

Анализ выполнения заданий ЕГЭ по математике с учётом результатов по административно-территориальным единицам

Попова Виктория Романовна

кандидат педагогических наук, заместитель директора по организационно-педагогической работе и региональному образованию ГАУ ДПО ЯНАО «Региональный институт развития образования», vikt-popova@yandex.ru

Ключевые слова: ЕГЭ по математике, направления анализа, результаты выполнения заданий, административно-территориальные единицы.

Качество образования имеет определяющее значение для успешного развития любого региона и является одним из основных показателей деятельности образовательных организаций. Улучшение качества образования и эффективности работы школы — одна из важнейших задач системы образования региона.

Успешность работы школы, т.е. качество предоставления ею образовательной услуги, складывается из многих показателей. Одним из таких показателей является результативность выпускников при прохождении государственной итоговой аттестации в форме единого государственного экзамена (далее — ЕГЭ). В выявлении проблем невысоких результатов ЕГЭ и путей их решения немаловажную роль играет анализ результатов ЕГЭ. Анализ результатов государственной итоговой аттестации является основной базой для принятия управленческих решений на различных уровнях образования (институциональном, муниципальном, региональном).

В этой статье представлен фрагмент анализа ЕГЭ по математике базового и профильного уровней в разрезе результатов, демонстрируемых образовательными организациями разных административно-территориальных единиц.

В 2016 году всего в экзамене по математике по рассматриваемой выборке из 4 административно-территориальных единиц (далее — АТЕ, АТЕ 1, АТЕ 2, АТЕ 3, АТЕ 4) региона N принял участие 2 451 выпускник: в ЕГЭ базового уровня — 1 369 выпускников, в ЕГЭ профильного уровня — 1 082 выпускника.

Особенности рассматриваемых административно-территориальных единиц:

- АТЕ 1 — город с 7 общеобразовательными организациями (1 гимназия, 2 школы с углублённым изучением отдельных предметов, 4 школы, в которых учащиеся обучаются с 1-го по 11-й класс).

- АТЕ 2 — город, в котором имеется 5 школ и 1 многопрофильный лицей, при этом все школы кроме одной — общеобразовательные учреждения основного общего образования (обучение в них проходит с 1-го по 9-й класс), а в лицее обучаются 10-е и 11-е классы по выбранным обучающимися профилям.

- АТЕ 3 — город с 18 общеобразовательными организациями, в которых учащиеся обучаются с 1-го по 11-й класс. Особенность города — многонациональность обучающихся (обучающиеся — инофоны).

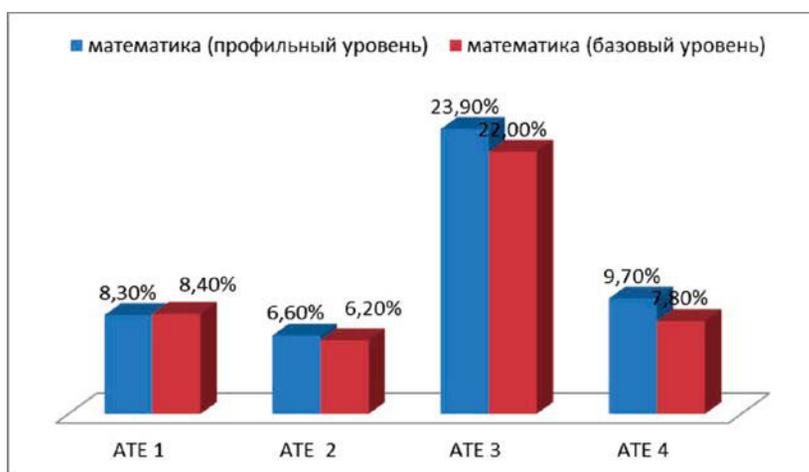


Диаграмма 1. Распределение выпускников по выбору профиля экзамена математика в разрезе АТЕ

• АТЕ 4 — сельская территория с 16 поселковыми школами, расположенными на большом расстоянии друг от друга и от центра.

На диаграмме 1 показан выбор участниками ЕГЭ по математике экзаменов профильного и базового уровней.

