

# ФОРМИРОВАНИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ (НА ПРИМЕРЕ СРАВНЕНИЯ)

**Антонина Викторовна Залецкая,**

*учитель высшей категории МАОУ «Гимназия», г. Новоуральск, Свердловская область,  
zav\_novouralsk@mail.ru*

**Эдик Аветисович Петросян,**

*кандидат педагогических наук, учитель высшей категории МАОУ «Гимназия»,  
г. Новоуральск, Свердловская область, AIDA\_EDIK@mail.ru*

• универсальное учебное действие (УУД) • познавательные УУД • логическая операция «сравнение» • УУД «сравнение» • технология формирования познавательных УУД • микроумения • алгоритм формирования УУД «сравнение»

Федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС) определили новые требования к результатам образования. Метапредметные результаты включают «...освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в учебной, познавательной и социальной практике...» [8]. Изменяются подходы к трактовке предметных результатов обучения. Они должны включать помимо освоенных обучающимися «...в ходе изучения учебного предмета умений, специфических для данной предметной области» «...виды деятельности по получению нового знания в рамках учебного предмета, его преобразованию и применению» [8]. Сопоставление требований к метапредметным и предметным результатам обучения позволяет сделать вывод о том, что если учитель работает над достижением предметных результатов в соответствии с ФГОС, он должен гарантированно обеспечить достижение метапредметных результатов.

Проблема формирования у учащихся умений, обеспечивающих успех их учебной деятельности, не является абсолютно новой для системы образования нашей страны.

Так, в Государственных образовательных стандартах 2004 года в требования, предъявляемые к уровню подготовки учащихся, включён отдельный раздел «Общеучебные умения». Но, несмотря на понимание необходимости формирования общеучебных умений многими педагогами, основное внимание они уделяли предметным знаниям и умениям школьников, а общеучебные умения формировались стихийно. Цели урока и его ход определялись в большинстве случаев программой, а задачи по развитию общеучебных умений ставились номинально.

Федеральные государственные образовательные стандарты, выделяя метапредметные результаты в отдельный блок и определяя их необходимым условием достижения предметных результатов, ставят перед каждым учителем задачу целенаправленного формирования универсальных учебных действий, в частности познавательных. Сегодня наблюдается противоречие между необходимостью целенаправленного формирования познавательных универсальных учебных действий и отсутствием у учителей необходимых средств. Для разрешения данного противоречия возникает потребность в разработке и реализации технологии,

обеспечивающей формирование познавательных универсальных учебных действий в процессе обучения математике.

### СУЩНОСТЬ ПОНЯТИЯ «ПОЗНАВАТЕЛЬНЫЕ УНИВЕРСАЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ ДЕЙСТВИЯ»

С введением новых образовательных стандартов в профессиональный словарь педагогов прочно вошло понятие «универсальные учебные действия». В чём заключается суть этого понятия? Чем оно отличается от понятия «общеучебные умения», которое использовалось в государственных образовательных стандартах 2004 года?

Универсальные учебные действия – «это способы осуществления деятельности, обеспечивающие человеку готовность и способность учиться и самостоятельно строить свою жизнь» [1]. В соответствии с типологией, предложенной ФГОС, универсальные учебные действия разделяются на регулятивные, познавательные, коммуникативные [8].

К познавательным УУД относятся действия по владению способами решения проблем творческого и поискового характера; использованию знаково-символических

средств представления информации; владению логическими действиями сравнения, анализа, синтеза, обобщения, классификации по родовидовым признакам, установлению аналогий и причинно-следственных связей, отнесению к известным понятиям.

В литературе существуют различные подходы к формулировке понятия «общеучебные умения». С.Г. Воробцов под общеучебными умениями понимает «универсальные для многих школьных предметов способы получения и применения знаний» [2]. Общеучебные умения разделяются на учебно-организационные, учебно-интеллектуальные, учебно-коммуникативные, учебно-информационные. Познавательным универсальным учебным действиям соответствуют учебно-интеллектуальные умения, подразумевающие овладение *приёмами умственной деятельности*: сравнения, анализа, синтеза, обобщения, классификации, абстрагирования.

