четвероклассники выполнили задания, проверяющие умения:

- устанавливать соответствие между словесной и цифровой записью числа (получили верный ответ 96,6% участников исследования);
- проверять наличие заданного свойства у предложенного набора чисел (95,8%);

⁵ Планируемые результаты начального общего образования по предмету «Математика» (Планируемые результаты начального общего образования) / Л.Л. Алексеева, С.В. Анащенкова, М.З. Биболетова и др.); под ред. Г.С. Ковалевой, О.Б. Логиновой. — 3-е изд. — М.: Просвещение, 2011. — С. 46–50

⁶ Mullis I.V.S., Martin M.O., Goh, S., Cotter K. (Eds.) (2016) TIMSS2015 Encyclopedia: Education Policy and Curriculum in Mathematics and Science. October 2016.

Таблица 1

Соответствие блоков содержания математической части теста TIMSS-2015 и разделов курса математики начальной школы

TIMSS-2015. Блоки содержания	Примерная программа по математике (1–4-е классы). Разделы курса
Числа	Числа и величины Арифметические действия Работа с текстовыми задачами
Геометрические формы и измерения геометрических величин	Пространственные отношения Геометрические фигуры Геометрические величины
Представление данных	Работа с информацией

• обобщать информацию о конкретном наборе чисел и выбирать верное утверждение (87,7%);

• выбирать верную запись данного числа в виде суммы разрядных слагаемых (87,6%);

• устанавливать правило-закономерность и продолжать последовательность (85,2%);

• изменять число по предложенному правилу и записывать результат в таблице (80,5%).

Дефицитные умения: оценить место заданного числа в числовом ряду (выполнили успешно 43,3%); составить из заданных цифр число, обладающее заданными характеристиками (38,8%); проверить правильность группировки чисел (37,3%); составить число, имеющее 4 заданных свойства (29,1%). Обратим внимание, что это задание оказалось непосильным не только для российских школьников: японские учащиеся показали по нему результат 22%, средний результат по всем странам-участницам — 20%.

Пример 1

«Указания для нахождения задуманного числа»

Это число меньше, чем 5 000.

Каждая цифра в записи этого числа чётная.

Все цифры в записи числа различные.

Какое **самое большое** число имеет все три указанных свойства?

Ответ: _____⁷.

Комментарий. Успешность выполнения задания (верный ответ — 4862) определялась учётом в ходе получения ответа всех четырёх условий: число меньше 5000, все цифры чёт-

ные, все цифры различные, самое большое. Наиболее распространённая ошибка — не учтено одно условие. Например, получены такие ответы: 4826 (не «самое большое»), 8462 (не «меньше 5000») и т.д. Для предупреждения и устранения трудностей важно формировать у младшего школьника умение выделять и «удерживать» все условия учебной задачи, и не только математической. В данном задании проверяются только те предметные умения, которыми владеет любой выпускник начальной школы: каждый знает, как сравнить имеющееся число с 5000, имеет представление о цифрах (чётные, разные), может из чисел выбрать наибольшее. Но когда в рамках одного задания ученику нужно учесть 4 характеристики числа, возникают проблемы. Стоит отметить, что в рамках мониторинговых исследований, проводимых Центром оценки качества (рук. Г.С. Ковалева) ФГБНУ «Институт стратегии развития образования РАО» в различных регионах РФ, было установлено, что школьникам сильно сложно выполнение аналогичных заданий, содержащих 2–3 условия. Например, задание «Укажи число, которое имеет три таких свойства: чётное, трёхзначное, в разряде десятков записана цифра 2. 1) 4523, 2) 256, 3) 728, 4) 4826» успешно выполнили в 2011/2012 г. 81,6% четвероклассников⁸.

Арифметические действия

Успешнее всего выполнены задания, контролируемые сформированность таких умений и действий:

⁷ Mullis I.V.S., Martin M.O., Foy R., Fuchs D., Goeberger S., Inoue Y., Kimmick M., Kohn S., Martin M.O., Mullis I.V.S., O'Sullivan C.Y., Preuschoff C. (Eds.) TIMSS2015. G4_Booklet_3. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, 2013.