Из диаграммы видно, что доля выпускников, выбравших математику (профильный уровень), в 2016 году по всем АТЕ больше, чем доля выпускников, выбравших математику (базовый уровень). Такая тенденция объясняется осознанным выбором, на профильный экзамен пришли те выпускники, которые уверены в своих силах и кому результаты профильного уровня нужны для продолжения обучения в вузе.

В целом по региону доля выпускников, выбравших математику (профильный уровень), в 2016 году по сравнению с 2015 годом уменьшилась на 8,35% в то же время процент выпускников, выбравших математику (базовый уровень), в 2016 году по сравнению с 2015 годом увеличился на 17,33%.

По всем АТЕ в течение последних лет идёт снижение количества выпускников, выбравших профильный уровень экзамена, и уменьшение доли выпускников, выбравших базовый уровень экзамена, что свидетельствует об уменьшении количества выпускников в соответствующих административных территориальных единицах.

На диаграмме 2 показано количество участников ЕГЭ по математике базового



Диаграмма 2. Количество выпускников, не преодолевших минимального порогового значения по математике (базовый и профильный уровень).

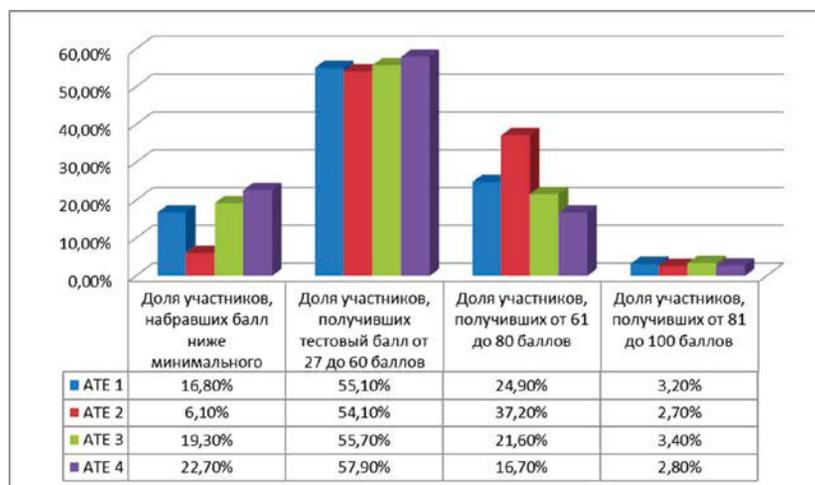


Диаграмма 3. Результаты ЕГЭ по математике (базовый и профильный уровень) в разрезе АТЕ

и профильного уровня, не преодолевших минимального порогового значения.

В разрезе АТЕ доля выпускников (всех категорий), не преодолевших минимальное пороговое значение по математике (профильный уровень), в 2016 году составила: АТЕ 1 – 16,80%; АТЕ 2 – 6,10%; АТЕ 3 – 19,30%; АТЕ 4 – 22,70%.

В целом участниками ЕГЭ по математике (профильный уровень) получены результаты, представленные на диаграмме 3.

Рассмотрим распределение участников ЕГЭ профильного уровня по тестовым баллам. На диаграмме 4 показано распределение результатов участников ЕГЭ по математике (профильный уровень) 2016 года по тестовым

баллам в сравнении со средними показателями по региону N в целом.

Из диаграммы видно, что наиболее высокая доля выпускников получивших от 90 до 100 баллов, — приходится на АТЕ 3. В то же время наиболее низкая доля выпускников, получивших от 90 до 100 баллов, — приходится на АТЕ 1; от 60 до 80 — приходится на АТЕ 4.

Разложим диаграмму по составляющим, т.е. осуществим сравнение каждой АТЕ со средним значением по региону N (пример на диаграмме 5).

Рассмотрим распределение участников ЕГЭ базового уровня по набранным баллам (по 5-балльной шкале).