Чем различаются универсальное учебное действие и общеучебное умение (логическая операция)? Из определений видно, что логические операции (учебно-интеллектуальные умения) являются инструментами мышления, в то время как УУД являются инструментами деятельности. Структурным элементом

Логическая операция	Универсальное учебное действие
Сравнение – это логическая операция, позволяющая изучить существенное в объекте посредством сопоставления его с другими объектами, выявления сходства и различий.	УУД «сравнение» – это универсальное учебное действие, позволяющее на основе логической операции сравнения достигать следующих целей [1]: <ul style="list-style-type: none"> <li>• делать выбор;</li> <li>• определять суть явления, понятия;</li> <li>• определять уровень развития признака, качества, свойства;</li> <li>• устанавливать связи между явлениями;</li> <li>• сопоставлять измеряемую величину с эталоном;</li> <li>• определять размер/место/ранг изучаемого объекта.</li> </ul>
Определение понятия – это логическое умение, направленное на выявление правильного значения термина или содержания понятия.	УУД «подведение под понятие» – это универсальное учебное действие, позволяющее на основе логической операции определения понятия достигать следующих целей [1]: <ul style="list-style-type: none"> <li>• назвать объект;</li> <li>• объяснить, почему так назвали объект (или почему так его назвать нельзя);</li> <li>• отнести конкретный пример к обобщённому понятию;</li> <li>• классифицировать объекты;</li> <li>• подобрать пример для обобщённого понятия.</li> </ul>
Систематизация информации – расположение отдельных понятий, предметов, фактов, явлений в определённом порядке – пространственном, временном, логическом.	УУД «систематизация информации» – это универсальное учебное действие, позволяющее на основе логической операции определения понятия достигать следующих целей [1]: <ul style="list-style-type: none"> <li>• лучшее восприятие большого объёма информации;</li> <li>• понимание сложного учебного материала;</li> <li>• обобщение нового учебного материала;</li> <li>• организация процесса запоминания сложного или объёмного материала.</li> </ul>

любой деятельности является целеполагание (зачем нужна деятельность?). Главным отличием УУД «сравнение» от логической операции «сравнение» является то, что имеется цель, которая может быть достигнута при помощи логической операции.

Рассмотрим различие между логической операцией и универсальным учебным действием на отдельных примерах. Универсальное учебное действие как метапредметный результат подразумевает, что обучающийся не только решает учебно-познавательные и учебно-практические задачи, но и осознаёт способы действия, которые он применил.

### **Технология формирования познавательных универсальных учебных действий**

Познавательное универсальное учебное действие предполагает умение осуществлять логическую операцию и применять её для достижения цели. Соответственно технология формирования познавательного универсального учебного действия состоит из двух этапов: формирование умения выполнять логическую операцию и формирование универсального учебного действия, позволяющего достигать определённых целей на основе данной логической операции.

1. *Формирование умения осуществлять логическую операцию.* На данном этапе применялась технология, разрабатываемая педагогическим коллективом гимназии в рамках региональной инновационной площадки.

В основу построения данной технологии был положен принцип выделения действий, из которых складывается то или иное умение, и подбора заданий, направленных на формирование этих действий.

На этом же принципе построена технология разработки контрольно-измерительного инструментария общеучебных умений школьников, представленная в методических рекомендациях, подготовленных в Красноярском краевом институте повышения квалификации работников образования [6].

Выделяются следующие шаги в разработке инструментария отслеживания общеучебных умений школьников:

- определение сути умения — что значит владеть тем или иным общеучебным умением; в чём это умение может проявляться;
- определение «составных шагов» умения — действия, совершаемые в процессе «пользования» тем или иным умением;
- подбор вопросов и заданий: каждое действие, входящее в умение, должно проверяться отдельным заданием (вопросом).

Вопросы и задания основаны на предметном материале (как изученном ранее, так и не-знакомом), но должны быть построены таким образом, чтобы их нельзя было выполнить, основываясь только на заученном материале. При выполнении заданий ученик должен обосновывать свои действия — это показатель того, насколько он умеет выполнять ту или иную операцию.

Соответственно в технологии пошагового формирования метапредметных умений были выделены следующие шаги:

Шаг 1. Определение сути умения.

Шаг 2. Определение микроумений — «составных шагов» умения.

Шаг 3. Подбор упражнений, направленных на формирование микроумений.

При определении сути умений и определении микроумений, из которых оно состоит, использовалась информация, данная в книге Д.В. Татьянченко и С.Г. Воровщикова «Культура познания — познание культуры» [7] и в работе авторского коллектива под руководством М.В. Миновой «Контрольно-измерительный инструментарий общеучебных умений школьников» [6].