⁸ Математика: Стандартизированные материалы для итоговой аттестации: 4 класс: Пособие для учителя (в комплекте с электронным приложением) / Г.С. Ковалева, К.А. Краснянская, О.А. Рыдзе; под ред. Г.С. Ковалевой. — М.: СПб. Просвещение, 2013. — 60 с. («ФГОС: оценка образовательных достижений»).

- применять смысл действия умножения для решения практической проблемы (94,8%);
- выбирать арифметическое действие для получения верного равенства при сложении—вычитании чисел (94,1%), умножении—делении (89,7%);
- делить трёхзначное число на однозначное (93,1%);
- умножать однозначное число на трёхзначное (92,7%), двузначное на двузначное (87,8%);
- складывать числа: четырёхзначное и трёхзначное (89,8%); четырёхзначное, трёхзначное и двузначное (88,4%);
- вычитать из трёхзначного числа трёхзначное (88,5%).

Важные для дальнейшего математического образования умения, которые ученики проявили на невысоком уровне:

- делить с остатком и записывать неполное частного в практической ситуации (72%);
- находить неизвестный компонент арифметического действия в житейской ситуации (62,3%);
- сравнивать значения разности с круглым числом (52,3%).

Хуже всего (справились 33,1% школьников) было выполнено задание на вычитание именованных чисел (установление продолжительности события в случае, когда нужно «разбивать» час на минуты). Подобные задания сейчас широко представлены в материалах по подготовке к Всероссийской проверочной работе по математике.

Приведём пример задания, вызвавшего затруднения более чем у 45% российских школьников.

Пример 2

Какое из следующих чисел является самой близкой оценкой результата действия $52093 - 4136$?

- 1) 10 000
- 2) 40 000
- 3) 50 000
- 4) 60 000⁹

Комментарий. Проверялось умение оценить результат действия. Справились (выбрали ответ 3)) 53% четвероклассников. 37% выбрали ответ 2), это говорит о том, что оценка

сделана по первой цифре. Предполагалось, что анализируя разность (не её результат) ученик поймёт, что результат действия расположен на числовой прямой ближе к 50 000, чем к 40 000. 9% обучающихся выбрали ответ 1). Он говорит о серьёзных затруднениях ученика в чтении многозначных чисел и понимании позиционной записи числа. Целесообразно предлагать младшим школьникам задания на прикидку и оценку результата арифметического действия, поиск ошибок в вычислениях и их объяснение, в том числе в случае действий с именованными числами.

Приведём примеры упражнений:

1) «Автомат упаковывает семечки в пакеты, каждый по 80 г. Автомат упаковал 480 кг семечек. Сколько упаковок сделал автомат? 1) 6 уп., 2) 60 уп., 3) 600 уп., 4) 6000 уп.» Для получения верного ответа (4) нужно либо выполнить деление с именованными числами («480 000 г: 80 г»), либо доказать, что первые три ответа — неверные.

2) «Света разделила четырёхзначное число на однозначное. Сколько знаков может иметь результат? Приведи примеры». Чтобы получить полный ответ — «Три или четыре знака» и привести примеры («9999: 3 = 3333 — четырёхзначное; 1008: 9 = 112 — трёхзначное» или другие), обучающемуся нужно *проанализировать* ситуацию, *подобрать* и припомнить ход выполнения алгоритма (деления), *прикинуть*, как влияет на результат изменение условия (делимого, делителя). Каждое из этих умений необходимо не только для продолжения изучения математики, но и для развития учебной деятельности школьника.

Работа с текстовыми задачами

Самые высокие результаты младшие школьники продемонстрировали при выполнении задач, связанных с поиском верного числового выражения для ответа на вопрос задачи в 3 действия (89,9%), выбором арифметического действия для одношаговой задачи (83,1%), решением текстовой задачи в 2 действия (80,3%).