Средний тестовый балл составил по АТЕ в целом — 3,88 (что на 0,04 больше, чем сред-

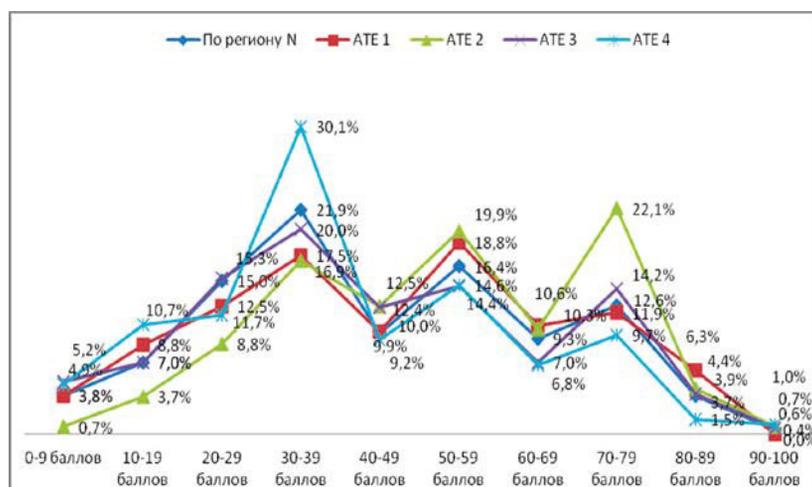


Диаграмма 4. Распределение участников ЕГЭ по математике (профильный уровень) по тестовым баллам.

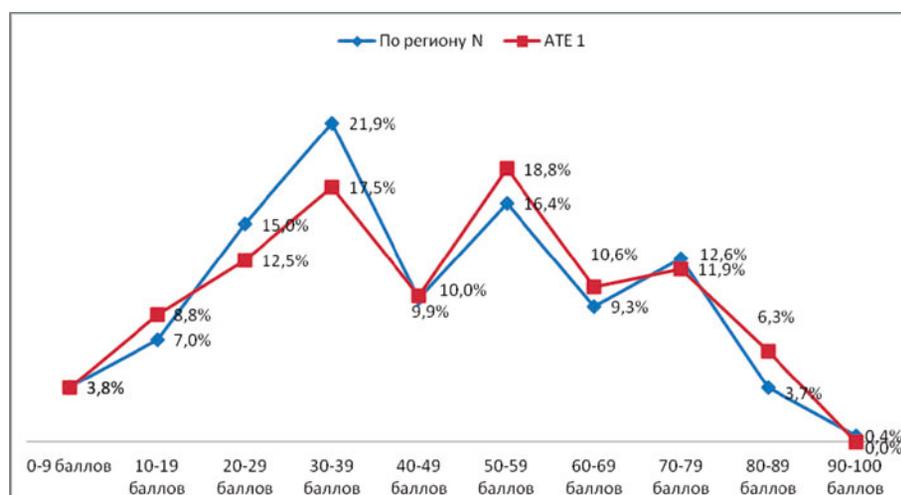


Диаграмма 5. Распределение участников ЕГЭ по математике (профильный уровень) по тестовым баллам АТЕ 1 и по региону N

нее значение по региону N). В разрезе АТЕ средний балл составил: АТЕ 1 – 4,15, АТЕ 2 – 3,85, АТЕ 3 – 3,82 и АТЕ 4 – 4,47. По сравнению с предыдущим годом по математике (базовый уровень) тестовый балл практически не изменился.

Покажем основные направления анализа результатов выполнения отдельных групп заданий на примере *ЕГЭ по математике профильного уровня*.

В экзаменационной работе задания №№ 1–8 – базового уровня, №№ 9–17 – повышенного уровня, № 18 и № 19 – высокого уровня сложности. При этом, чтобы набрать минимальное пороговое значение – 7 первичных баллов (равное 27 тестовым баллам), до-

статочно было выполнить задания №№ 1–8 базового уровня сложности.

Результаты ЕГЭ в разрезе АТЕ представленные в таблице 1, показывают, что есть наиболее проблемные для решения задания №№ 7, 10, 11, 12 (с кратким ответом).