2. *Формирование универсального учебного действия, соответствующего данной логической операции.*

Универсальные способы действий представляют собой способы выполнения действия того или иного вида: мыслительного, речевого и информационно-поискового и т.д. Общая логика формирования таких способов может быть следующей.

1. Усваивание учащимся образца выполнения задания, построенного на обобщённом способе действий. При этом учащийся постепенно учится различать в этом образце необязательные и важ-

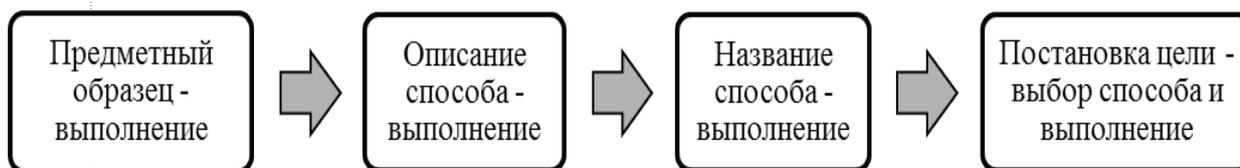


Рис. 1. Этапы формирования универсальных способов действия

ные элементы (условия), понимать, что этапы выполнения действия, заданные образцом, неслучайны, и при соблюдении порядка и иных важных требований он раз за разом приходит к правильному результату. Таким образом, ученик выходит на понимание способа.

2. Понимание способа, его существенных сторон.
3. Понимание и усваивание термина, соответствующего выявленному и описанному способу.
4. Сознательное встраивание способа действия в учебную деятельность учащегося, т.е. применение универсального учебного действия для достижения различных учебных целей.

В целом формирование универсальных способов проходит в четыре этапа (рис. 1) [1].

**Первый этап** – выполнение учебного действия, содержащего метапредметный способ, на основе многократного применения близких образцов, аналогий и т.д. На этом этапе

предлагаются задания, требующие для своего решения использования того или иного способа действия, которым ученик пока не владеет, не знает ни его алгоритма, ни названия. Он выполняет задание, опираясь на предложенный учителем образец, близкую аналогию.

**Второй этап** – выполнение учебного действия, построенного на метапредметном способе с помощью подводящих вопросов учителя. На этом этапе образец выполнения уже не задаётся, учитель помогает учащимся двигаться от одного этапа метапредметного способа к другому, задавая подводящие вопросы: «Зачем мы это делаем?», «Что получим в результате?», «Что именно нам нужно сделать?» и так далее в соответствии с этапами выполнения способа. В результате учащиеся, решая предметные задания, учатся ориентироваться на существенные стороны способа, который содержит эти задания. Вначале способ явно учителем не обозначен. В определённый момент учитель открывает его ученикам: знакомит с названием способа,

Подводящие вопросы учителя	Предполагаемые ответы учащихся
<p>На доске изображены углы: прямой, острый и тупой.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Какой из углов больше?</li> <li>– Как вы сравнивали углы?</li> <li>– Теперь сравните такие углы (на доске изображены два примерно равных угла).</li> <li>– А как вы сравнили эти углы?</li> <li>– Как вы думаете, ваше измерение точное?</li> <li>– Тогда можете ли вы утверждать, что эти углы равны? (доказывает, что задание не выполнено).</li> </ul>	<p>Выполняют задание, называют больший угол.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Мы сравнивали углы «на глаз».</li> <li>– Они одинаковые.</li> <li>– «На глаз».</li> <li>– Нет, не точное.</li> <li>– Нет, не можем (осознают, что задание не выполнено, реакция затруднения, возникновение проблемной ситуации).</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>– А как мы точно можем измерить углы для того, чтобы определить, что они равны?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Использовать измерительный прибор, эталон, накладывая один угол на другой.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>– У каждого на парте по два примерно равных угла. Как мы будем их сравнивать?</li> <li>– А теперь три ученика выйдут к доске и покажут свои варианты наложения.</li> <li>– Что нам важно учесть при сравнении? (Из вариантов, предложенных учащимися, определяется верный способ наложения).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Будем накладывать один угол на другой (каждый накладывает углы своим способом).</li> <li>На крупных моделях ученики показывают, как они выполнили наложение углов (ошибочные и верные).</li> <li>– Совпадение вершин углов и их сторон.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Итак, получилось ли сравнить углы последним способом?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Да, получилось: внутри большего угла оказался меньший.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>– К какому выводу в результате сравнения мы пришли?</li> <li>– Теперь сформулируйте, как нужно сравнивать углы.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Есть способ сравнения углов: углы можно сравнивать способом наложения.</li> <li>Формулируют правило сравнения углов (открытие нового знания).</li> </ul>

