Подобные треугольники.

Квантованный текст и задания в тестовой форме для учащихся основной школы. Контент электронного курса

Е.Г. Бачурина,
г. Кемерово

Пропорциональные отрезки

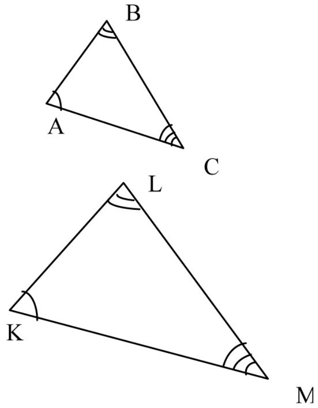
Отношением отрезков AB и CD называют отношение их длин, т.е. $\frac{AB}{CD}$.

Отрезки AB и CD пропорциональны отрезкам A_1B_1 и C_1D_1, если $\frac{B}{B_1}=\frac{CD}{C_1D_1}$.

Понятие пропорциональности справедливо и для большего числа отрезков.

Сходственные стороны

У двух треугольников ΔABC и ΔKLM стороны AB и KL, BC и LM, CA и MK называются сходственными, если соответственно равны углы этих треугольников: $\angle A$ и $\angle K$, $\angle B$ и $\angle L$, $\angle C$ и $\angle M$.



Подобные треугольники

Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого треугольника. Обозначение: $\Delta ABC \infty \Delta KLM$.

Коэффициент подобия

Число k, равное отношению сходственных сторон подобных треугольников, называется коэффициентом подобия. Если $\Delta ABC \infty \Delta A_1B_1C_1$, то $k=\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{CA}{C_1A_1}$.

Подобие произвольных фигур

Фигуры F и F_1 называются подобными, если каждой точке фигуры F можно сопоставить точку фигуры F_1 так, что для любых двух точек M и N фигуры F и сопоставленных им точек M_1 и N_1 фигуры F_1 выполняется равенство $\frac{MN}{M_1N_1}=k,$ где k — одно и то же положительное число для всех точек.

Отношение площадей подобных треугольников

Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

Если $\Delta ABC \infty \Delta A_1B_1C_1$, то $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1B_1C_1}} = k^2$.

Признаки подобия треугольников

1. Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.
2. Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.
3. Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.

Среднее пропорциональное (среднее геометрическое)

Отрезок XY называется средним пропорциональным (или средним геометрическим) для отрезков AB и CD, если $XY = \sqrt{AB \cdot CD}$.

Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике

1. Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, разделяет треугольник на два подобных прямоугольных треугольника, каждый из которых подобен данному треугольнику.
2. Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное для отрезков, на которые делится гипотенуза этой высотой.
3. Катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное для гипотенузы и отрезка гипотенузы, заключенного между катетом и высотой, проведенной из вершины прямого угла.

Средняя линия треугольника

Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон.

Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.

Медианы в треугольнике

Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны, называется медианой треугольника.

Медианы любого треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2 : 1, считая от вершины.

Практические приложения подобия треугольников

1. При решении задач на построение треугольников применяют метод подобия.
2. Определение высоты предмета на местности.
3. Определение расстояния до недоступной точки.
4. Деление отрезка на части в заданном отношении.

Задания

Вашему вниманию предлагаются задания, в которых могут быть один, два, три и большее число правильных ответов. Нажимайте на клавиши с номерами всех правильных ответов:

1. ЕСЛИ ОТРЕЗОК AB =2, BC=4, CD=6, ТО ОТНОШЕНИЕ ОТРЕЗКОВ {AB : BC; CD : BC; CD : AB; BC : AB} РАВНО

1) 0,5
2) 1,5
3) 2
4) 3

2. ЕСЛИ AB=2, CD=3, EF=4, KL=6, NM=8, ТО ОТРЕЗКИ {AB и CD; CD и KL; CD и EF; AB и EF} ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ ОТРЕЗКАМ