При этом задание № 7 стало проблемным для трёх АТЕ, а задания № 10–11 стали проблемными для выпускников всех АТЕ. Следует отметить, что для выпускников, выбравших профильный уровень ЕГЭ по математике, не должно быть проблем с решением таких задач экзаменационной работы. Кроме того, решение первых 12 задач без ошибок, позволяет заработать 62 тестовых балла, которых выпол-

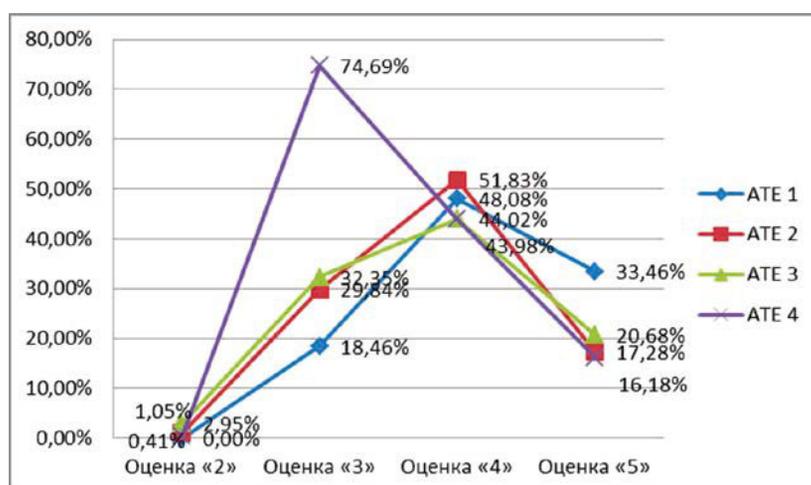


Диаграмма 6. Распределение участников ЕГЭ по математике (базовый уровень) по пятибалльной шкале

Таблица 1

Решаемость отдельных дидактических единиц по математике (профильный уровень) в разрезе АТЕ

Номер задания	Доля выпускников, справившихся с заданием (%)				
	АТЕ 1	АТЕ 2	АТЕ 3	АТЕ 4	по региону N
7	54,43	64,58	53,12	55,67	54,65
10	37,34	45,83	29,98	30,54	34,07
11	31,65	48,61	33,20	22,17	32,05
12	43,04	45,14	40,24	39,90	38,58

не достаточно для поступления в вуз (даже на бюджетное место).

В таблице 2 представлена решаемость заданий с развёрнутым ответом (задания №№ 13–19, повышенного и высокого уровня сложности).

Из заданий с развёрнутым ответом традиционно решаемыми являются задания № 13 (решить тригонометрическое или логарифмическое уравнение и произвести отбор корней) и № 15 (решить логарифмическое или показательное неравенство). Как показывает опыт проведения ЕГЭ, к решению данных типов задач приступают более 60% учащихся и верно решают порядка 40% от общего числа приступивших к решению (информация из статистических данных по РФ). Следует отметить, что верное решение этих задач позволяет получить дополнительно 4 первичных балла, что в совокупности с верно решёнными задачами №№ 1–12 позволяет набрать выпускнику 72 тестовых балла.

Это не значит, что достаточно верно решить только эти два задания, необходимо приступать к решению **всех** задач из части 2. Но задачи №№ 1–12 и №№ 13, 15 (часть 2) должны быть обязательными для решения.

Отметим низкую решаемость заданий по геометрии: задание № 14 (стереометрическая задача, в пункте а которой нужно доказать геометрический факт, в пункте б нужно вычислить объём тела, либо площадь сечения, либо угол между плоскостями) и № 16 (планиметрическая задача, в пункте а которой нужно доказать геометрический факт, в пункте б найти величину). Как показывает опыт проведения ЕГЭ, к решению данных типов задач приступают менее 40% выпускников и верно решают менее 40% от общего числа приступивших к решению (информация из статистических данных по РФ).

По представленной выборке средняя решаемость этих заданий составляет:

– задание № 14 – решаемость данного задания в разрезе АТЕ варьируется в пределах от 8,85% (АТЕ 3) до 15,8% (АТЕ 1);

– задание № 16 – решаемость данного задания в разрезе АТЕ варьируется в пределах от 7,55% (АТЕ 4) до 17,1% (АТЕ 1).