Подводящие вопросы учителя	Предполагаемые ответы учащихся
– Что нужно сделать?	– Нужно определить методы решения логарифмического неравенства, высказать свою позицию, выбрать один из методов.
– Какие объекты необходимо для этого сравнить?	– Обобщённый метод интервалов и метод замены множителя для решения логарифмического неравенства.
– <i>Что будем учитывать при сравнении озвученных методов, с каких точек зрения мы будем их рассматривать?</i> – <i>Как лучше оформить результаты вашего сравнения?</i>	– Наиболее подходящий метод для данного типа неравенств; наше умение решать такое неравенство этим методом; прилагаемые для решения усилия; время, которое потребуется для выполнения задания каждым из методов. – Лучше всего в виде таблицы.
– В чём сходны и чем различны рассматриваемые вами методы?	(Ответы учащихся)
– К какому выводу в результате сравнения вы пришли?	(Выбор каждого учащегося)

помогает осознать основные этапы его осуществления, назначения.

В качестве примера рассмотрим задание на уроке математики в 3-м классе по теме «Сравнение углов» [5], которое учитель может использовать на 2-м этапе формирования УУД «умение сравнивать».

**Третий этап – применение известного способа действия при выполнении учебной задачи.** На этом этапе учащиеся ориентируются на назначение и существенные аспекты способа действия. Они учатся видеть в конкретном задании общие закономерности осуществления способа, которые не зависят от предметного содержания и предмета вообще. Ученики узнают, как называется этот способ в общепринятой или специально введённой педагогом терминологии. Они также могут сознательно выполнить определённую последовательность действий, приводящую к нужному результату, описать эту последовательность словами, не опираясь на конкретный предметный материал.

Рассмотрим подводящий диалог в задании, где учащиеся делают выбор.

Задание для учащихся 10-го класса (тема «Решение логарифмических неравенств»):

*Какой наиболее рациональный способ решения применим к неравенству  $\log_{x^2-2x}(x^2-4x+3) > \log_{2x}(x^2-4x+3)$ ? (ЕГЭ 2017) [3].*

Учитель сначала разберёт с детьми алгоритм сравнения, составит вместе с ними памятку в виде таблицы, как нужно сравнивать. Затем

предложит выполнить задание. Учащиеся самостоятельно по составленной ими памятке ответят на подводящие вопросы.

**Четвёртый этап – применение способа в контексте учебной деятельности.** Учащиеся уже готовы сознательно выбирать и применять тот или иной способ, ориентируясь на цель и условия учебной деятельности, этап её реализации. Они выстраивают саму деятельность, поскольку владеют представлениями о её структуре и имеют опыт самостоятельного построения отдельных её этапов.

Аналогичное задание, выполняемое обучающимися 10-го класса на 4-м этапе формирования универсального способа действия «сравнение».

*Решить неравенство:*

$$\log_{x^2-2x}(x^2-4x+3) > \log_{2x}(x^2-4x+3)$$

(ЕГЭ 2017).

После знакомства школьников с условием задачи, учитель просит найти правильное решение и объяснить его выбор. На этом этапе УУД уже сформировано, нет необходимости называть его. Учащиеся самостоятельно определяют возникшую проблему: установление типа неравенства и выбор метода его решения. Из известных методов решения – обобщённого метода интервалов и метода замены множителя — им необходимо выбрать наиболее оптимальный метод. Для принятия правильного решения необходимо сравнить эти методы. Определиться, какие именно признаки этих методов будут учитываться при сравнении, с каких точек зрения они будут рассматриваться (рациональность и

эффективность применения для данного типа неравенства, временной промежуток для выполнения задания). Ученики при этом должны учитывать степень сформированности своего умения применять тот или иной метод.

Важное значение в применении технологии имеет умение учителя проектировать учебные задания для формирования и развития познавательных УУД. Технология проектирования базируется на том, что каждый универсальный способ имеет своё целевое назначение, свой алгоритм осуществления.