1) EF и KL
2) EF и NM
3) KL и NM
4) CD и KL

3. ЕСЛИ У ДВУХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ {ΔABC и ΔKLM ∠A и ∠K, ∠B и ∠L, ∠C и ∠M; ΔABC и ΔMLK ∠A и ∠M, ∠B и ∠L, ∠C и ∠K}, ТО СХОДСТВЕННЫЕ СТОРОНЫ

1) AB и KL
2) AB и LM
3) AC и KM
4) BC и LM
5) BC и LK

4. ЕСЛИ {углы; стороны} ДВУХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ СООТВЕТСТВЕННО РАВНЫ, ТО ТРЕУГОЛЬНИКИ

1) равны
2) подобны
3) пропорциональны

5. {Могут быть подобными; всегда подобны} ФИГУРЫ

1) квадраты
2) окружности
3) треугольники
4) многоугольники
5) прямоугольники
6) равносторонние треугольники

6. {Отношение сходственных сторон подобных треугольников; отношение площадей двух подобных треугольников} РАВНО

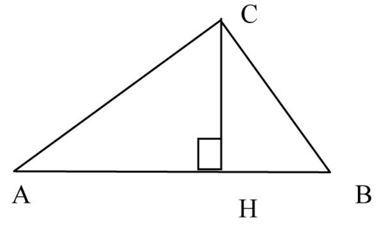
1) коэффициенту подобия
2) квадрату коэффициента подобия
3) удвоенному коэффициенту подобия

7. ЕСЛИ {два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого; три угла одного треугольника соответственно равны трем углам другого; две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника; две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны; три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого}, ТО ТАКИЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

1) подобны
2) не являются подобными

8. ЕСЛИ НА РИСУНКЕ ∠C=90°, ТО ПОДОБНЫМИ БУДУТ

1) ΔABC и ΔACH
2) ΔABC и ΔBCH
3) ΔACH и ΔBCH



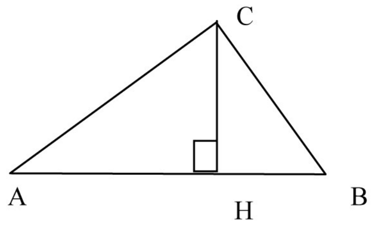
9. ЕСЛИ $\Delta ABC \infty \Delta A_1B_1C_1$, AB=12, BC=15, CA=18 И {наибольшая; наименьшая} СТОРОНА $\Delta A_1B_1C_1$ РАВНА 6, ТО ДВЕ ДРУГИЕ СТОРОНЫ $\Delta A_1B_1C_1$ РАВНЫ

1) 4 и 5 3) 5 и 9
2) 5 и 7,5 4) 7,5 и 9

КОЭФФИЦИЕНТ ПОДОБИЯ $\Delta ABC \infty \Delta A_1B_1C_1$ РАВЕН

1) 0,3 3) 2
2) 0,5 4) 3

10. НА РИСУНКЕ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ (∠C=90°) {CH; AC; BC} ЯВЛЯЕТСЯ



1) высотой
2) катетом
3) среднее пропорциональное для отрезков AH и BH
4) среднее пропорциональное для отрезков AB и AH
5) среднее пропорциональное для отрезков AB и BH

11. ОТРЕЗОК, СОЕДИНЯЮЩИЙ {вершину треугольника с серединой противоположной стороны; середины двух сторон треугольника}, НАЗЫВАЕТСЯ

1) медианой
2) средней линией

ТРЕУГОЛЬНИКА

12. МЕДИАНЫ ТРЕУГОЛЬНИКА ПЕРЕСЕКАЮТСЯ В ОДНОЙ ТОЧКЕ, ВЕРНО ДЛЯ ТРЕУГОЛЬНИКА

1) тупоугольного
2) остроугольного
3) прямоугольного
4) равнобедренного
5) равностороннего

13. МЕДИАНЫ ТОЧКОЙ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДЕЛЯТСЯ В ОТНОШЕНИИ