Практико-ориентированная задача с экономическим содержанием № 17 с решаемостью выше 15% по РФ решается значительно хуже в рассматриваемом регионе. По региону средняя решаемость этой задачи составля-

Таблица 2

Номер задания	Доля выпускников, справившихся с заданием (%)				
	АТЕ 1	АТЕ 2	АТЕ 3	АТЕ 4	по региону N
13	24,1	31,9	19,4	17,7	19,6
14	15,8	14,6	8,85	9,36	10,3
15	13,9	13,9	11,4	9,61	10,7
16	17,1	12,5	15,3	7,55	13,9
17	0,00	0,35	0,40	0,62	0,50
18	8,07	5,56	4,63	3,20	5,00
19	2,11	3,01	1,74	1,48	1,65

ет 0,5%. при этом решаемость этой задачи варьируется от 0,0% (АТЕ 1) до 0,62% (АТЕ 4).

Наиболее проблемными для решения стали задания из содержательных блоков:

- «Уравнения и неравенства», решаемость которых варьируется в пределах от 22,99% (АТЕ 4) до 31,51% (АТЕ 2);

- «Функции», решаемость которых варьируется в пределах от 42,18% (АТЕ 4) до 45,31% (АТЕ 2);

- «Геометрия», решаемость которых варьируется в пределах от 40,39% (АТЕ 4) до 48,76% (АТЕ 2);

- «Начала математического анализа», решаемость которых варьируется в пределах от 46,68% (АТЕ 3) до 54,86% (АТЕ 2);

- «Алгебра», решаемость которых варьируется в пределах от 43,70% (АТЕ 4) до 51,22% (АТЕ 2).

Решаемость заданий по уровню сложности по основным содержательным разделам в разрезе АТЕ представлена в таблице 3.

Очевидно, при подготовке к ЕГЭ по математике (профильный уровень) необходимо обратить внимание на задания базового уровня сложности, решаемость которых близка к 50%, а также на задания повышенного уровня сложности входящих в части 1

(задания с кратким ответом) из содержательных разделов «Алгебра», «Уравнения и неравенства», «Начала математического анализа» и «Геометрия».

Решаемость групп заданий, проверяющих различные требования к уровню подготовки выпускников, представлена на диаграмме 7.

Из диаграммы следует, что по всем АТЕ наименее освоенные умения — это умения «решать уравнения и неравенства» (размах варьирования от 24,73% до 29,3%), «выполнять действия с геометрическими фигурами» (размах варьирования от 47,88% до 57,13%), «строить и исследовать математические модели» (размах варьирования от 21,12% до 30,5%), «использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни» (размах варьирования от 50,38% до 57,52%).

Учитывая, что задания №№ 1–12 проверяются автоматизированной системой, а задания №№ 13–19 — экспертами региональной предметной комиссии по математике, остановимся на рассмотрении типичных ошибок, допускаящихся выпускниками при решении заданий №№ 13–19.

Задача № 13. Задача состоит из двух частей (пункт а — решить тригонометриче-

Таблица 3

Решаемость заданий по разным уровням сложности внутри основных содержательных блоков по АТЕ

Содержательные разделы	Уровень сложности	Доля выпускников, справившихся с заданием (%)			
		АТЕ 1	АТЕ 2	АТЕ 3	АТЕ 4
1. Алгебра	Базовый	93,67	93,75	90,34	89,16
	Повышенный	50,63	52,78	49,09	41,22
	Высокий	8,07	5,56	4,63	3,20
2. Уравнения и неравенства	Базовый	93,67	98,61	92,76	95,07
	Повышенный	24,81	30,56	21,85	17,52
	Высокий	0,00	0,35	0,40	0,62
3. Функции	Базовый	87,97	90,28	87,93	83,74
	Высокий	0,00	0,35	0,40	0,62
4. Начала математического анализа	Базовый	54,43	64,58	53,12	55,67
	Повышенный	43,04	45,14	40,24	39,90
5. Геометрия	Базовый	83,86	88,72	80,84	75,37
	Повышенный	8,97	8,80	5,30	5,42
6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	Базовый	83,97	88,43	79,61	75,37