В качестве опоры при разработке содержания самого задания и подводящего диалога можно использовать следующую технологическую схему [1]:

Прежде всего необходимо определить место и цель такого задания в структуре урока. После того, как цель задана, определяется, к какому выводу должны прийти школьники в случае правильного применения способа. Важно убедиться, что цель и вывод находятся в полном соответствии друг с другом. Необходимо помнить, что метапредметный способ превращается в универсальное учебное действие только при наличии цели его применения. В ситуации отсутствия цели сделать логичный вывод невозможно.

**Проектирование заданий, направленных на формирование УУД «сравнение»**

Технология формирования универсального учебного действия «сравнение», как и

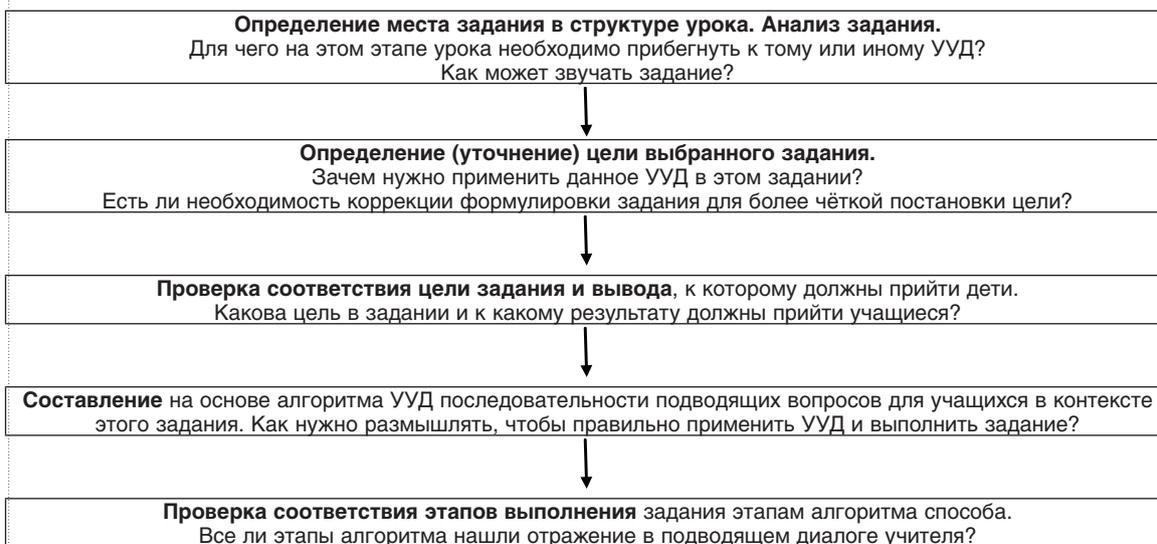
любого другого познавательного УУД, состоит из двух этапов: формирование умения выполнять логическую операцию «сравнение», формирование универсального учебного действия «сравнение».

Задания проектируются в соответствии с дидактическими целями каждого этапа.

**1. Формирование умения выполнять логическую операцию «сравнение».**

**Шаг 1. Определение сути умения**

Познание любого предмета и явления начинается с того, что мы отличаем его от других предметов и устанавливаем его сходство с родственными предметами. В этом проявляются две основные формы, в которых осуществляется сравнение: сопоставление и противопоставление. Функции сравнения в познании и умственном развитии весьма разнообразны; цели сравнения в учебном процессе могут быть следующими: обобщение и систематизация знания, выделение в них главного, существенного, поиск общих признаков при формировании понятий, поиск аналогий в учебном материале; поиск закономерностей индуктивным путём; выдвижение гипотез; предупреждение подмены существенных свойств понятия несущественными свойствами; выделение существенного и несущественного в условии задачи и т.д. **Сравнение** – это способ познания посредством установления сходства и/или различия предметов. **Сходство** – это наличие общего признака, то есть признака, присущего двум или более объектам срав-



нения. **Различие** – это наличие отличительного признака, то есть признака, присущего только одному объекту сравнения.

Шаг 2. Определение микроумений – «составных шагов» умения

Умение «сравнивать» состоит из следующих действий (микроумений):

1. Определение объектов сравнения.
2. Определение аспекта сравнения.
3. Выбор существенных признаков в соответствии с аспектом сравнения.
4. Сопоставление существенных признаков сравниваемых объектов.
5. Формулировка вывода по результатам сравнения.