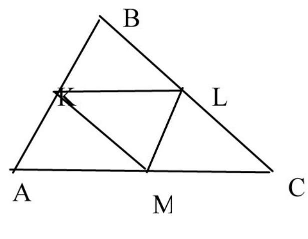
1) 1 : 2
2) 2 : 1
3) 1 : 3
4) 3 : 1

СЧИТАЯ ОТ ВЕРШИНЫ

14. ВЕРНО УТВЕРЖДЕНИЕ, ЧТО СЕРЕДИНЫ СТОРОН {ромба; прямоугольника; равнобедренной трапеции} ЯВЛЯЮТСЯ ВЕРШИНАМИ

1) ромба
2) квадрата
3) прямоугольника

15. ЕСЛИ В ΔABC KL, ML, KM — СРЕДНИЕ ЛИНИИ, ТО ВЕРНО



1) $\Delta ABC \infty \Delta KBL$
2) $\Delta ABC \infty \Delta AKM$
3) $\Delta ABC \infty \Delta LCM$
4) $\Delta ABC \infty \Delta KLM$

16. ЕСЛИ СТОРОНЫ ТРЕУГОЛЬНИКА РАВНЫ {5 см, 7 см и 8 см; 5 см, 12 см и 13 см; 6 см, 7 см и 7 см; 6 см, 10 см и 14 см}, ТО ПЕРИМЕТР ТРЕУГОЛЬНИКА, ВЕРШИНАМИ КОТОРОГО ЯВЛЯЮТСЯ СЕРЕДИНЫ СТОРОН ДАННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА, РАВЕН

1) 10 см 3) 20 см
2) 15 см 4) 30 см

17. НА ПРАКТИКЕ ПОДОБИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ ПРИМЕНЯЮТ

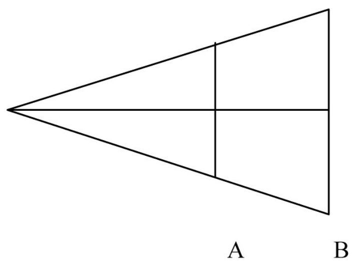
1) для определения высоты предмета на местности
2) деление отрезка на части в заданном отношении
3) для определения расстояния до недоступной точки
4) при решении задач на построение треугольников

18. ЕСЛИ ПРОЕКТОР ПОЛНОСТЬЮ ОСВЕЩАЕТ ЭКРАН *А* ВЫСОТОЙ 80, РАСПОЛОЖЕННЫЙ НА РАССТОЯНИИ 250 ОТ ПРОЕКТОРА, ТО НА КАКОМ НАИМЕНЬШЕМ РАССТОЯНИИ ОТ ПРОЕКТОРА НУЖНО РАСПОЛОЖИТЬ ЭКРАН *В* ВЫСОТОЙ 160, ЧТОБЫ ОН БЫЛ ПОЛНОСТЬЮ ОСВЕЩЁН. ПУСТЬ х – ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ, ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СОСТАВЛЯЕТСЯ ПРОПОРЦИЯ

1) $\frac{40}{80}=\frac{250}{x}$ 3) $\frac{80}{40}=\frac{250+x}{250}$

2) $\frac{160}{80}=\frac{x}{250}$ 4) $\frac{160}{80}=\frac{x-250}{250}$

5) $\frac{80}{250}=\frac{x}{40}$ 6) $\frac{x}{80}=\frac{x+250}{160}$

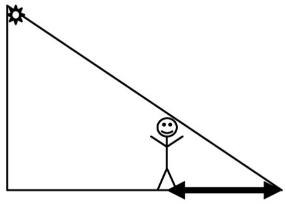


ПРАВИЛЬНЫЙ ОТВЕТ РАВНЯЕТСЯ

1) 125
2) 250
3) 500
4) 750

19. ЕСЛИ ЧЕЛОВЕК РОСТОМ 1,8 М СТОИТ НА РАССТОЯНИИ {6 шагов; 9 шагов; 12 шагов} ОТ УЛИЧНОГО ФОНАРЯ, А ТЕНЬ ЧЕЛОВЕКА РАВНА ТРЁМ ШАГАМ, ТО ФОНАРЬ РАСПОЛОЖЕН НА ВЫСОТЕ

1) 3,6 3) 7,2
2) 5,4 4) 9



ОТВЕТ ПОЛУЧЕН В

1) шагах
2) метрах