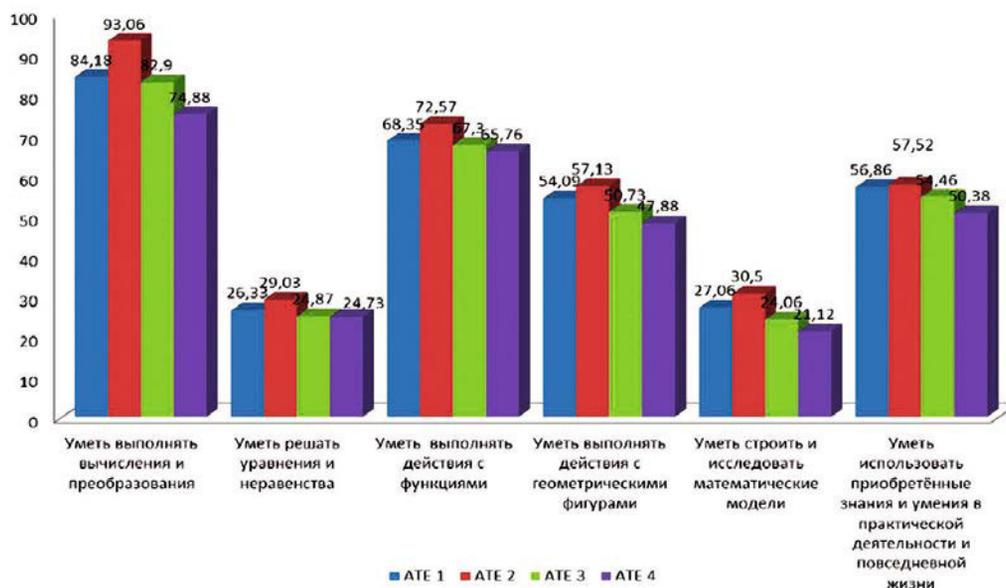


Диаграмма 7. Решаемость по проверяемым на экзамене умениям

ское уравнение, пункт б — произвести отбор корней уравнения из заданного промежутка). Решаемость данного задания варьируется в пределах от 0% до 32,22%. При решении данной задачи, выпускники допускали следующие ошибки:

1) При решении тригонометрического уравнения:

- при использовании формул приведения;
- при использовании свойств тригонометрических функций (в частности свойства чётности функции косинус);
- при применении формул двойного аргумента;
- при решении простейших тригонометрических уравнений;
- при решении частных случаев простейших тригонометрических уравнений;
- потеря корней при решении тригонометрических уравнений.

2) При отборе корней потеря корней или включение в решение корней, не принадлежащих указанному в задаче промежутку.

Задача № 14. Геометрическая задача (стереометрия) состоит из двух частей (пункт а — задача на доказательство, пункт б — задача на вычисление). Решаемость данного задания варьируется в пределах от 4,17% до 18,89%. При решении данной задачи выпускники допускали следующие ошибки:

1) При доказательстве:

- невидимые линии на чертеже изображаются сплошными;
- отсутствует описание расположения отдельных точек, которые используются в решении;
- отсутствует доказательство важных фактов, используемых в решении.

2) При вычислении длин отрезков, площадей фигур и т.п.:

- вычислительные ошибки;
- отсутствие обоснования нахождения координат отдельных точек;
- ошибки в использовании геометрических теорем (аксиом, формул и т.п.);
- при построении дополнительных чертежей (например, выносных чертежей) используемых в решении.

Задача № 15. Решить логарифмическое уравнение. Решаемость данного задания варьируется в пределах от 0% до 14,55%. При решении данной задачи выпускники допускали следующие ошибки:

- при нахождении области допустимых значений (ОДЗ);
- включение значений x , при которых основание логарифма обращается в 0;
- необоснованно выражение, содержащее переменную и стоящее в основании логарифма, заменяется на числовую константу;
- в логарифмическом уравнении не учтено ограничение — основание логарифма $\neq 1$,

или выражение, стоящее под знаком логарифма, должно быть положительным, или основание логарифма принадлежит интервалу, или основание логарифма больше 1;

- при переходе от логарифмического неравенства к рациональному неравенству;
- при применении метода рационализации;
- при применении метода интервалов;
- при определении расположения корней уравнения на числовой прямой;
- при пересечении ОДЗ с множеством, полученным при решении неравенства.