Шаг 3. Подбор упражнений

На данном шаге подбираются задания для каждого микроумения. Эти задания могут применяться как на этапе формирования микроумения, так и в дальнейшем, когда идёт развитие этого умения. Рассмотрим примеры таких заданий.

*Микроумение: определение объектов сравнения.*

Задания, направленные на определение объектов сравнения.

**1. Выделите среди перечисленных объектов те, которые можно сравнивать:**

- а) сумма углов треугольника и его периметр;
- б) объём шара и объём прямоугольной призмы, вписанной в этот шар;
- в) количество корней трёхчлена и его наименьшее значение;
- г) числа, расположенные в порядке убывания и их числовые значения;
- д) количество корней уравнения и степень уравнения;
- е) наличие стационарных точек функции и нулей производной этой функции;
- ж) существование точек пересечения прямых и условие их параллельности.

**2. Найдите ошибки, допущенные при сравнении объектов. Отметьте ошибочные высказывания знаком «-». Объясните свой ответ:**

- а) промежутки возрастания функции определяют промежутки её знакопостоянства;
- б) по известному радиусу окружности можно определить её площадь;

в) объём квадрата зависит от длины стороны квадрата.

**3. Выделите среди перечисленных объектов те, которые сравнивать нельзя.**

*Вставьте пропущенные слова там, где это возможно по образцу (миллиметр – десятая часть сантиметра):*

- а) сантиметр – ... часть метра;
- б) метр – ... часть тонны;
- в) литр – ... часть километра;
- г) миллиметр – ... часть метра.

*Микроумение: определение аспекта сравнения.*

Задания, направленные на определение аспектов сравнения.

**1. Даны два объекта для сравнения. Выберите среди перечисленных аспекты, по которым эти объекты можно сравнивать и те, по которым сравнивать нельзя.**

Прямоугольник и квадрат.

- а) равенство смежных сторон;
- б) равенство длин диагоналей;
- в) перпендикулярность диагоналей;
- г) параллельность сторон;
- д) количество данных для вычисления периметра и площади;
- е) величины углов прямоугольных треугольников, образованных при пересечении диагоналей;
- ж) количество непараллельных сторон;
- з) количество острых углов, образованных сторонами;
- и) объёмы;
- к) величина площади.

**2. Определите, правильно ли выбран аспект сравнения для логарифмической и показательной функций:**

- а) область определения;
- б) область значения;
- в) наибольшее и наименьшее значения;
- г) значение аргументов, при которых значение функций совпадает;
- д) чётность и нечётность;
- е) длина наименьшего положительного периода;
- ж) симметрия на плоскости относительно оси ОУ;
- з) симметрия на плоскости относительно начала координат – точки О.

3. Какие из признаков сравнения для полного и неполного квадратных уравнений выбраны верно, а какие нет? Выпишите верно выбранные признаки в правый столбец, а неверно выбранные – в левый столбец:

- а) наличие старшего коэффициента квадратного трёхчлена, входящего в уравнение;
- б) наличие всех коэффициентов квадратного трёхчлена, входящего в уравнение;
- в) наличие старшего коэффициента и отсутствия среднего коэффициента квадратного трёхчлена, входящего в уравнение;
- г) наличие старшего коэффициента и отсутствия свободного члена квадратного трёхчлена, входящего в уравнение;
- д) наличие старшего коэффициента и отсутствия среднего коэффициента или свободного члена квадратного трёхчлена, входящего в уравнение;
- е) наличие старшего коэффициента и отсутствия и среднего коэффициента, и свободного члена квадратного трёхчлена, входящего в уравнение.

*Микроумение: выделение существенных признаков.*

Задания, направленные на выделение существенных признаков.

1. Даны понятия и перечислены их признаки. Выберите существенные признаки понятий.

1. Тожество:

- а) равенство с переменной;
- б) равенство с одной или несколькими переменными, верное для любых допустимых значений, входящих в неё переменных;
- в) равенство, верное для конкретных значений переменных, в неё входящих;
- г) равенство двух любых выражений;
- д) равенство, содержащее неизвестную величину.

2. Параллельные плоскости:

- а) плоскости, в которых прямые параллельны прямой другой плоскости;
- б) плоскости, проходящие через взаимно перпендикулярные прямые;
- в) плоскости, не имеющие общих точек;
- г) совпадающие плоскости;
- д) плоскости, в которых две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся плоскостям другой плоскости;

- е) плоскости, имеющие не более одной общей точки;
- ж) непересекающиеся в пространстве плоскости.