Затруднения вызвали задания, требующие планирования хода рассуждения (получили правильный ответ 43,5% детей), при-



⁹ Mullis I.V.S., Martin M.O., Foy M., Fuchs D., Tucker T., Brezina J., O'Sullivan C.Y., Preuschoff C. (Eds.) TIMSS2015. G4_Booklet_3. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, 2013.

кидки ответа и поиска двух способов решения (39,8%), на нахождение числа по значению доли (26,7%). Очевидную трудность вызвала задача логического характера (справились лишь 24,3% учеников); рассмотрим её.

Пример 3

Боря купил      . Стоили 22 зед.

Женя купила    . Стоили 14 зед.

Сколько стоят вместе  и ?
 Ответ: ____ (8 з.)

Сколько стоит ? Ответ: ____ (3 з.)¹⁰

Особенностью большинства заданий этого исследования является предложение ученику разрешить конкретную проблему, актуальную для возраста и важную с точки зрения предметной подготовки, дальнейшего освоения курса. В данном случае иллюстрация в тексте (своеобразная модель) помогает школьнику обнаружить идею решения — учесть разницу между покупками Бори и Жени — у Бори на один рожок и одно эскимо больше. Значит, на сколько больше стоит его покупка, столько стоит пара разных мороженных. Для ответа на второй вопрос ученик должен сделать два шага: узнать стоимость двух эскимо, затем одного. Задание проверяет умение работать с информацией, представленной с помощью текста и рисунка, анализировать математическую составляющую практической ситуации (отвечать на вопросы: «Сколько?», «На сколько больше/меньше (дороже/дешевле)?», «Во сколько раз дороже/дешевле?»), формулировать и проверять гипотезу, отбирать данные, планировать ход решения и проверять соответствие ответа поставленному вопросу (задавать себе вопросы: «Узнал ли я общую стоимость рожка и эскимо?», «Верно ли, что полученное число — цена эскимо?»).

¹⁰ Mullis I.V.S., Martin M.O., Ruddock G.J., O'Sullivan C.Y., Preuschoff C. (Eds.) TIMSS2015. G4_Booklet_3. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, 2013.

Пространственные отношения. Геометрические фигуры

Результаты показали, что школьники умеют:

- распознавать и достраивать четырёхугольник (89,7%);
- находить на чертеже элементы (границы) четырёхугольной пирамиды (83%);
- различать углы — прямые, больше и меньше прямого (82,1%).

Но четвероклассники плохо строят фигуру по заданному правилу и по образцу (справились лишь 61,8% учеников), затрудняются в составлении (построении) угла, который больше (верно построили 57,1%) или меньше (50,6%) прямого, составлять фигуру из частей (53,3%).

В качестве примера рассмотрим задание с актуальной для современной начальной школы формой представления.

Пример 4

Ниже приведено несколько утверждений о прямоугольнике. Около каждого утверждения поставь знак X в соответствующую клетку, чтобы показать, является данное утверждение верным или неверным¹¹.

		Верное	Неверное
1.	У прямоугольника 4 стороны		
2.	Все стороны должны быть одинаковой длины		
3.	Все его углы прямые		
4.	У него две пары параллельных сторон		

Задание выполнили полностью верно 58% четвероклассников. Разработчики теста предполагали возникновение затруднений у школьников при анализе сразу нескольких утверждений и отдельно выявили число детей, установивших правильно истинность или ложность трёх утверждений из четырёх. Таких детей оказалось 33%. Высока вероятность того, что среди них четвероклассники,

¹¹ Mullis I.V.S., Martin M.O., Ruddock G.J., O'Sullivan C.Y., Preuschoff C. (Eds.) TIMSS2015. G4_Booklet_5. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, 2013.

пропустившие последнее утверждение или допустившие ошибку в его оценке. Табличная форма представления делает это теоретическое задание более понятным и доступным для выполнения.