Задача № 16. Геометрическая задача (планиметрия) состоит из двух частей (пункт а — задача на доказательство, пункт б — задача на вычисление). Решаемость данного задания варьируется в пределах от 3,03% до 22,31%. При решении данной задачи выпускники допускали следующие ошибки:

- чертёж не соответствует решению задачи (например, на рисунке выпускника точки *M* и *K* — концы хорды, которые должны принадлежать сторонам квадрата, а по факту не принадлежат);
- решение не соответствует условию задачи;
- не доказано равенство трёх отрезков;
- факт, который необходимо доказать (в пункте а) при доказательстве этого пункта, принимается как данный;
- ошибка при записи формул площадей плоских фигур (например, при записи формулы площади треугольника);
- доказана равнобедренность не того треугольника, который нужен для решения задачи;
- при использовании свойств плоских фигур (например, в работе выпускника из пересечения высот в одной точке следует, что треугольник равнобедренный или равносторонний, или центром окружности, описанной около произвольного треугольника, служит точка пересечения высот, или центром описанной окружности является точка пересечения биссектрис).

Задача № 17. Текстовая задача экономического содержания. Решаемость данного задания варьируется в пределах от 0% до 1,49%. При решении данной задачи выпускники допускали ошибки:

- неверно построена математическая модель (например, не учтено, что кредит выплачивается 5 лет, а не 3 года, или неверно опреде-

лён порядок выплат и начисления процентов, или рассматриваются равные выплаты за все 5 лет, или сумма долга часто гасится за первые 3 года (по условию — выплачиваются только проценты), или за последний год не учтено начисление процентов на сумму 5 000 000 руб.);

- переменные, введённые в решении, не описаны или описаны неверно;
- при исследовании модели допущены вычислительные ошибки.

Задача № 18. Уравнение с параметром высокого уровня сложности. Решаемость данного задания варьируется в пределах от 1,27% до 8,07%.

При решении данной задачи выпускники допускали ошибку при вычислении радиуса и, как следствие, неверно построенный чертёж и неверное исследование.

Задача № 19. Задача состоит из трёх частей (пункты а, б, в). Решаемость данного задания варьируется в пределах от 0% до 3,01%. При решении данной задачи выпускники допускали следующие ошибки:

- по пункту а):
 - необходимо было привести пример, содержащий 4 члена последовательности, пример, приведённый в работе, содержит 3 члена последовательности;
 - необходимо было привести пример последовательности, сумма которой равна 51, а в приведённом примере она равна 52;
- по пункту б):
 - приведён пример последовательности, содержащей рациональные числа (по условию задачи последовательность состоит из натуральных чисел).

Ошибки, допущенные выпускниками, могут быть связаны также с невнимательным прочтением условия задачи. Поэтому рекомендуется при подготовке к ЕГЭ по математике (базовый и профильный уровни) уделять достаточно внимания разбору условия задачи, а для геометрических задач — подробному построению чертежей (а возможно, и построению нескольких чертежей к одной и той же задаче, которые дают возможность рассмотреть тело с разных позиций).

Следующим направлением анализа является анализ выполнения групп заданий в сравнении результатов экзаменов базового и профильного уровней:

- по содержательным разделам,
- по формируемым умениям,
- по разным уровням сложности.

Такие подробные статистические данные дают образовательным организациям каждой из АТЕ инструмент для анализа действующих педагогических практик учителей математики, показывают направления совершенствования методических подходов в обучении математике.

На основании представленных статистических данных можно сформулировать следующие **выводы и рекомендации**:

Все рассмотренные ранее показатели АТЕ 1 примерно совпадают со средними показателями по региону N.