*Микроумение: сопоставление существенных признаков сравниваемых объектов.*

Задания, направленные на сопоставление существенных признаков.

1. Что объединяет перечисленные ниже понятия и объекты:

1. Углы, величины которых равны:  $20^\circ$  и  $70^\circ$ ;  $45^\circ$  и  $45^\circ$ ;  $50^\circ$  и  $40^\circ$ .
2. Ряды чисел: **1; 9; 25; 49; ...** и 4; 16; 36; 64; ...
3. Метод интервалов и метод замены множителей.
4. Теорема Пифагора и теорема косинусов.
5. Признак перпендикулярности прямых в пространстве и признак перпендикулярности прямых на плоскости.
6. Метод выделения полного квадрата и формула корней квадратного уравнения.
7. Методы решения тригонометрических уравнений и методы решения логарифмических уравнений?

2. Найдите отличительные признаки данных понятий и объектов.

1. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
2. Параллельность прямых в пространстве и на плоскости.
3. Чётные и нечётные функции.
4. Парабола и гипербола.
5. Площадь и определённый интеграл.
6. Подобие и равенство треугольников.
7. Многогранники и тела вращения.

**Формирование универсального учебного действия «сравнение»**

Как уже отмечалось выше, главным отличительным признаком универсального учебного действия от логической операции является наличие цели. Сравнение, как универсальное учебное действие, позволяет на основе логической операции «сравнение» достигать следующих целей: делать выбор; определять суть явления, понятия; определять уровень развития признака, качества, свойства; устанавливать связи между явлениями; сопоставлять измеряемую величину с эталоном.

Рассмотрим алгоритм УУД «сравнение»:

1. Что нужно сделать? Какую проблему мы решаем? (определение цели).
2. Какие объекты для этого необходимо сравнить? (определение объектов сравнения).
3. С какой точки зрения? (определение аспектов сравнения).
4. Какие признаки объектов нам важно сравнить для решения этой задачи? (выделение признаков сравнения).
5. В чём сходство и различие этих объектов по выделенным признакам? (применение логической операции «сравнение»).
6. К какому выводу в результате сравнения мы пришли? Как решается наша проблема? (вывод в контексте цели).

Приведём пример реализации алгоритма УУД «сравнение» на уроке геометрии в 8-м классе (тема «Площадь треугольника»). Задание: *Десятилетиями в США для проверки геометрических знаний школьников предлагали задачу: «найти площадь прямоугольного треугольника с гипотенузой 10 дюймов и опущенной на него высотой в 6 дюймов»* [4]. Почему эта задача пользовалась такой популярностью?

Приведём примеры заданий, в которых УУД «сравнение» помогает достичь определённых целей.

**Цель – понять суть понятия, явления.**

Чем объяснить, что скорость катера в стоячей воде не равна его скорости по течению (против течения)?

О каких величинах мы можем говорить, при решении задач на движение?

Что лежит в основе деления четырёхугольников на различные виды?

Почему Андрей Рублёв выбрал именно обратную перспективу для своей знаменитой «Троицы»?

Что быстрее: половину пути пройти пешком, а другую половину – проехать на машине или половину затраченного времени идти пешком, а другую половину – ехать на машине?

При какой форме фундамента дачного дома площадь для проживания будет максимальной?

**Цель – определить уровень развития признака, качество, свойства.**

Даны подобные прямоугольные треугольники. Определите, какие метрические величины в них равны.

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, исходя из размеров штрафов, приведённых в таблице, если зафиксированная скорость автомобиля составила 166 км/ч на участке дороги с максимально разрешённой скоростью 70 км/ч?

Перед вами уравнение и неравенство, левые и правые части которых совпадают:

$$\log_3(x - 2) + \log_3(x - 3) = 1;$$

$$\log_2(x - 2) + \log_2(x - 3) \leq 1.$$

Что сложнее решить: уравнение или неравенство?

На диаграмме показан ежемесячный выпуск продукции судостроительного завода в течение 2016 года. Определите количество судов, выпущенных заводом в III квартале 2016 г.

**Цель – установить связь между понятиями.**

Что же в задаче лишнее и чего недостаёт для того, чтобы считать задачу математической?