Следует отметить, что к этому разделу относится большое число заданий, построенных на материале, который не изучается (например, параллельные и перпендикулярные прямые) или только начинает изучаться в начальной школе (симметрия относительно оси). При этом 82,7% российских школьников успешно справились с практической ситуацией, в которой нужно было найти линию, перпендикулярную заданной; 75,6% четвероклассников смогли построить фигуру, симметричную заданной. Это говорит о широкой эрудиции современных учеников начальной школы, их познавательном интересе и наличии в ряде учебников материала, расширяющего геометрические представления детей.

Геометрические величины

Из всех заданий этого раздела только два успешно выполнили более 75% российских четвероклассников. Первое — типовое для начальной школы задание на нахождение площади прямоугольника с заданными длинами сторон (78,2%). Второе — на сравнение числа кубиков, необходимых для составления каждой из четырех данных фигур (определение объема в практической ситуации). С этим заданием справились 77,8% учащихся, несмотря на то, что тема «Объём» не является обязательной для начальной школы и рассматривается в отдельных авторских программах и учебниках ознакомительно.

Наибольшие трудности проявились у обучающихся при выполнении таких заданий:

- нахождение периметра фигуры (многоугольника), составленной из квадратов с заданной длиной стороны (выполнили верно 51,1%), из прямоугольника и квадрата (45,4%);
- измерение длины с помощью предложенной мерки (50,7%).

В качестве примера рассмотрим задание, которое выполнили более половины школьников (52,8%).

Пример 5

Периметр пятиугольника равен 30 см. Три его стороны имеют длину 4 см каждая. Две другие стороны, a и b , имеют одинаковую длину.

Чему равна длина стороны a ?

- 1) 6 см 2) 9 см 3) 12 см 4) 18 см¹²

Для правильного выполнения этого задания ученику необходимо было применить целый комплекс предметных умений, каждое из которых отрабатывалось в курсе математики: находить периметр многоугольника, решать задачу на нахождение геометрической величины и т.д. Ошибочный ответ «6 см» получили 18% четвероклассников. Выбор этой величины говорит о том, что ученик понял из текста задачи лишь то, что имеется пятиугольник, периметр которого 30 см (возможно, прочитал только первое предложение), и вместо анализа полного текста, планирования хода решения и т.д. на основе «имеющихся» данных домыслил задачу до часто встречаемой (по известному периметру и числу равных сторон найти длину стороны) и выбрал величину «6 см». 15% выбрали ответ «12 см». Эти ученики, возможно, дочитали задачу до конца, но использовали для решения только информацию, требующуюся для первого действия.

Опыт проведения проверочных работ в начальной школе показывает, что очень распространены случаи, когда ученик выполняет правильно первое действие в 2–3-шаговой (2–3 действия в решении) задаче и записывает ответ. 12% четвероклассников указали ответ «18 см». Эти четвероклассники перешли от решения геометрической задачи к арифметической, но не смогли выполнить последний шаг — найти длину одной из двух равных сторон. Трудностей в решении этой и других задач, сводящихся к решению текстовых задач, можно избежать, если сместить акцент в работе над ними с поиска ответа на обсуждение способа решения, составление и использование модели, планирование конкретных шагов-действий без их записи и получения ответа.

Работа с информацией

Этот раздел является новым в содержании начального математического образования, но

¹² Mullis I.V.S., Martin M.O., Foy G.J., O'Sullivan C.Y., Preuschoff C. (Eds.). TIMSS2015. G4 Booklet_5. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, 2013.

школьники продемонстрировали высокие результаты. Российские школьники умеют:

- читать готовую диаграмму (91,2%), находить с её помощью ответ на вопрос (94,6%) и сравнивать величины (87,7%);
- заполнять таблицы числами, полученными в ходе пересчёта (94,1%).