Большая доля выпускников, получивших неудовлетворительную оценку в АТЕ 3 и АТЕ 4 может быть связана с тем, что в данных АТЕ высокая доля выпускников, слабо владеющих русским языком (дети инофоны и дети из числа коренных малочисленных народов Севера). В этой ситуации управленческие решения, принимаемые на уровне органов местного самоуправления, должны быть связаны в первую очередь с переподготовкой учителей, работающих в условиях билингвального обучения.

Из результатов 4 рассмотренных АТЕ наиболее высокие результаты (за исключением доли выпускников, набравших за экзаменационную работу от 81 до 100 баллов) получены в АТЕ 2. Это можно объяснить тем, что 10–11-е классы всей АТЕ сосредоточены в одной школе с разнопрофильными классами. Учителя такой школы сосредоточены на подготовке выпускников соответствующих профилей к ЕГЭ.

Наибольшая доля выпускников, набравших за экзаменационную работу от 81 до 100 баллов, приходится на АТЕ 3. Интересен тот факт, что остальные показатели по данной АТЕ достаточно низкие, следовательно, можно предположить, что наличие высокого результата по данному критерию целесообразно отнести к заслугам репетиторов.

На основании этой части анализа можно прийти к выводу о том, что рекомендации, разрабатываемые при анализе результатов ЕГЭ, должны носить адресный характер. Необходимо при их формулировке учитывать особенности конкретных групп АТЕ, объединённых по одному из указанных признаков, а для каждой школы они должны быть индивидуальными.

На базовом уровне не усвоены элементы, связанные с содержанием заданий № 3 и № 9.

Совокупный анализ решаемости всех заданий базового уровня сложности ЕГЭ по математике профильного уровня показал, что не усвоено два элемента содержания: умение выполнять действия с геометрическими фигурами и умение выполнять действия с функциями.

При этом задания № 10 и № 11 стали проблемными для выпускников всех муниципальных образований автономного округа. Следует отметить, что для выпускников, выбравших профильный уровень ЕГЭ по математике, не должно быть проблем с решением заданий с кратким ответом экзаменационной работы. Кроме того, решение первых 12 заданий без ошибок позволяет получить 62 тестовых балла, которых вполне достаточно для поступления в вуз (даже на бюджетное место).

Из заданий с развёрнутым ответом традиционно лучше выполняемыми являются задания № 13 (решить тригонометрическое или логарифмическое уравнение и произвести отбор корней) и № 15 (решить логарифмическое или показательное неравенство). Как показывает опыт проведения ЕГЭ, к решению данных типов задач приступают более 60% учащихся и верно решают порядка 40% от общего числа приступивших к решению (информация из статистических данных по РФ).

Практико-ориентированная задача с экономическим содержанием № 17 с решаемостью выше 15% по РФ в регионе N решается значительно хуже.

В среднем по региону решаемость экзаменационной работы по математике (профильный уровень) в целом составила 43,11%, что на 2,32% больше, чем в 2015 году.

Самые большие затруднения связаны с умениями «строить и исследовать простейшие математические модели» и «выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами». На формирование этих умений необходимо обратить особое внимание.

Для выпускников, планирующих получать профессиональное образование, требующее математической подготовки, эти результаты удовлетворительными считать нельзя. Задание № 15, для решения которого требуется знать все способы решения уравнений и неравенств, полностью выполнили всего 10,7%. С задачей с параметром № 18 справились 5,0% выпускников, сдававших профильный ЕГЭ. Задачи с параметрами имеет смысл включать при

изучении материала всех тем «Алгебры и начала анализа», а для учащихся, претендующих на высокий результат, возможна организация специального курса «Методы решения задач с параметрами».

Совокупный анализ результатов пробных тестирований и результатов ЕГЭ показал, что около половины учащихся затрудняются при содержательном раскрытии математических понятий и объяснении сущности математических методов и границ их применения, а большинство учащихся не смогли приме-

нить знания теоретических фактов для решения различных классов математических задач. Большинство учащихся испытывают существенные затруднения при решении геометрических задач, усвоение которых контролируется в рамках ЕГЭ, не умеют ясно и точно, последовательно и логично выражать свои мысли в письменной форме, не могут аргументировать свою точку зрения. Это говорит о низком уровне сформированности технологической компетенции, самой значимой для практической деятельности.