На какие однозначные числа не будет делиться число 2295012 после перестановки последней цифры «2» в его начало?

В математических и физических задачах рассматриваются такие величины, как масса, скорость, сила, длина, температура, перемещение. В чём разница между этими величинами?

**Цель – сопоставить измеряемую величину с эталоном (верным значением).**

Дано равенство:  $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ .

Установите ложность данного равенства.

Установите опытным путём значение суммы углов нарисованного вами произвольного треугольника.

**Цель – осуществить выбор.**

Две магистрали пересекаются под углом, внутри которого протекает речка. Где построить мост через речку, чтобы сумма расстояний от него до обеих магистралей была наименьшей?

В треугольнике даны значения длин двух сторон и угла между ними. Примените известную вам теорему для нахождения длины третьей стороны.

Задания, направленные на формирование и развитие универсального учебного действия «сравнение», могут включаться в содержание урока на отдельных этапах, а могут составлять основу всего урока.

Алгоритм УУД	Примерные подводящие вопросы	Предполагаемые ответы учащихся
Определение цели сравнения	– Что нужно сделать? – Какую проблему мы решаем?	– Определить, в чём суть, изюминка задачи
Определение объектов	– Какие объекты (что?) необходимо сравнить?	– Площадь прямоугольного треугольника, гипотенузу и опущенную на него высоту
Определение аспектов сравнения. Выделение признаков сравнения	– На что необходимо обратить внимание при сравнении? или – Какие признаки объектов нам важно сравнить для решения этой задачи?	– На длину гипотенузы, высоты; единицы измерения; выполнение известных соотношений между этими величинами
Сопоставление объектов и обнаружение сходств и различий по выделенным признакам	– В чём сходство и в чём различие этих объектов по выделенным признакам?	– Длина высоты, опущенной на гипотенузу должна быть не больше половины длины гипотенузы. В нашем случае длина высоты 6 дюймов больше, чем 5 дюймов – половина длины гипотенузы
Вывод	– К какому выводу в результате сравнения мы пришли? – Достигли ли мы цели?	– Такого треугольника с гипотенузой 10 дюймов и опущенной на него высотой в 6 дюймов быть не может. Задача пользовалась популярностью, так как она вводила в заблуждение тех, кто не анализировал и не сопоставлял данные, а проводил стандартные вычисления по формуле

**Выводы.** Технология формирования познавательных универсальных учебных действий позволяет решить проблему отсутствия у учителей необходимых средств для выстраивания целенаправленной работы по достижению метапредметных результатов обучения в соответствии с требованиями ФГОС. Решение данной проблемы в свою очередь даст возможность достижения метапредметных результатов обучения, как на уровне учителя, так и на уровне образовательного учреждения в целом.

Технология формирования познавательных УУД имеет общий характер, не учитывает специфику отдельных предметов.

Учителя начальной, основной и средней школ могут на основе предлагаемой технологии проектировать задания по своему учебному предмету, планировать целенаправленную деятельность по достижению метапредметных результатов обучения. □

## ЛИТЕРАТУРА

1. Беглова Т.В., Битянова М.Р., Меркулова Т.В., Теплицкая А.Г. Универсальные учебные действия: теория и практика проектирования: научно-методическое пособие / науч. ред. М.Р. Битянова. – Самара: Издательский дом «Фёдоров», 2016. – 304 с.

2. Воровщиков С.Г. Учебно-познавательная компетентность старшеклассников: состав, структура, деятельностный компонент: монография. – М.: АПК и ППРО, 2006. – 160 с.

3. ЕГЭ 2017. Математика. Экзаменационные варианты. Сдаём без проблем! / В.В. Миросин. – М.: Эксмо, 2016. – 128 с.

4. Левитас Г.Г. Нестандартные задачи по математике в 7–11 классах. – М.: ИЛЕКСА, 2007. – 64 с.

5. Мельникова Е.Л. Проблемный урок, или как открывать знания с учениками: пособие для учителя. – М., 2006. – 168 с.

6. Минова М., Крутень О., Захарова Г., Иволгина Л., Мартынычева Е. Контрольно-измерительный инструментальный общеучебных умений школьников / Управление образованием. – 2009. – № 4.

7. Татьянченко Д.В., Воровщиков С.Г. Культура познания – познание культуры. – Челябинск: Брекет, 1998.

8. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (с изменениями и дополнениями) <http://base.garant.ru/197127/>