Наибольшие затруднения вызвали задания интегрированного характера. При выполнении одних ученику нужно было использовать одновременно данные из текста, табли-

цы, схемы или рисунка (справились не более 65% школьников). Для работы с другими нужно было применить знания из других разделов курса («Числа и величины», «Арифметические действия» и т.д.). Приведём пример такого задания, подготовленного К.А. Краснянской (старшим научным сотрудником Центра оценки качества образования) на основе анализа результатов международного исследования TIMSS.

Пример 6

В школьных соревнованиях по лёгкой атлетике участвовала команда четвероклассников. Их результаты представлены в следующей таблице.

Имя участника	Прыжки в высоту (см)	Прыжки в длину с разбега (см)	Метание мяча (м)
Катя	105	305	18
Игорь	98	280	24
Лена	95	265	19
Петя	110	312	21

Ответь на вопросы:

1) По каким видам спорта проводились соревнования?

Ответ: _____

2) Сколько девочек было в команде?

Ответ: _____

3) Какую длину преодолел Игорь в прыжках в длину?

Ответ: ___ м ___ см

4) Кто из ребят прыгнул в длину больше, чем на 2 м 50 см?

Ответ: _____

5) Катя сказала: «Среди нас Лена показала самые низкие результаты по всем трем видам спорта». Права ли Катя?

Ответ: _____

Запиши объяснение ответа. _____

Задание помогает увидеть, *понимает ли* ученик устройство данной таблицы (вопрос 1), *может ли обобщать* информацию в столбце/строке/таблице (вопрос 2/ вопрос 5), *умеет ли переходить* от одних единиц измерения длины к другим, используя данное из таблицы (вопрос 3), и *сравнивать* величины (вопрос 4), *готов ли проверять* верность утверждения, *делать вывод и обосновывать* его (вопрос 5). Результаты международного исследования показывают, что с наибольшими затруднениями дети сталкиваются при ответе на вопросы 4 и 5. Задания 1–3 ученики выполняют успешно, поэтому можно говорить о потенциальной

возможности школьников справляться с двумя последними заданиями. Включение таких заданий в урок поможет не только убедиться в том, что дети умеют читать таблицу, работать с данными, анализировать информацию по строкам и столбцам, а также самостоятельно строить высказывания, применять другие действия универсального характера (например, удерживать ход решения при нахождении всех соответствующих условию величин при ответе на вопрос 4) для решения математических задач.

Исследование показало, что российские младшие школьники продемонстрировали

высокие достижения в выполнении заданий, построенных на обязательном к освоению материале, успешно решают математические задачи, содержащие знакомые сюжетные ситуации (в том числе на изученном ознакомительно и не изучавшемся материале). Затруднения вызывали: задания на применение изученных знаний в нестандартной учебной ситуации, многошаговые задачи на рассуждение, неоднократное применение правила, удержание нескольких условий в ходе решения.

Для повышения качества математической подготовки младших школьников необходимо расширять объём заданий и упражнений (на изученном материале), ориентированных на: обнаружение способа решения; разноплановое применение одного и того же умения; установление отношений и зависимостей между данными и искомым и их проверку; поиск оптимального (рационального) решения; нахождение ошибки, восстано-

ние логики рассуждения, продолжение предложенного решения. Выполнение подобных заданий базируется на готовности и способности применять следующие универсальные действия: принимать и «удерживать» учебную задачу, находить и объяснять способ решения, работать с информацией (находить, представлять, интерпретировать), планировать и действовать по плану, формулировать и объяснять свою гипотезу или ответ, находить все решения, проверять соответствие ответа и поставленного вопроса, предупреждать и исправлять ошибки. В ходе изучения курса математики в начальной школе целесообразно изучение в ознакомительном плане (практические, житейские ситуации, ориентировка в терминологии, выполнение простейших заданий) таких тем и вопросов: «Ориентировка на числовой прямой», «Работа со шкалами», «Развёртки геометрических фигур», «Симметричные фигуры», «Конструирование из бумаги».